

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad \boxed{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} \left(\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) \right) - \sqrt{2} \left(\cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$-2 \sin \frac{11x + \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} \sin \frac{11x + \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4}}{2} = \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$\cos 14x = \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$-2 \sin 4x \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(14x + \frac{\pi}{2} \right) = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2 \sin 4x \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(14x + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$2 \sin 4x \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \left(\sin 4x + \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$I \quad 2 \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad \text{или} \quad II \quad \sin 4x + \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \pi k - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}$$

$$\sin 4x + \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$2 \sin \frac{4x + 7x + \frac{3\pi}{4}}{2} \cos \frac{4x - 7x - \frac{3\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{11x + \frac{3}{4}\pi}{2} = 0$$

$$\text{или} \quad \cos \frac{-3x - \frac{3}{4}\pi}{2} = 0$$

$$\frac{11x + \frac{3}{4}\pi}{2} = \pi k$$

$$\frac{-3x - \frac{3}{4}\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$11x + \frac{3}{4}\pi = 2\pi k$$

$$11x = 2\pi k - \frac{3}{4}\pi$$

$$-3x - \frac{3}{4}\pi = \pi + 2\pi n$$

$$x = \frac{2\pi k}{11} - \frac{3}{44}\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-3x = \frac{7}{4}\pi + 2\pi n$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi k}{11} - \frac{3}{44}\pi; \quad x = -\frac{7}{12}\pi - \frac{2}{3}\pi n$$

$$x = -\frac{7}{12}\pi - \frac{2}{3}\pi n; \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg(x)} = y^{2\lg(xy)} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

Возьмем $\lg$ от 1-го уравнения:

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg(x)} = \lg y^{2\lg(xy)}$$

$$\lg(x) \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = \lg y \lg(xy)^2$$

$$\lg(x) (\lg(y^5) - \lg(x)) = 2 \lg(x) \lg(y) + 2 \lg^2(y)$$

$$3 \lg(x) \lg(y) - \lg^2(x) - 2 \lg^2(y) = 0$$

$$\lg(x) = a; \quad \lg(y) = b$$

$$3ab - a^2 - 2b^2 = 0 \quad | : b^2 \neq 0$$

$$3\frac{a}{b} - 2 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 0$$

$$\frac{a}{b} = t \Rightarrow -t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 1 \\ \frac{a}{b} = 2 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

обр. записка.

1) $a=b \Rightarrow \lg(x) = \lg(y) \Rightarrow x=y \Rightarrow$ подставить во
2 ур-е системы:

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$8x - 8x^2 = 0 \quad | : (-1)$$

$$8x - 8x^2 = 0$$

$$8x(x-1) = 0$$

$$x=0 \quad ; \quad x=1$$

$x=0$ не ур. О.Д.З., что $\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ xy > 0 \end{array} \right.$
Значит, первое уравнение: $\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ xy > 0 \end{array} \right.$

$$x=1, y=1.$$

2) $\frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a=2b \Rightarrow \lg(x) = 2\lg(y) \Rightarrow \lg(x) = \lg(y^2) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x=y^2$ подставить во 2 ур-е:

$$(y^2)^2 - 2y^2y - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

Гадает корень: $y=3$

$$81 - 54 - 63 + 36 = 0 \quad - \text{да.}$$

$$\begin{array}{r|l} y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y & y-3 \\ - y^3 & \\ \hline y^3 - 7y^2 + 12y & \\ - y^3 + 3y^2 & \\ \hline -4y^2 + 12y & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 7y^2 \\ - y^3 + 3y^2 \\ \hline -4y^2 + 12y \end{array}$$

$$\frac{-4y^2 + 12y}{0}$$

Получаем:

$$(y-3)(y^3 + y^2 - 4y) = 0$$

$$y(y-3)(y^2 + y - 4) = 0$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

Получим корни

$$y_1 = 0 \quad - \text{не пойд. по } 0, 2, 3.$$

$$y_2 = 3 \quad - \text{пойд. } \Rightarrow x = y^2 = 9$$

$$y_3 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad - \text{пойд. } \Rightarrow x = y^2 = \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4}$$

$$y_4 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \quad - \text{не пойд., т.к. } xy > 0 \text{ по } 0, 2, 3., \text{ но}$$

$$x = y^2 \Rightarrow x > 0, \text{ а } y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

Ответ: $(1; 1); (3; 9); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4}\right)$.

№4.

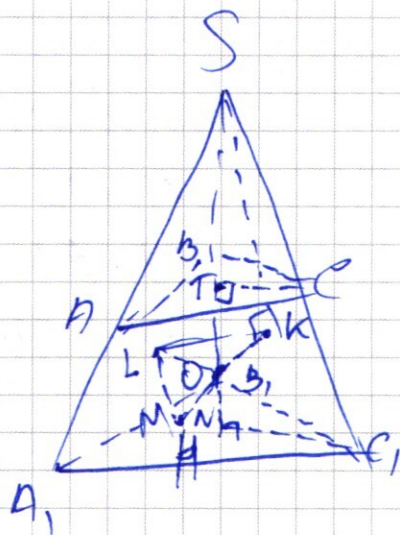
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано: $S_{ABC} = 1$
 $S_{A_1B_1C_1} = 4$

$\angle KSO = ?$

$S_{сер} = ?$



Решение:

1) $\angle KSO = ?$ По усл.: $SO \perp (ABC)$, $SO \perp (A_1B_1C_1)$. Также сфера касается этих плоскостей, значит, прямая SO содержит диаметр сферы. $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$, так как они оба $\perp SO$ и лежат в параллельных плоскостях. Т.к. $\frac{S_2}{S_1} = 4$, то стороны относятся как 2 к 1. Рассм. на (STC) $\frac{NC}{TC} = 2 \Rightarrow$

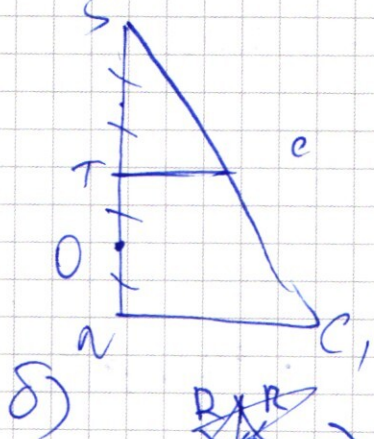
$\Rightarrow ST = TO$, но $TO = ON$ как $R \Rightarrow TC$

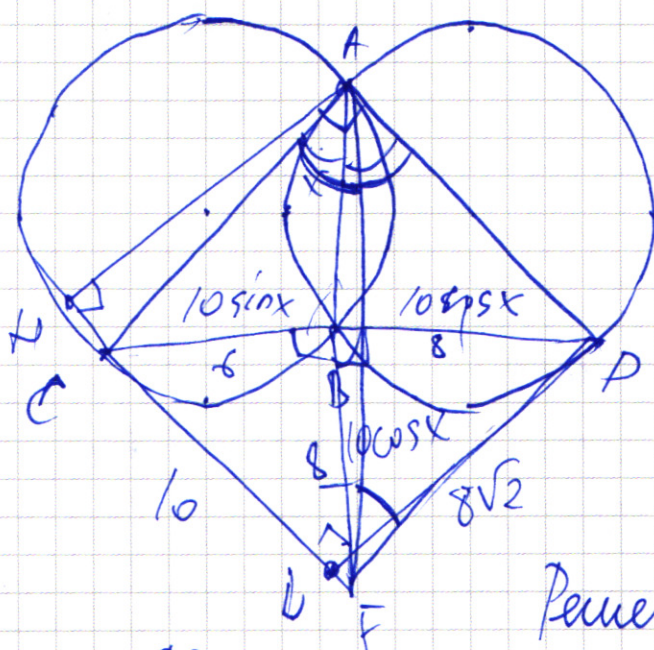
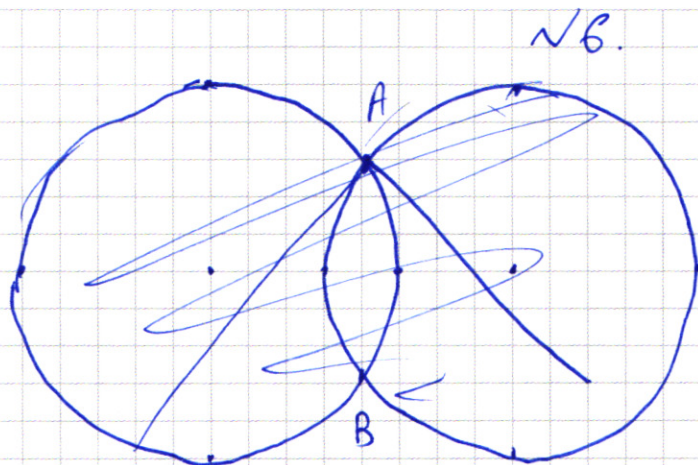
$\Rightarrow SN = 4R \Rightarrow SO = 3R$

Отрезок OK равен R и $\perp (OSC) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$. Ответ: $\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

Можно описать сферу в центр впис. окр $\triangle LKM$.





Дано: $R=5$

$\angle CAD=90^\circ$

$BF=BD$

$BF \perp CD$

$CF=?$

Решение:

Пусть $\angle CAB=x$, тогда $\angle BAD=90-x$;

По теореме синусов для $\triangle ABC$: $\frac{CB}{\sin x} = 2R = 10 \Rightarrow$

По т. синусов для $\triangle ABD$:

$\sin x$

$\Rightarrow CB=10 \sin x$

$\frac{BD}{\sin \angle BAD} = 2R = 10$

$\sin \angle BAD = \sin (90-x) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = \cos x \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BD}{\cos x} = 10 \Rightarrow BD = 10 \cos x$

$BF=BD$ (по усл.), $BF \perp CB$ (по усл.) $\Rightarrow \angle CBF=90^\circ$ и

и $BF=BD=10 \cos x$

Тогда по теореме Пифагора:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = (10 \sin x)^2 + (10 \cos x)^2 =$$

$$= 100 \sin^2 x + 100 \cos^2 x = 100 (\sin^2 x + \cos^2 x) = 100.$$

$$\Rightarrow CF = \sqrt{100} = 10$$

Ответ: $CF = 10$.

