

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓✓① [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

ПРОВЕРКА!

- ✓✓② [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

✓

- ✓③ [5 баллов] Решите систему уравнений

проверить!

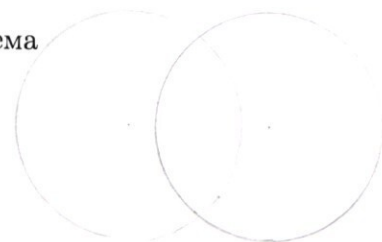
$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

✓ (4;3) (2;2) (2-√2; 2-√2)

- ✗④ [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

- ✓⑤ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$



имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{2}$

$$\cos 77x - \cos 3x - \sin 77x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 79x$$

$$\cos 77x - \cos 3x - (\sin 77x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 79x$$

$$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 79x$$

$$\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 79x$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 79x$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos^2 4x - \sin^2 4x)$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 2x - \cos 2x)) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sin 4x + \sin (2x - \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) \cdot 2 \cos (\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) \sin (-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$2 \sqrt{2} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos (\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cdot \sin (-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\begin{cases} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos (\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \sin (\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\left\{ \begin{aligned} x &= -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \\ x &= \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi l}{11} \\ x &= \frac{5}{72}\pi + \frac{2\pi m}{3} \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} x &= -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \\ x &= \frac{5}{44}\pi + \frac{2\pi l}{11} \\ x &= \frac{\pi}{72} + \frac{2\pi m}{3} \end{aligned} \right.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi l}{11}, l \in \mathbb{Z};$

~~$\frac{\pi}{72} + \frac{2\pi m}{3}, m \in \mathbb{Z};$~~

√
простое

Разложим 3375 на ^{простое} множители.

$3375 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$. Получается что произведение цифр восьмизначного числа равного 3375, оно должно иметь следующие цифры:

11333555. Посчитаем количество комбинаций таких ~~чисел~~ чисел, ~~из~~ игнорируя тот факт, что есть одинаковые цифры. Получается 8!

Рассмотрим следующие факты:

- 1) Единица встречается в числе 2 раза. Если в числе написать единицы местами, число не изменится. Значит, чтобы учесть это ~~необходимо~~ поделить 8! на число перестановок единиц между собой, то есть на 2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Пирамка встречается в числе 3 раза.
Аналогично п. 1 чтобы это учесть
поделим $8!$ на число перестановок
~~среди~~ точек между собой,
~~то есть~~ на $3!$

3) Аналогично п. 2 поделим $8!$
на $3!$, чтобы учесть и запятые.
Учитывая ~~что~~ пункты 7-3, пос-
читаем число N подходящих чисел:

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \overbrace{4}^2 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 8 \cdot 8} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$$

Ответ: 560 чисел.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/4} = y^{2/9} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 72y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 72y = 0$$

$$x^2 - x(2y + 4) - (3y^2 - 72y) = 0$$

$$D = (2y + 4)^2 + 4(3y^2 - 72y) = 4y^2 + 16y + 16 +$$

$$+ 12y^2 - 288y = 16y^2 - 32y + 16 = 16(y - 1)^2$$

$$\sqrt{D} = 4y - 4$$

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} \\ x = \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = 4 - y \end{cases}$$

Един $x = 3y$:

$$1) \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg 2y}$$

ОДЗ: $x > 0$, ~~$y > 0$~~ $y > 0$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

Применим логарифмы от обеих частей:

$$\lg\left(\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y}\right) = \lg(y^2)^{\lg 3y^2}$$

$$\lg(3y) \cdot \lg\left(\frac{y^4}{3}\right) = 2 \lg 3y^2 \cdot \lg y$$

$$(\lg y + \lg 3)(4 \lg y - \lg 3) = (4 \lg y + 2 \lg 3) \cdot \lg y$$

Пусть $\lg y = a$. Тогда:

$$(a + \lg 3)(4a - \lg 3) = (4a + 2 \lg 3) \cdot a$$

Пусть $\lg 3 = b$. Тогда:

$$(a + b)(4a - b) = (4a + 2b) \cdot a$$

$$4a^2 - ab + 4ab - b^2 = 4a^2 + 2ab$$

$$3ab - b^2 = 2ab$$

$$ab = b^2$$

$$b \neq 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow \lg y = \lg 3$$

Значит $y = 3$, а $x = 9$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Есть $x = 4 - y$

$$1) \left(\frac{y^5}{4-y} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg x}$$

