

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$3375 = 3^3 \cdot 5^3 \Rightarrow$ каждая цифра является 1, 3, 5 или 9
(т.е. 3, 5; 5, 5;
и т.д. $> 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ не явл.
цифрой)

Тогда 8-знач. число состоит из

1 1 3 3 3 5 5 5 или 1 1 1 3 5 5 5 9

(больше вариантов
нет, т.к. имеется соответственно
3 "5" и ≤ 1 "9")

1 случай) число состоит из 1 1 3 3 3 5 5 5

Таких чисел

$$\binom{2}{3} \cdot \binom{3}{6} \cdot \binom{3}{3} = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 1 = 20 \cdot 28 = 560$$

коп-во спо-собов выбрать 2 места для "1" для "3" для "5" (выбор независимый)

2 случай) число состоит из 1 1 1 3 5 5 5 9

Таких чисел

$$\binom{3}{8} \cdot \binom{1}{5} \cdot \binom{3}{4} \cdot \binom{1}{1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} \cdot 5 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3} \cdot 1 = 20 \cdot 56 = 1120$$

для "1" для "3" для "5" для "9"

Всего $1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680

№5

$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$ - квадрат с центром (0; 3) и сторонами 6
 $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9$ - окружность с рад. 3 и центром (0; 0)

(де ур-е имеет р-ш. только при $a \geq 0$)

Построим графическое уравнение

(т.е. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (4; 3) \quad \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (-4; 3)$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} (4; -3) \quad \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} (-4; -3)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Обозначим $DD' \perp CC' = O_1$. Тогда $\angle O_1 D' C = \angle AD'D$ (вертикальные) =
 $= 90^\circ - \angle ADD' = 90^\circ - \angle ACC'$
 (т.к. $\triangle ADD' \cong \triangle ACC'$)
 Тогда $\angle D'O_1 C = 180^\circ - \angle O_1 D' C - \angle ACC' = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

$AD'BD'$ - вписан $\Rightarrow \angle ADD' = \angle ABD'$
 $AD'CC'$ - вписан $\Rightarrow \angle ACC' = \angle ABD'$ } $\angle ADD' = \angle ACC'$ (в равных
 углах)

$\Rightarrow \angle ABD' = \angle ACC' \Rightarrow C'D, B$ на одной прямой

$\angle CC'B = \angle CAB = \angle D'DB$; $C'C = D'D$; $\angle C'BC = 90^\circ = \angle DBD' \Rightarrow$
 (впис. $ABCC'$) (впис. $AD'DB$)

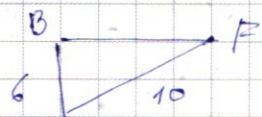
$\Rightarrow \triangle CC'B \cong \triangle D'DB \Rightarrow BD = C'B \Rightarrow BF = BD = C'B$

Тогда в $\triangle CC'F$: CB - высота и мед $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CC'F - \text{равнобедренный} \Rightarrow CF = CC' = 2 \cdot R = 10$

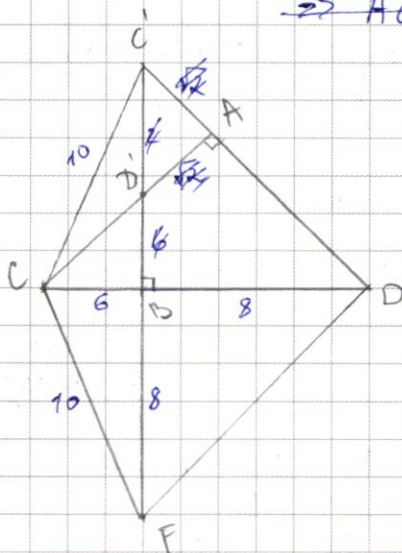
CB - общая
 $C'B = BF$
 $\angle C'BC = 90^\circ = \angle CBF$

$\Rightarrow \triangle CC'B \cong \triangle CBF \Rightarrow$



$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$ (п. Пифагора)

$\Rightarrow AC = BF = 8$ (в $\triangle C'AC$)



$BD = BF = DC' = 8$

$CB = BD' = 6$ ($\angle D'CB = 45^\circ \Rightarrow$ в $\triangle C'D'B$ $\angle C'D'B = 45^\circ \Rightarrow$ равнобедренный)
 $\Rightarrow D'B = CB$