8) $BC = 6$ $S_{\Delta ACF} = ?$

$$BC = 6$$

$$BC = 10 \sin x$$

$$\Rightarrow 10 \sin x = 6 \Rightarrow \sin x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$BD = 10 \cos x = \frac{10 \cdot 4}{5} = 8 \Rightarrow$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow FD^2 = \sqrt{2 \cdot 8^2} \text{ (по т. Пиф.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow FD = 8\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta APC} = S_{\Delta CDF} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6}{2} = 192$$

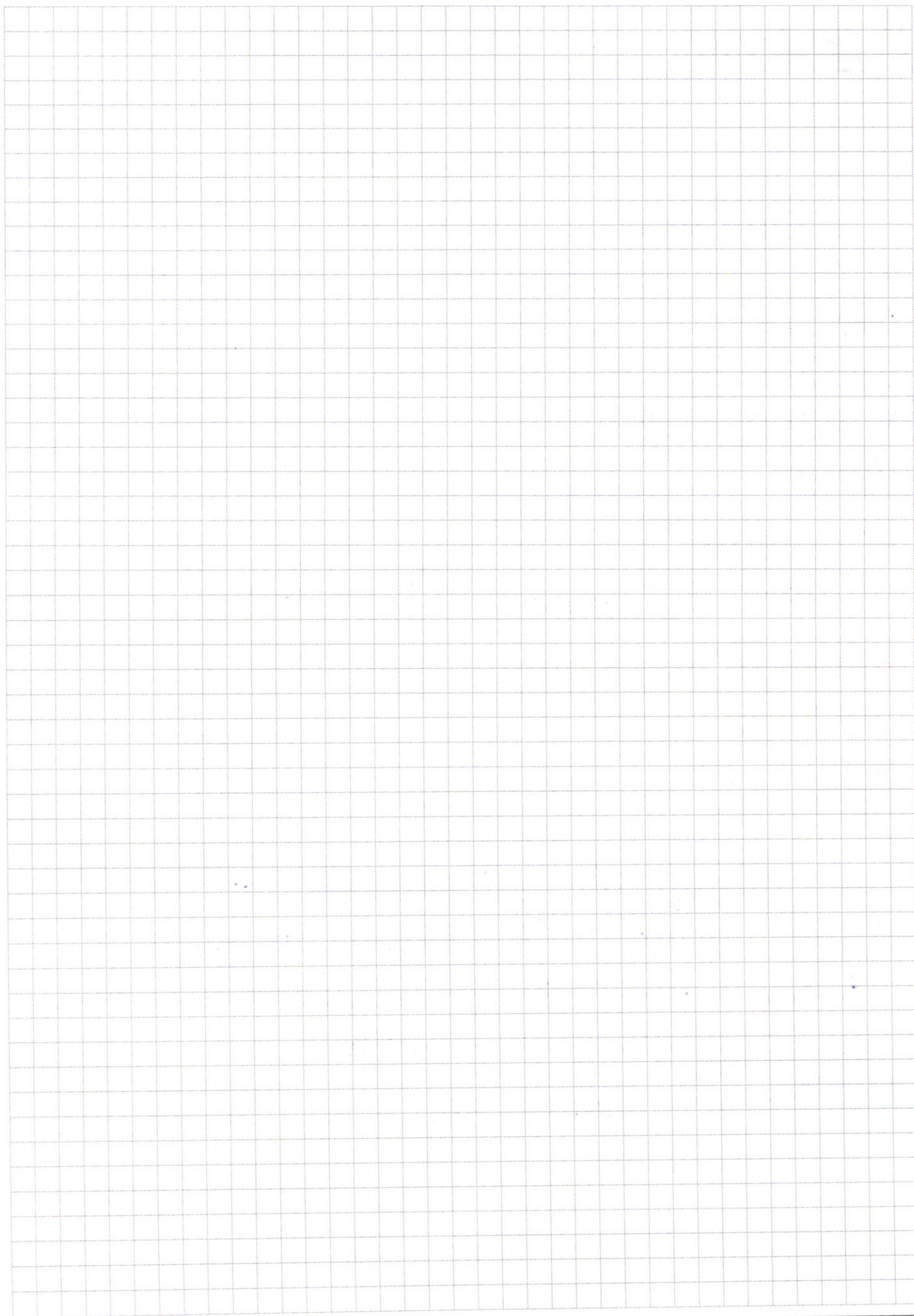
$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 3 \\ \hline 192 \end{array}$$

↓ т.к. CF - общ., ~~$AN = LP$, где $AN \perp$~~

$\angle AFD = \angle CAF \Rightarrow CF \parallel AP \Rightarrow$ расстояния

от точки C до AP равно расстоянию точки F до $AP \Rightarrow$ высоты тоже равны.

Ответ: ~~792~~ $S_{\Delta APC} = 192$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$3375 = 5^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ Восьмизначное число
состоит из набора цифр:

555 333 11 или 555 93777

Количество возможных чисел из первого набора:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} =$$

$$3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 2! =$$

$$= 9 \cdot 2^3 = 72$$

количество чисел второго набора:

$$3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! = 9 \cdot 4 = 36$$

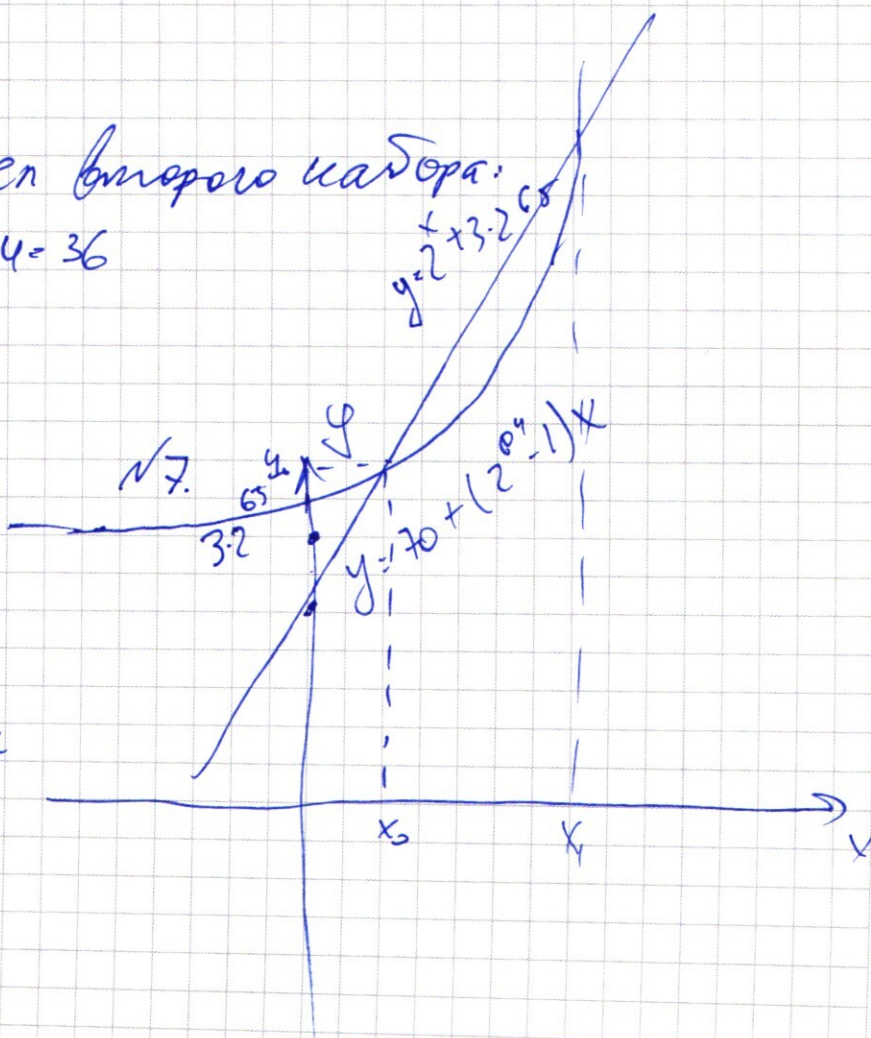
$$\text{Всего: } 72 + 36 = 108$$

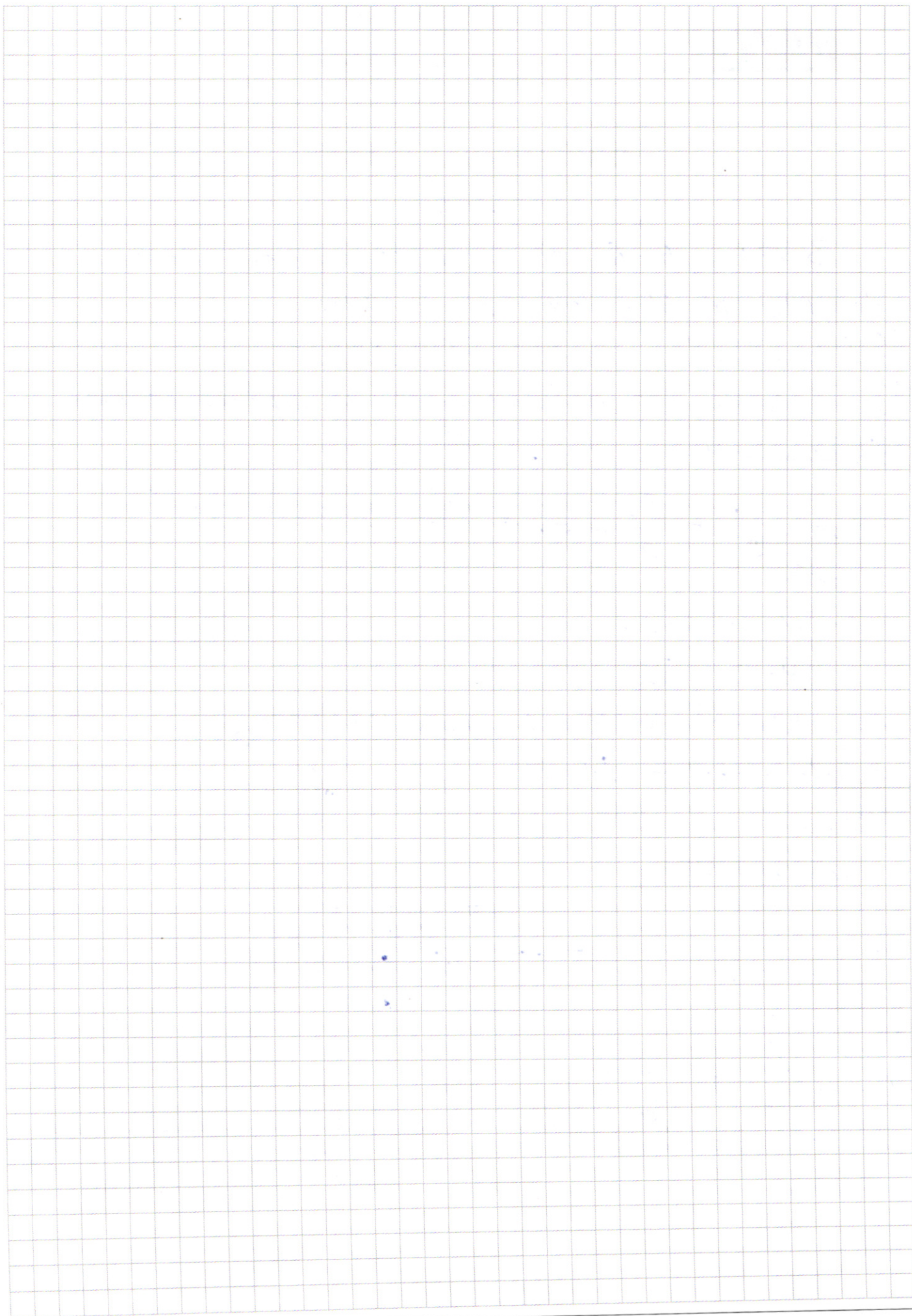
Ответ: 108.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 \cdot 2^{64} + 70x = 0$$