ОДЗ: $x > 0, y \in (0; 4)$

$$\left(\frac{y^5}{4-y} \right)^{\lg(4-y)} = y^{2 \lg(y(4-y))}$$

Возьмём логарифм от обеих частей:

$$\lg \left(\left(\frac{y^5}{4-y} \right)^{\lg(4-y)} \right) = \lg \left(y^{2 \lg(y(4-y))} \right)$$

$$\lg(4-y) \cdot \lg \left(\frac{y^5}{4-y} \right) = 2 \lg(y(4-y)) \cdot \lg y$$

$$\lg(4-y) \cdot (5 \lg y - \lg(4-y)) = \lg y \cdot (2 \lg y + 2 \lg(4-y))$$

Положим $\lg y = d, \lg(4-y) = n$

$$n \cdot (5d - n) = d(2d + 2n)$$

$$5nd - n^2 = 2d^2 + 2nd$$

$$2d^2 - 3nd + n^2 = 0$$

Найдём d через n :

$$1) = 9n^2 - 8n^2 = n^2 \quad \sqrt{n} = n$$

$$\begin{cases} d = \frac{3n+n}{4} \\ d = \frac{3n-n}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = n \\ d = \frac{n}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg y = \lg(4-y) \\ \lg y = \frac{1}{2} \lg(4-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 - x \\ y = \sqrt{4 - x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y = 4 \\ y^2 = 4 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \Rightarrow x = 4 - 2 = 2 \\ y^2 + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Решим $y^2 + y - 4 = 0$:

$$D = 1 + 16 = 17 \quad \sqrt{D} = \sqrt{17}$$

$$\begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ не подходит, т.к. } \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$\text{Значит } y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}, \text{ а } x = \frac{4 - \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: пара $x = 4, y = 3$; пара $x = 2, y = 2$;
пара $x = \frac{4 - \sqrt{17}}{2}, y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$.

✓5

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

Изобразим множество точек, удовлетворяющих первому уравнению на координатной плоскости.