$\Rightarrow C'D' = 8$; $C'B = D'B = 8 - 6 = 2$
 $CC' = CF = 10$

$\triangle C'AD'$: $\angle C'D'A = \angle C'D'B = 45^\circ \Rightarrow$ равнобедренный $\Rightarrow C'A = D'A$
 $\Rightarrow 2^2 + C'A^2 = 8^2 \Rightarrow C'A = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

$\triangle CCA$: $CA = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

$CA = AD \Rightarrow 6 + 8 = \sqrt{CA^2 + AD^2} = \sqrt{2} CA$ (в $\triangle CAD$)
 $CA = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$

$$S_{\Delta ACF} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\sin(\angle BCF + 45^\circ)}_{\angle FCA} \cdot AC \cdot FC = \frac{10 \cdot 7\sqrt{2}}{2} \cdot \sin(\angle BCF + 45^\circ) = 35\sqrt{2} \cdot \sin(\angle BCF + 45^\circ)$$

$$\sin \angle BCF = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad ; \quad \cos \angle BCF = \frac{3}{5} \quad (\Delta BCF)$$

$$\begin{aligned} \sin(\angle BCF + 45^\circ) &= \sin \angle BCF \cdot \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cdot \cos \angle BCF = \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$\stackrel{4}{\downarrow} S_{\Delta ACF} = 35 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{14}{\sqrt{2} \cdot 5} = 7 \cdot 14 = 98$$

ответ: $CF=10$; $S_{\Delta ACF}=98$

$$\stackrel{23}{\uparrow} \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \quad (\Rightarrow x > 0 \Rightarrow y > 0)$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

Преобразуем первое ур-ие.

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x + 2 \lg y \cdot x \lg x \quad \left\{ \begin{array}{l} : y^2 \lg x \quad (\neq 0) \end{array} \right.$$

$$y^3 \lg x = y^2 \lg y \cdot x \lg x \quad \left\{ \begin{array}{l} : y^2 \lg x \quad (\neq 0) \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\lg x} = y^2 \lg y = y^2 \lg x \quad \left\{ \begin{array}{l} : y^2 \lg y \quad (\neq 0) \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\lg x} = \left(y^2 \right)^{\lg \frac{x}{y}}$$

Заметим, что $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ (т.е. ~~не~~ преобразуем по основ. с лог. поменяв местами)

Тогда

$$\left(\frac{x}{y} \right)^{\lg x} = \left(\frac{x}{y} \right)^{\lg y^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=y > 0 \\ \lg x = \lg y^2 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=y \neq 0 \\ x=y^2 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

рассм. 2е ур-е

$$1) x=y$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=0 \text{ — не } x>0 \\ x=2 \Rightarrow x=y=2 \end{array} \right.$$

$$2) x=y^2$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y(y-3)\left(y - \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)\left(y - \frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

⑤

$$\begin{cases} y=0 & \text{но } y \geq 0 \\ y=3 & \Rightarrow x=9 \\ y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} & \Rightarrow x=\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4}=\frac{9-\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-1-\sqrt{17}}{2} & \text{но } y \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $(2; 2); (9; 3); \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$

N7

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Обозначим $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$

если рассмотреть графические функции $y = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$ и $y = 70 + (2^{64} - 1)x$, то очевидно, что они пересекут. в ≤ 2 точки.

Наб.

Заметим, что при $x=70$

$$\begin{aligned} 2^x + 3 \cdot 2^{65} &= 70 + (2^{64} - 1)x \\ 2^{70} + 6 \cdot 2^{64} &= 70 + 2^{64} \\ 2^{70} &= 2^{64} \cdot 2^6 = 2^{64} \cdot 64 \end{aligned}$$

Верно

⑥

первая точка пересечения $(70; 2^{70} + 6 \cdot 2^{64})$

Заметим, что при $x=6$

$$\begin{aligned} 2^x + 3 \cdot 2^{65} &= 70 + (2^{64} - 1)x \\ 2^6 + 6 \cdot 2^{64} &= 70 + 6 \cdot 2^{64} - 6 \\ 70 &= 70 \end{aligned}$$