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & -a) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & -b) \end{cases}$$

$$(1) \quad |y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$y-3-x=0$$

$$y = x+3$$

$$y-3+x=0$$

$$y = 3-x$$

$$I \quad y > x+3$$

$$y > 3-x$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$2y - 6 = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6 \text{ - прямая}$$

$$II \quad y > x+3 \quad y < 3-x \Rightarrow x < y-3, x < 3-y$$

$$y-3-x + (-(y-3+x)) = 6$$

$$y-3-x-y+3+x = 6$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$III \quad y < x+3 \quad y > 3-x$$

$$-y+3+x + y-3+x = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

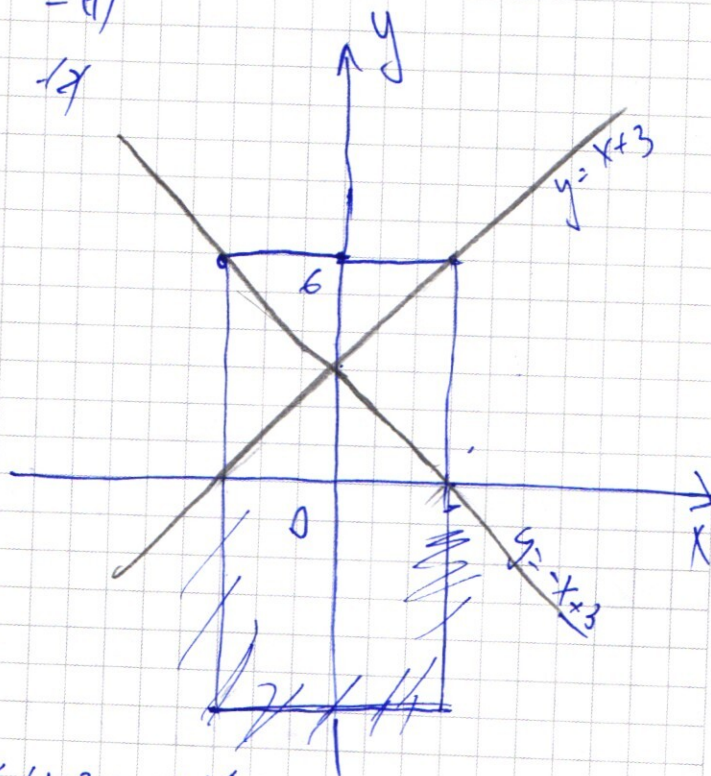
$$x > y-3, x > 3-y$$

$$IV \quad y < x+3 \quad y < 3-x$$

$$-y+3+x - y+3-x = 6$$

$$-2y + 6 = 6$$

$$-2y = 0 \quad y = 0$$



$$2) (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$I \quad x \geq 0, y \geq 0$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

II $x < 0$ $y < 0$

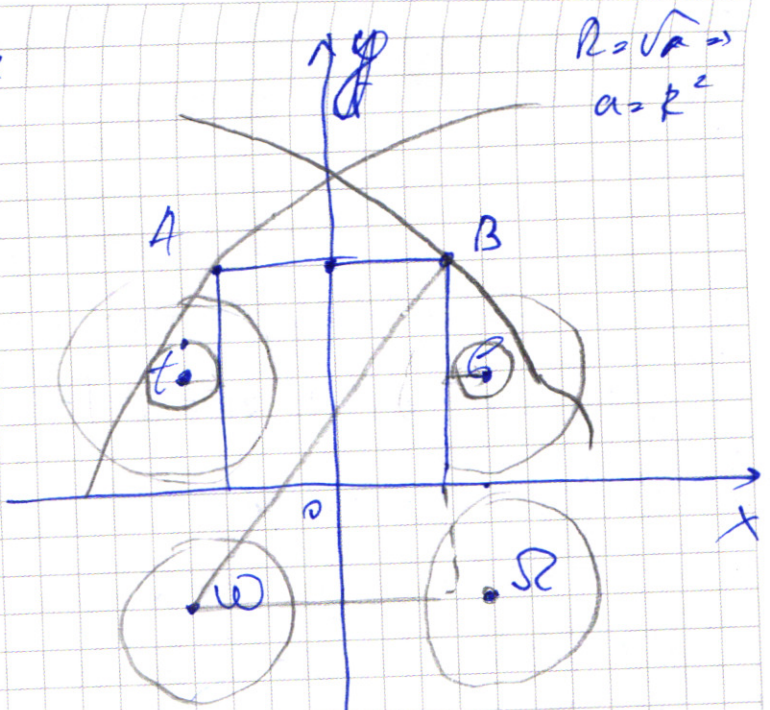
$$(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$$

IV $x > 0$ $y < 0$

$$(x-4)^2 + (-y-3)^2 = 9$$

$$\text{IV } x < 0, y < 0$$

$$(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = 25$$



В итоге получаемая фигура, которая отображает окр. с $R = \sqrt{a}$ и $x_0 = 4, y_0 = 3$ относительно осей X, Y .