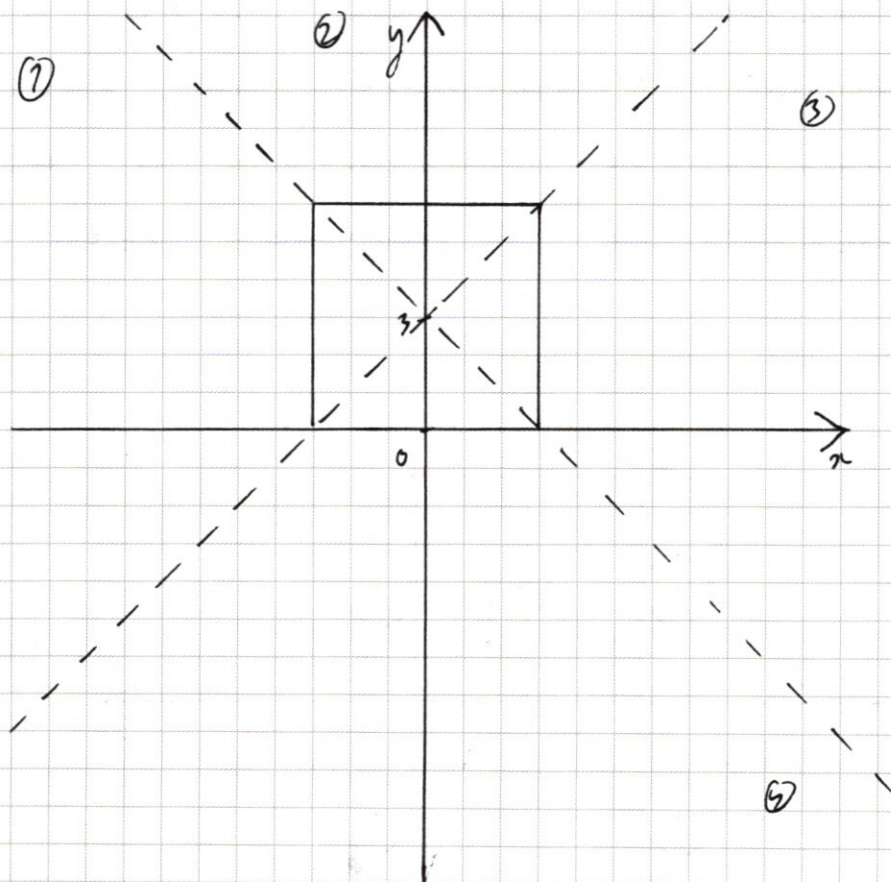
(на следующей странице). ~~Рассмотрим~~

~~множество~~ в ~~соответствии~~. Для этого

~~рассмотрим~~ раскроем модуль в соответствии

с нулевой частью плоскости $(7-4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} 1) \quad y - 3 - x - y + 3 - x &= 5 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

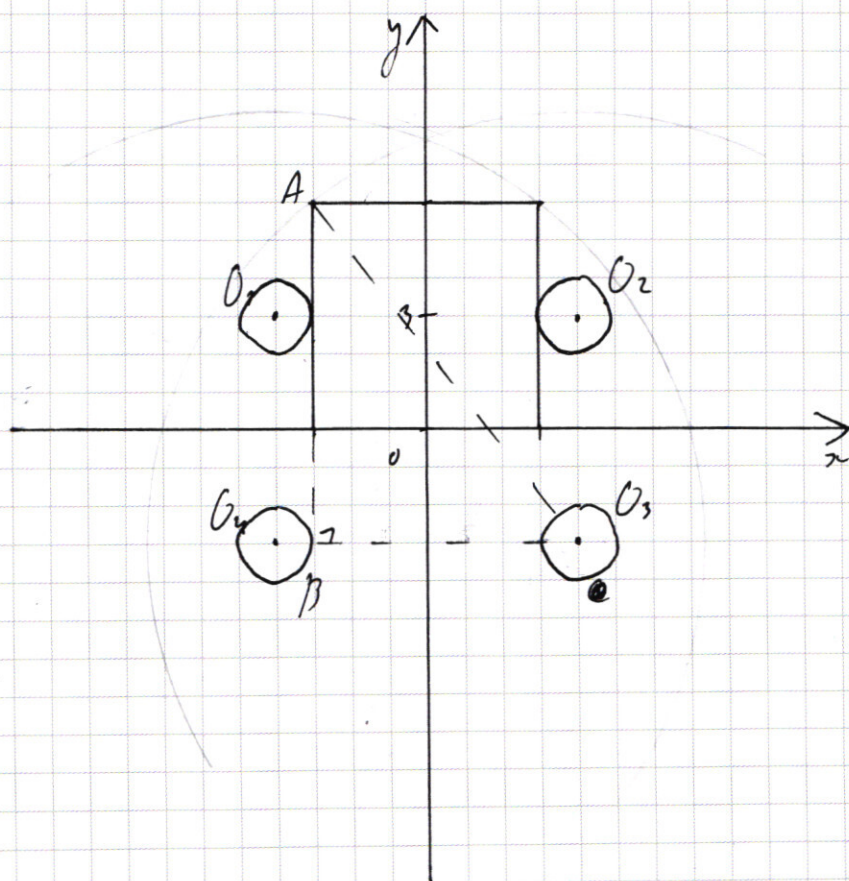
$$\begin{aligned} 2) \quad y - 3 - x + y - 3 + x &= 6 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad -y + 3 + x + y - 3 + x &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad -y + 3 + x - y + 3 - x &= 6 \\ -2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

Получается квадрат с центром в $(0; 3)$ и стороной 6.