Верно

⑦

Точки пересечения графиков: $(6; 2^6 + 3 \cdot 2^{65})$
 $(70; 2^{70} + 6 \cdot 2^{64})$

⑧ (по графикам)

⑨

При $\forall x$ $6 \leq x \leq 70$ количество y (число) $= 70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65}$

$= 70 - x - 2^x + (x-6) \cdot 2^{64}$

$= 70 - x - 2^x + (x-6) \cdot 2^{64}$

к.к. $y = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$ не выпукл

⑩

всего кол-во пар решений $=$

$$= \sum_{i=6}^{70} (70 - i - 2^i + (i-6) \cdot 2^{64}) = 65 \cdot 70 - (6 + \dots + 70) - (2^6 + \dots + 2^{70}) + 2^{64} (6 + \dots + 70 - 6 \cdot 65) =$$

$$= 65 \cdot 70 - \frac{65 \cdot 76}{2} - (2^{71} - 1 - (2^6 - 1)) + 2^{64} \left(\frac{65 \cdot 76}{2} - 6 \cdot 65 \right) =$$

$$= 65 \cdot 70 - 65 \cdot 38 - 2^{71} + 64 + 2^{64} (65 \cdot 38 - 65 \cdot 6) =$$

$$= 65 \cdot 32 + 64 - 2^{71} + 2^{64} \cdot 65 \cdot 32 =$$

$$= -128 \cdot 2^{64} + 2^{64} \cdot 65 \cdot 32 + 65 \cdot 32 + 64 =$$

$$= 2144 + 2^{64} \cdot 1952 = \cancel{2144} + \cancel{2^{71} \cdot 64}$$

Ответ: $\cancel{2^{71} \cdot 64} + 2144$

$$2^{64} \cdot 1952 + 2144$$

$$\begin{array}{r} \times 65 \\ 32 \\ \hline 130 \\ 195 \\ \hline 2080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2080 \\ - 128 \\ \hline 1952 \end{array}$$

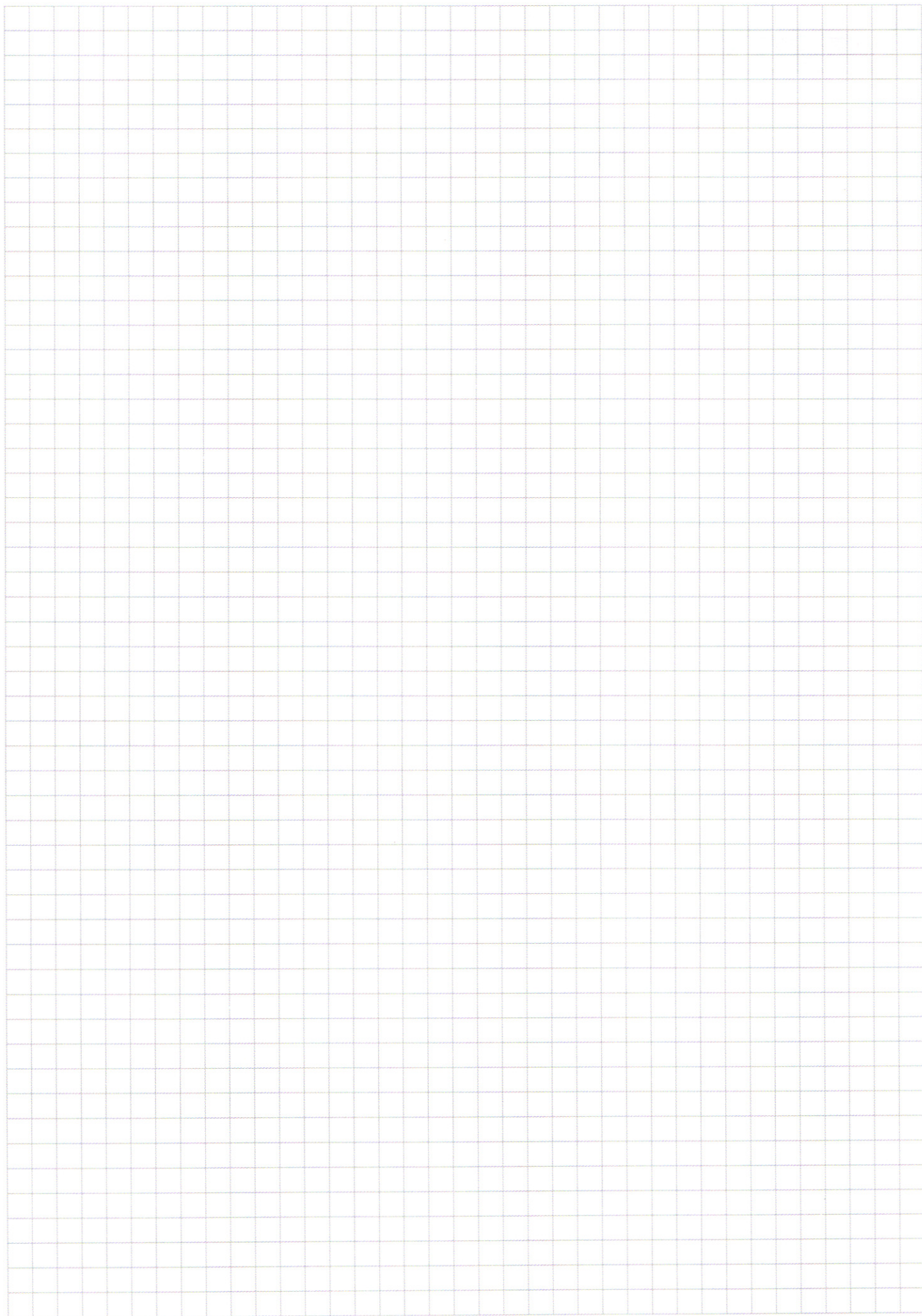
N2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\begin{aligned} \sin(14x - 3x) &= \sin 14x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \cos 14x \\ \cos(14x - 3x) &= \underbrace{\cos 14x}_a \cdot \underbrace{\cos 3x}_b + \underbrace{\sin 14x}_c \cdot \underbrace{\sin 3x}_d \end{aligned}$$