Два решения ровно будет при $R=1$ (касание с квадратом) и тогда окружности ω и Ω будут проходить через точки A и B . $R = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$. При этом окр. ω и Ω касаются кв. не будут, т.к. $R = \sqrt{130} > 1$.

$R = \sqrt{130} \rightarrow p(A; \text{terima}) \text{ i } R = \sqrt{130} = 11.40175425$
 $\sigma^2 = 130$

Omben: $a = 1$, $a = \sqrt{130}$ $a = \sqrt{130}$

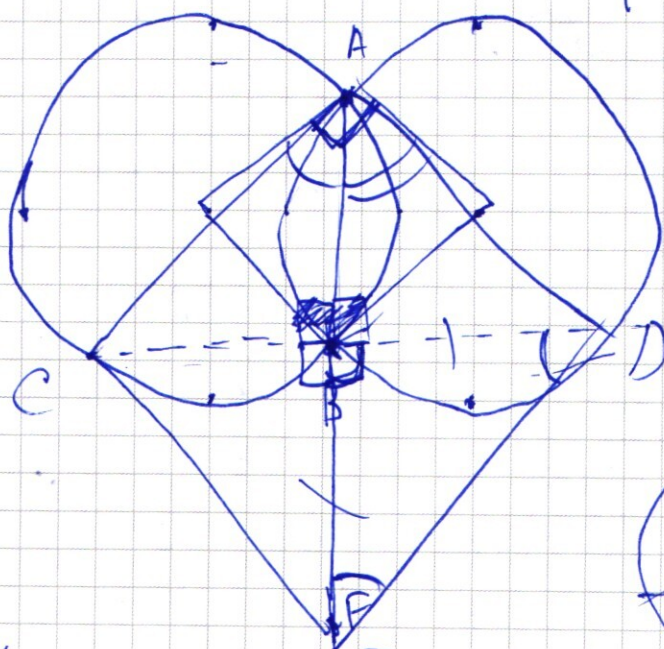
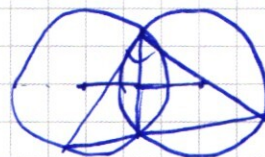
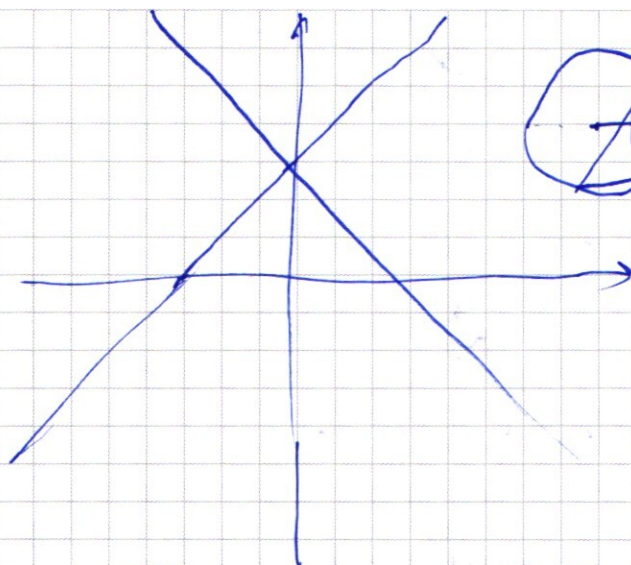
$$a = 130.$$

N6.

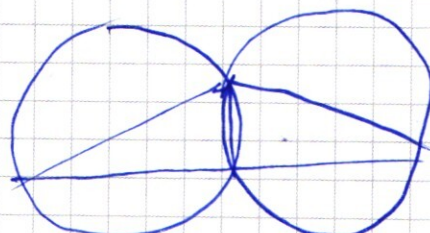
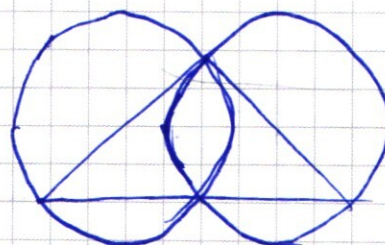
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y = 3x$$

$$y = -x + 3$$



CP-2



$$\angle CAB + \angle BAD = 90^\circ \quad \angle CAB = x ; \angle BAD = \left(\frac{17}{2} - x\right)$$

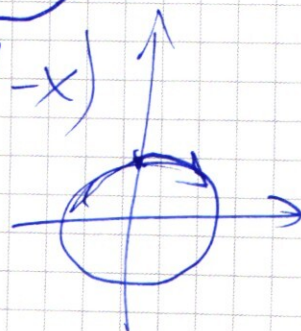
$$\frac{CB}{\dots} = 2R ; \frac{\cancel{CB}}{\dots} = 2R$$

$$\sin x = \sin(\pi - x)$$

$$\frac{CB}{\sin x} = \frac{BD}{\sin y} \quad \frac{CB}{\sin x} = \frac{BD}{\sin y}$$

$$\frac{CB}{\sin X} = \frac{BD}{\cos X} \Rightarrow \frac{CB}{\sin X} = \frac{BD}{\cos X}$$

$$= \frac{CB^2}{\sin^2 X} + \frac{BD^2 \sin^2 X}{\cos^2 X} = CB^2 + BD^2 =$$



ААА ВВВ СС ААА ВВВ

А 3.3.3/1.