Изобразим множество точек, удовлетво-
ряющих второму уравнению. Это
окружность с радиусом $\sqrt{a}$, кото-
рая отражается ~~симметрично~~
относительно прямых $x=0$ и $y=0$.
Получаются 4 окружности, которые
увеличиваются с ростом a или
превращаются в точки при $a=0$.



Два решения системы имеет в следую-
щих случаях:

- 1) $R=7$, тогда 2 окружности касающиеся
квадрата внешним образом
- 2) $R = AO_1$, тогда 2 окружности касающиеся
квадрата внутренним образом.

$$AO_3 = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $R < 7$ или $R > \sqrt{730}$ решений не будет.

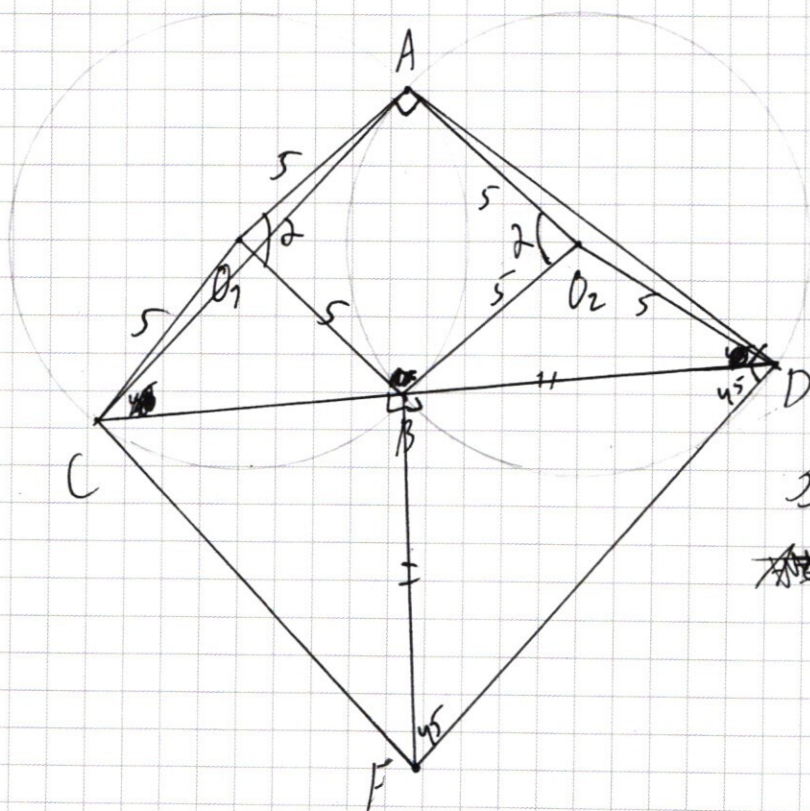
Если $R \in (7; \sqrt{730})$ у саргунасей будет
самое глубокое пересечение с квадратом.

 $R = \sqrt{a}$, значит:
$$\pi_{\mu\nu} \quad R = 7 \quad a = 7$$

$x_{\text{neu}} \quad R = \sqrt{730} \quad a = 730$

Amber: 1 u 730

✓6



Plans:

$$R = 5$$

$$B \in CD$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = 1312$$

Kontinuum:

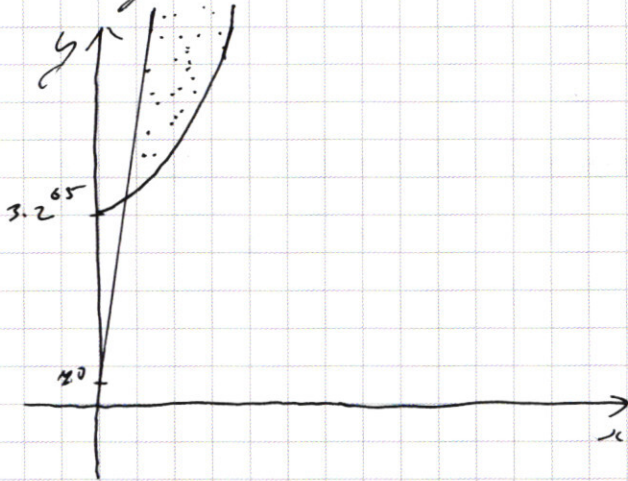
2) CF ✓, SACF

Бечение:

~~SECRET~~

№ 7

$$\begin{cases} y > 2^{2x} + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 20 + 2x(2^{19} - 7) \end{cases}$$





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{\frac{\sqrt{72}-1}{2}}{\frac{3-\sqrt{72}}{2}} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{\frac{3-\sqrt{72}}{2}} = \left(\frac{\sqrt{72}-1}{2} \right)^{-1} \cdot \frac{2}{3-\sqrt{72}}$$

Сум $x=5$ и $y=7$
 $\left(\frac{3^5}{3^2}\right)^{1/9} = 3^{2/9}$

$2 \cdot 3^{1/9} = 3^{6/9}$

$2 \cdot 3^{1/9} = 2 \cdot 3^{2/9}$

Сум $87 - 54 - 36 - 27 + 36 = 0$

Сум 242

~~$4 \cdot 5 - 8 - 72 + 29$~~

~~$4 \cdot 8 - 8 - 72 + 29$~~

$\left(\frac{2^5}{2}\right)^{1/9} = 2^{2/9}$

$2^{4/9} = 2^{4/9}$

$x = \frac{5 - \sqrt{72}}{2}$ $y = \frac{\sqrt{72} - 7}{2}$

$\left(\frac{5 - \sqrt{72}}{2}\right)^4 \cdot \frac{5 - \sqrt{72}}{2} \cdot \frac{\sqrt{72} - 7}{2} - 4 \cdot \frac{5 - \sqrt{72}}{2} - 3 \left(\frac{\sqrt{72} - 7}{2}\right)^4 +$

$+ 72 - \frac{\sqrt{72} - 7}{2} = 0$

$\frac{87 + 72 - 78\sqrt{72}}{4} - \frac{(5 - \sqrt{72})(\sqrt{72} - 7)}{2} - 2(5 - \sqrt{72}) -$

$- 3 \cdot \frac{78 - 2\sqrt{72}}{4} + 6(\sqrt{72} - 7) = 0$

$\frac{99 - 78\sqrt{72}}{4} - \frac{5\sqrt{72} - 5 - 72 + \sqrt{72}}{2} - \frac{36 - 4\sqrt{72}}{2} -$

$- \frac{54 - 6\sqrt{72}}{4} + \frac{72\sqrt{72} - 72}{2} = 0$

$\frac{45 - 9\sqrt{72}}{2} - \frac{70\sqrt{72} - 26}{2} - \frac{36 - 4\sqrt{72}}{2} - \frac{22 - 3\sqrt{72}}{2} +$