$$ab + cd - b - (cb - d \cdot a) = \sqrt{2} a$$

$$b(a - c) - d(a - c) = \sqrt{2} a + b$$



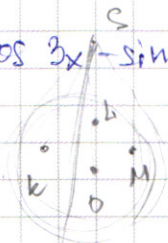
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1952 = 2 \cdot 976$
 $2 \cdot 2 \cdot 488$
 $2^3 \cdot 244$
 $2^4 \cdot 122$
 $2^5 \cdot 61$
 488
 $2^6 \cdot 30.264$
 $2^7 \cdot 15.132$
 $2^8 \cdot 7.566$
 $2^9 \cdot 3.783$
 $2^{10} \cdot 1.891.5$
 $2^{11} \cdot 945.75$
 $2^{12} \cdot 472.875$
 $2^{13} \cdot 236.437.5$
 $2^{14} \cdot 118.218.75$
 $2^{15} \cdot 59.109.375$
 $2^{16} \cdot 29.554.687.5$
 $2^{17} \cdot 14.777.343.75$
 $2^{18} \cdot 7.388.671.875$
 $2^{19} \cdot 3.694.335.937.5$
 $2^{20} \cdot 1.847.167.968.75$
 $2^{21} \cdot 923.583.984.375$
 $2^{22} \cdot 461.791.992.187.5$
 $2^{23} \cdot 230.895.996.093.75$
 $2^{24} \cdot 115.447.998.046.875$
 $2^{25} \cdot 57.723.999.023.437.5$
 $2^{26} \cdot 28.861.999.511.718.75$
 $2^{27} \cdot 14.430.999.755.859.375$
 $2^{28} \cdot 7.215.499.877.929.687.5$
 $2^{29} \cdot 3.607.749.938.964.843.75$
 $2^{30} \cdot 1.803.874.969.482.421.875$
 $2^{31} \cdot 901.937.484.741.210.937.5$
 $2^{32} \cdot 450.968.742.370.605.468.75$
 $2^{33} \cdot 225.484.371.185.302.734.375$
 $2^{34} \cdot 112.742.185.592.651.367.187.5$
 $2^{35} \cdot 56.371.092.796.325.683.593.75$
 $2^{36} \cdot 28.185.546.398.162.841.796.875$
 $2^{37} \cdot 14.092.773.199.081.420.898.437.5$
 $2^{38} \cdot 7.046.386.599.540.710.449.218.75$
 $2^{39} \cdot 3.523.193.299.770.355.224.609.375$
 $2^{40} \cdot 1.761.596.649.885.177.612.304.687.5$
 $2^{41} \cdot 880.798.324.942.588.806.152.152.343.75$
 $2^{42} \cdot 440.399.162.471.294.403.076.076.171.875$
 $2^{43} \cdot 220.199.581.235.647.201.538.038.085.937.5$
 $2^{44} \cdot 110.099.790.617.823.600.769.019.017.968.75$
 $2^{45} \cdot 55.049.895.308.911.800.384.509.508.984.375$
 $2^{46} \cdot 27.524.947.654.455.900.192.254.754.492.187.5$
 $2^{47} \cdot 13.762.473.827.227.950.096.127.377.246.093.75$
 $2^{48} \cdot 6.881.236.913.613.975.048.063.688.623.046.875$
 $2^{49} \cdot 3.440.618.456.806.987.524.031.844.311.523.437.5$
 $2^{50} \cdot 1.720.309.228.403.493.762.015.922.155.761.718.75$
 $2^{51} \cdot 860.154.614.201.746.881.007.961.077.878.859.375$
 $2^{52} \cdot 430.077.307.100.873.440.503.980.538.939.429.687.5$
 $2^{53} \cdot 215.038.653.550.436.720.251.990.269.469.714.843.75$
 $2^{54} \cdot 107.519.326.775.218.360.125.995.134.734.859.375$
 $2^{55} \cdot 53.759.663.387.609.180.062.997.567.369.629.687.5$
 $2^{56} \cdot 26.879.831.688.804.540.031.498.783.684.814.843.75$
 $2^{57} \cdot 13.439.915.844.402.270.015.749.391.842.407.421.875$
 $2^{58} \cdot 6.719.957.922.201.135.007.874.695.921.203.710.937.5$
 $2^{59} \cdot 3.359.978.961.100.567.503.937.347.960.601.855.468.75$
 $2^{60} \cdot 1.679.989.480.550.283.751.968.695.980.300.927.734.375$
 $2^{61} \cdot 839.994.740.275.141.875.984.347.990.150.463.867.187.5$
 $2^{62} \cdot 419.997.370.137.570.937.992.173.995.075.231.731.937.5$
 $2^{63} \cdot 209.998.685.068.785.468.996.086.997.537.615.863.867.187.5$
 $2^{64} \cdot 104.999.342.534.392.734.498.043.498.768.807.931.933.593.75$
 $2^{65} \cdot 52.499.671.267.196.367.249.021.749.384.403.965.966.796.875$
 $2^{66} \cdot 26.249.835.633.593.183.623.620.874.692.201.982.983.398.437.5$
 $2^{67} \cdot 13.124.917.816.796.591.811.810.437.346.100.991.491.699.218.75$
 $2^{68} \cdot 6.562.458.908.398.295.905.905.218.673.500.495.745.849.609.375$
 $2^{69} \cdot 3.281.229.454.199.147.952.952.609.336.750.247.872.924.804.687.5$
 $2^{70} \cdot 1.640.614.727.099.573.976.476.304.673.375.123.936.462.402.343.75$
 $2^{71} \cdot 820.307.363.549.786.988.238.152.336.687.612.617.231.201.171.875$
 $2^{72} \cdot 410.153.681.774.893.494.119.076.168.343.806.308.605.600.855.937.5$
 $2^{73} \cdot 205.076.840.887.446.747.059.538.084.171.653.152.302.734.375$
 $2^{74} \cdot 102.538.420.443.723.373.529.769.042.085.826.761.511.367.187.5$
 $2^{75} \cdot 51.269.210.221.861.686.764.884.521.042.913.380.755.683.593.75$
 $2^{76} \cdot 25.634.605.110.930.843.382.442.260.521.456.690.377.841.718.75$
 $2^{77} \cdot 12.817.302.555.465.421.691.221.130.260.728.345.188.920.859.375$