3.3.3.2.2.2.2.11

С 6

$$R=5$$

$$\frac{CB}{\sin x} = 2R = 10$$

$$CB = 10 \sin x$$

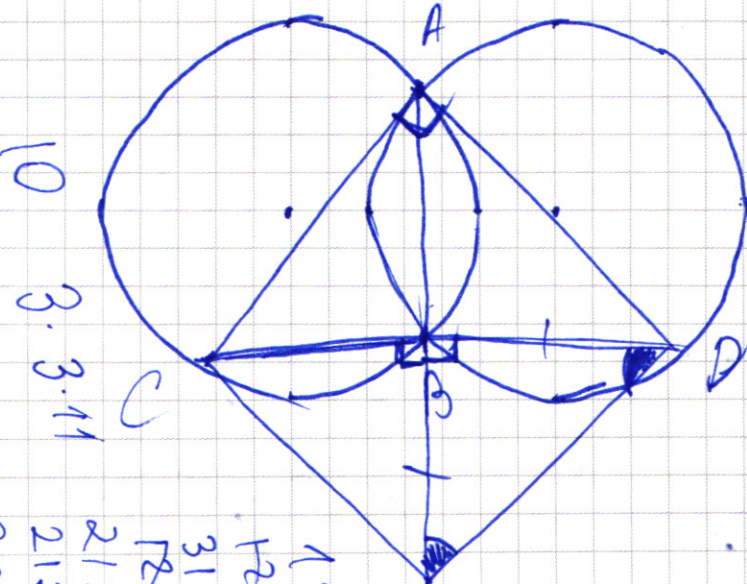
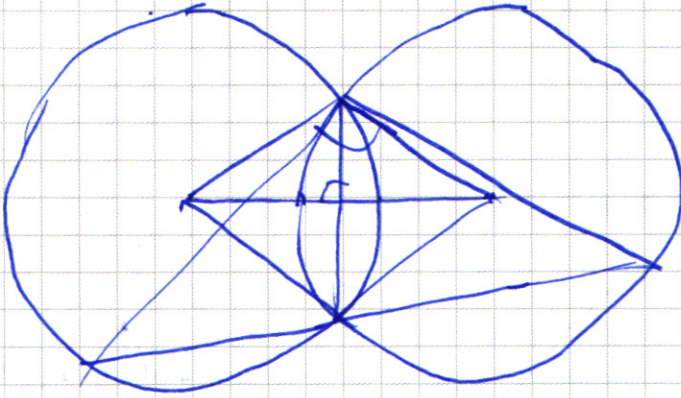
$$\frac{BD}{\sin(\frac{\pi}{2} - x)} = 10$$

$$DB = 10 \cos x$$

$$CF = CB^2 + BD^2 = 100 \sin^2 x + 100 \cos^2 x = 100$$

3.3.3.3.3.3
3.3.3.3.3.3

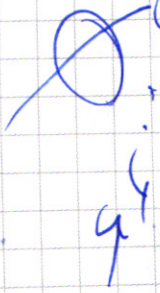
12345678
8.7.6.5.4.3.2
12312312
(802 + 10^2 = 64.2 + 10
208 0/ 10 8 14



10 3.3.11

1223 2312
1232 1322
3122 2311
1232 2311
2132
2123
3212
3221
2321

111 222 333
12121233



С 3
3 жана

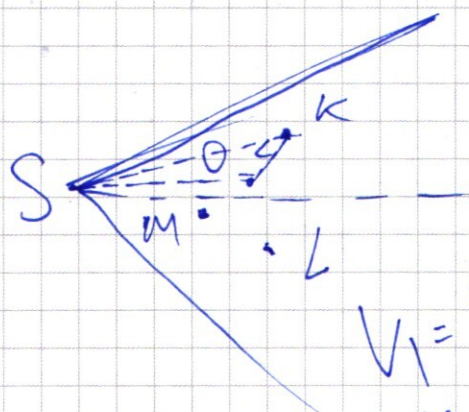
1223 2312
1232 1322
3122 2311
1232 2311
2132
2123
3212
3221
2321
1222 2312
1222 2312
2122 2312
2221 2312
1222 2312
2122 2312
2221 2312
1222 2312
2122 2312
2221 2312