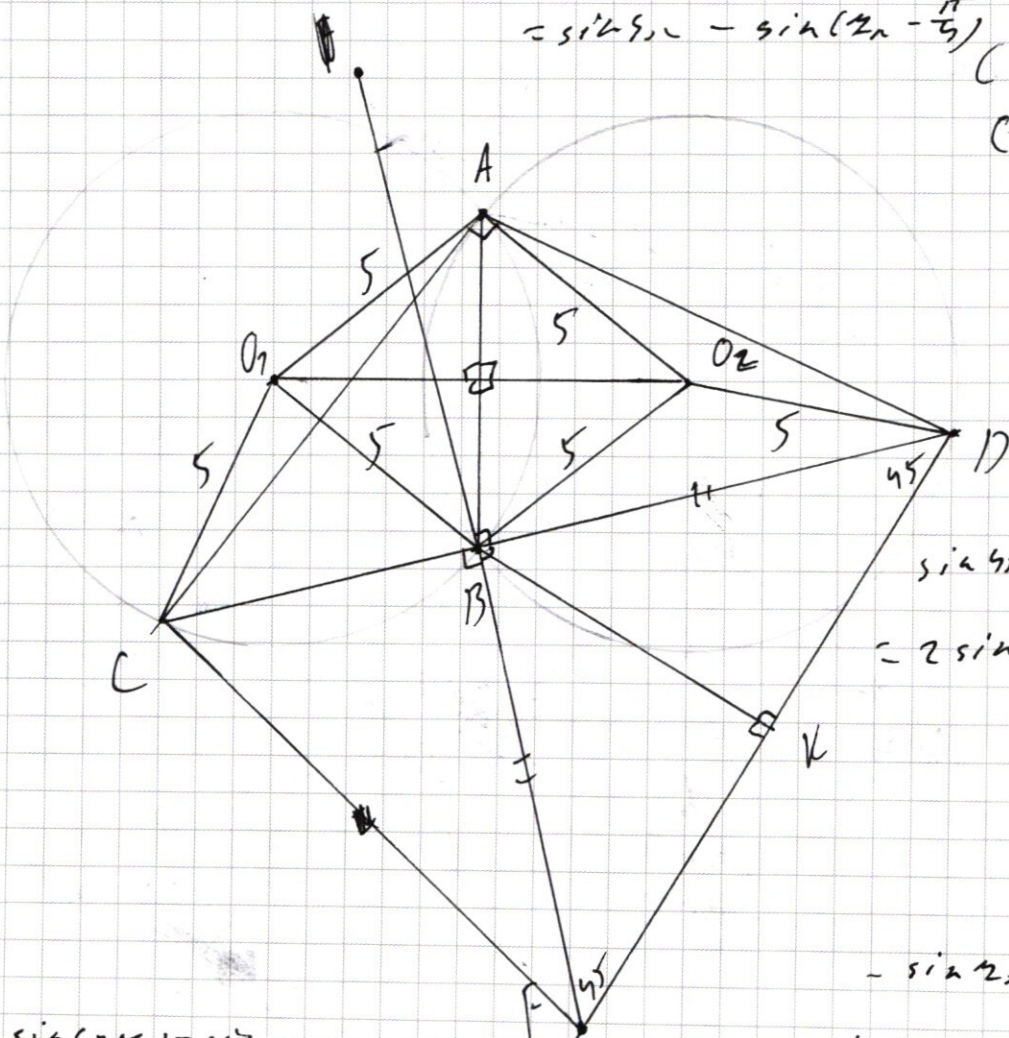
$+ \frac{72\sqrt{72} - 72}{2} = 0$

$45 + 26 - 36 - 22 - 72 - 5\sqrt{72} - 70\sqrt{72} + 4\sqrt{72} + 3\sqrt{72} + 72\sqrt{72} = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6/

$$\begin{aligned} \sin \alpha_n + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha_n - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha_n &= \\ &= \sin \alpha_n - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha_n - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha_n \right) \\ &= \sin \alpha_n - \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{4} \right) \quad (F = ?) \\ &\quad (CF) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha_n - \sin \left(\alpha_n - \frac{\pi}{4} \right) &= \\ &= 2 \sin \end{aligned}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$- \sin \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos$$

$$\sin \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$12x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{12}$$