 $2^{78} \cdot 6.408.651.277.732.710.845.610.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{79} \cdot 3.204.325.638.866.355.422.805.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{80} \cdot 1.602.162.819.433.177.711.402.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{81} \cdot 801.081.409.716.588.855.701.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{82} \cdot 400.540.704.858.294.427.850.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{83} \cdot 200.270.352.429.147.213.925.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{84} \cdot 100.135.176.214.573.606.462.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{85} \cdot 50.067.588.107.286.803.231.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{86} \cdot 25.033.794.053.643.401.615.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{87} \cdot 12.516.897.026.821.700.807.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{88} \cdot 6.258.448.513.410.850.403.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{89} \cdot 3.129.224.256.705.425.201.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{90} \cdot 1.564.612.128.352.712.600.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{91} \cdot 782.306.064.176.356.300.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{92} \cdot 391.153.032.088.178.150.162.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{93} \cdot 195.576.516.044.089.075.081.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{94} \cdot 97.788.258.022.044.537.540.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{95} \cdot 48.894.129.011.022.268.770.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{96} \cdot 24.447.064.505.511.134.385.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{97} \cdot 12.223.532.252.755.671.692.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{98} \cdot 6.111.766.126.377.835.846.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{99} \cdot 3.055.883.031.188.917.923.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{100} \cdot 1.527.941.515.594.458.961.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{101} \cdot 763.970.757.797.229.479.480.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{102} \cdot 381.985.378.898.614.739.740.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{103} \cdot 190.992.689.449.307.369.870.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{104} \cdot 95.496.344.724.653.684.935.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{105} \cdot 47.748.172.362.326.842.467.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{106} \cdot 23.874.086.181.163.421.233.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{107} \cdot 11.937.043.090.581.710.616.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{108} \cdot 5.968.521.545.290.855.308.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{109} \cdot 2.984.260.772.645.427.654.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{110} \cdot 1.492.130.386.322.713.827.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{111} \cdot 746.065.193.161.356.913.825.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{112} \cdot 373.032.596.580.678.456.912.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{113} \cdot 186.516.298.290.339.228.456.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{114} \cdot 93.258.149.145.169.614.228.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{115} \cdot 46.629.074.572.548.307.114.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{116} \cdot 23.314.537.286.274.153.571.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{117} \cdot 11.657.268.643.137.076.785.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{118} \cdot 5.828.634.321.685.385.392.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{119} \cdot 2.914.317.160.842.692.696.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{120} \cdot 1.457.158.580.421.346.348.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{121} \cdot 728.579.290.210.673.173.174.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{122} \cdot 364.289.645.105.336.865.87.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{123} \cdot 182.144.822.527.668.432.937.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{124} \cdot 91.072.411.263.834.216.468.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{125} \cdot 45.536.205.631.917.108.234.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{126} \cdot 22.768.102.815.958.540.117.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{127} \cdot 11.384.051.407.979.270.058.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{128} \cdot 5.692.025.703.989.635.029.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{129} \cdot 2.846.012.851.994.817.514.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{130} \cdot 1.423.006.425.997.408.757.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{131} \cdot 711.503.212.998.704.378.825.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{132} \cdot 355.751.606.499.352.189.412.