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~16 = 16~~ $x = 3$

$$81 - 54 - 63 + 36$$

$$27 \quad - 27$$

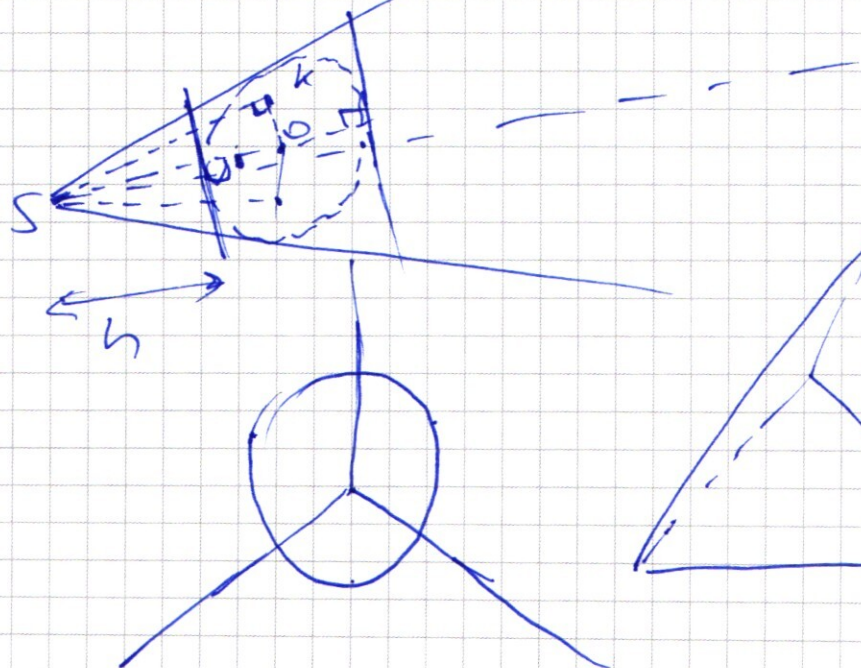


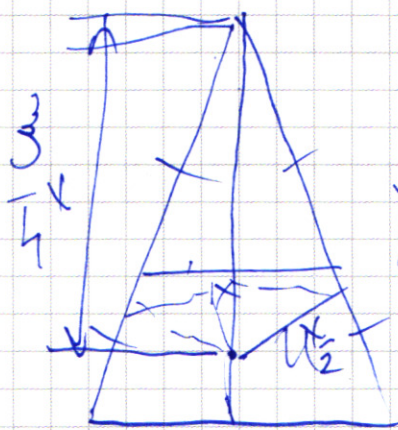
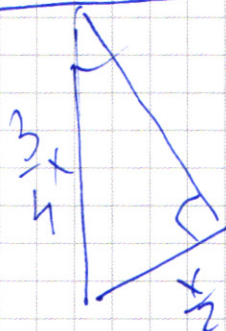
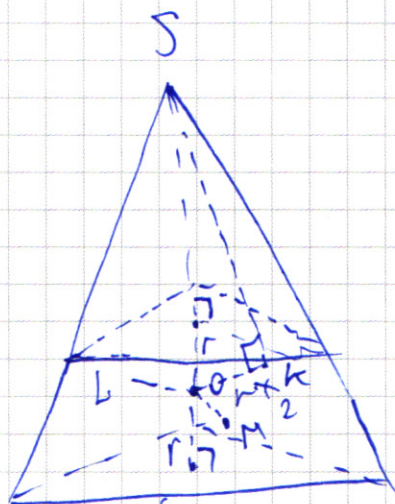
$\angle KSO$

Сеч. плоскостью
KLM. - ?

$$V_1 = \frac{1}{3} h \cdot S_1$$

$$V_2 = \frac{1}{3} (h + 2r) \cdot S_2$$



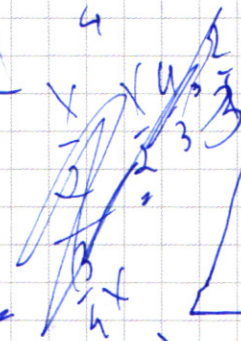


$$\frac{S_2}{S_1} = 4 = k^2$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = \frac{9}{6} = 2 = k$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\frac{x}{2} \cdot \frac{2x}{3x}}{\frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{\frac{x}{2} \cdot \frac{4}{3x}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} \quad \alpha = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 \text{ abcdefgh} \\ \text{ab cdefgh} = 3375$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 125 \\ \hline 875 \\ 250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 25 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ - 30 \\ \hline 37 \\ - 35 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ - 675 \\ \hline 135 \\ - 135 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$11333555 \\ C_2' \cdot C_3' \cdot C_3' =$$

$$= \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{3!}{2!} \cdot \frac{3!}{2!} = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$\begin{array}{l} 11333555 \\ 13133555 \\ 31133555 \\ 3313555 \\ 53135531 \end{array}$$

$$5 \times \times \times \times 55 \times$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$- C_2' - C_3' - C_3'$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta =$$

$$= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

N2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$- 2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} - \left(2 \sin \frac{11x-3x}{2} \cos \frac{11x+3x}{2} \right)$$

$$- (\sin 11x - \sin 3x) =$$

$$= - \left(2 \sin \frac{11x-3x}{2} \cos \frac{11x+3x}{2} \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$= 2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$- 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \cos 14x &= \sqrt{2} \cos(2 \cdot 7x) = \\ &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \end{aligned}$$

$$\frac{x}{x-4} - \frac{3y}{y-4}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg(x)} = y^{\frac{b}{a} \lg(xy)}$$

$$y^{5 \lg(x)} = x^{\frac{5 \lg(x)}{2 \lg(xy)}} = y^{\lg(xy)^2} \quad b = \frac{\lg c}{\lg a}$$

$$y^{2 \lg(xy) \cdot \lg(x)} = y^{2 \lg(x) + \lg y}$$

$$y^{2 \lg(x)} \cdot y^{2 \lg(y)} = y^{2 \lg(x) + \lg y}$$

$$\lg x = \lg \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x}$$

$$\lg x \cdot \lg \left(\frac{y^5}{x} \right) = \lg(xy) \cdot \lg(y^2)$$

Возьмем $\lg$ от обеих частей ур-е

$$\lg(x) \cdot (\lg(y^5) - \lg(x)) = 2(\lg(x) + \lg(y)) - 2\lg(y)$$

$$\lg(x) \cdot (5\lg(y) - \lg(x)) = 4\lg(x)\lg(y) + 2\lg^2(y)$$

$$(2\lg(x) + 2\lg(y)) \lg y$$

$$5\lg(x)\lg(y) - \lg^2(x) = 2\lg(x)\lg(y) + 2\lg^2(y)$$

$$3\lg(x)\lg(y) - \lg^2(x) - 2\lg^2(y) = 0$$

$$\lg(x) = a; \lg(y) = b$$

$$3ab - a^2 - 2b^2 = 0 \quad | : b^2 \neq 0$$

$$3\frac{a}{b} - 2 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 0$$

$$\frac{a}{b} = t$$

$$-t^2 + 3t - 2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-1)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b \\ \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \end{cases}$$