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{133} \cdot 177.875.803.249.676.094.706.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{134} \cdot 88.937.901.624.838.047.353.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{135} \cdot 44.468.950.812.419.023.676.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{136} \cdot 22.234.475.406.209.511.838.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{137} \cdot 11.117.237.703.104.755.919.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{138} \cdot 5.558.618.851.523.377.959.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{139} \cdot 2.779.309.425.761.688.979.825.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{140} \cdot 1.389.654.712.880.844.489.912.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{141} \cdot 694.827.356.440.422.244.956.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{142} \cdot 347.413.678.220.211.122.478.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{143} \cdot 173.706.839.110.105.561.239.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{144} \cdot 86.853.419.555.052.780.619.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{145} \cdot 43.426.709.777.526.390.309.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{146} \cdot 21.713.354.888.763.195.154.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{147} \cdot 10.856.677.444.381.597.772.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{148} \cdot 5.428.338.722.190.798.886.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{149} \cdot 2.714.169.361.095.399.443.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{150} \cdot 1.357.084.680.547.699.721.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{151} \cdot 678.542.340.273.849.860.860.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{152} \cdot 339.271.170.136.924.930.430.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{153} \cdot 169.635.585.068.462.465.215.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{154} \cdot 84.817.792.534.231.232.607.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{155} \cdot 42.408.896.267.115.616.303.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{156} \cdot 21.204.448.133.557.808.151.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{157} \cdot 10.602.224.066.778.904.075.825.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{158} \cdot 5.301.112.033.389.452.037.912.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{159} \cdot 2.650.556.016.694.726.018.456.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{160} \cdot 1.325.278.008.347.363.009.228.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{161} \cdot 662.639.004.173.681.504.614.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{162} \cdot 331.319.502.086.840.752.307.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{163} \cdot 165.659.751.043.420.376.153.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{164} \cdot 82.829.875.521.710.188.076.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{165} \cdot 41.414.937.760.855.094.038.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{166} \cdot 20.707.468.880.427.547.019.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{167} \cdot 10.353.734.440.213.773.509.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{168} \cdot 5.176.867.220.106.886.754.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{169} \cdot 2.588.433.610.053.443.377.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{170} \cdot 1.294.216.805.026.721.688.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{171} \cdot 647.108.402.513.360.844.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{172} \cdot 323.554.201.256.680.422.162.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{173} \cdot 161.777.100.628.340.211.081.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{174} \cdot 80.888.550.314.170.105.540.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{175} \cdot 40.444.275.157.085.052.770.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{176} \cdot 20.222.137.578.542.526.385.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{177} \cdot 10.111.068.789.271.263.192.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{178} \cdot 5.055.534.394.635.631.96.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{179} \cdot 2.527.767.197.317.815.98.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{180} \cdot 1.263.883.598.658.907.99.650.651.372.692.594.444.429.687.5$
 $2^{181} \cdot 631.941.799.329.453.998.325.325.686.346.297.222.214.843.75$
 $2^{182} \cdot 315.970.899.664.726.$

$$\cos 11x - \cos 3x = \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$



$$2 \cdot \cos 45^\circ \cdot \cos x$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) \cdot 8 = 10 \quad \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

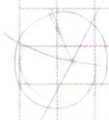
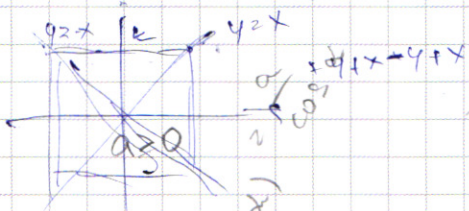
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 8 \cdot 10}{20} = \frac{4\sqrt{2}}{5} \cdot 10 = 8\sqrt{2}$$

N5

$$\begin{cases} |y-x-3| + |y+x-3| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &\geq x+3 \\ y &\geq -x+3 \end{aligned}$$

$$|y+x| + |y-x| = 2x$$



$$\frac{a}{\sin \alpha} = 10 = \frac{a}{\sin(90^\circ - \alpha)} \quad \cos \alpha = \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} &\leq 3 \\ 3 &\leq \sqrt{a} \leq 4 \\ 4 &\leq \sqrt{a} \leq 5 \end{aligned}$$

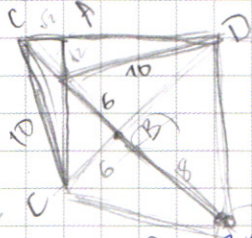
$$\sqrt{a} = 1$$

$$\geq 1 \text{ перс}$$

$$2 \text{ перс}$$

$$0 \text{ перс}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} &= 5 \\ \sqrt{a} &> \sqrt{5} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 10^2 - 6^2 - 6^2 &= 8 \\ 10^2 - 8 &= 92 \\ 92 - 10^2 &= -8 \end{aligned}$$

$$x(5 - \sqrt{2}) = x^2$$

$$\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5}$$

$$15407 = x(5 - \sqrt{2}) - 2$$

$$10^2 \cdot 10^2 = 10^4$$

$$2a \cdot (9-x) = 10^4 - x + 10^4$$

$$x - 10^4 \cdot x + 10^4 = 10^4 \cdot 9 + 10^4$$

$$10^4 \cdot 9 + 10^4$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)