$$77x = -\frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi l$$

$$77x = \frac{5}{4}\pi + 2\pi l$$

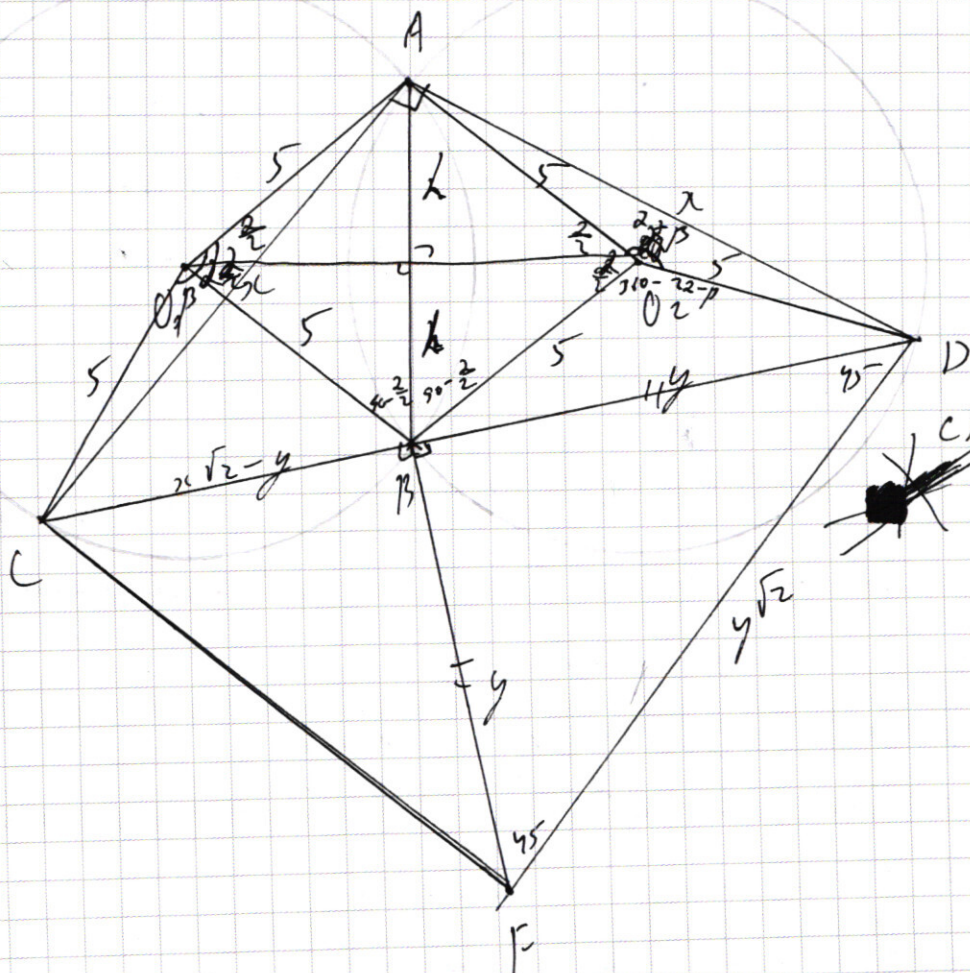
$$x = \frac{5}{44}\pi + \frac{2\pi l}{77}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi m$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}$$

$$\frac{8 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 35 \cdot 16 = 350 + 270 = 560$$



$$BF = BD$$

$$R = 5$$

$$CF = ?$$

$$AC = AD$$

$$CD = x\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \quad x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 72y = 0$$

$$\cancel{-3y^2 - 72y + 2xy}$$

$$x^2 - x(2y + 4) - (3y^2 - 72y) = 0$$

$$D = (2y + 4)^2 + 4(3y^2 - 72y) =$$

$$= 4y^2 + 16y + 16 + 12y^2 - 288y =$$

$$= 16y^2 - 32y + 16 = 16(y^2 - 2y + 1) =$$

$$= 16(y - 1)^2$$

$$\sqrt{D} = 4(y - 1)$$

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2y + 4}{2} = -y + 4 \end{cases}$$

Если $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2 \quad | \quad \lg y$$

$$\cancel{\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y}} \quad \cancel{\left(\frac{y^5}{3}\right)^{\lg 3y}} = \cancel{(y^2)^{\lg 3y^2}}$$

$$\cancel{\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y}} \cdot \cancel{\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y}} = \cancel{(y^2)^{\lg 3y^2}} \cdot \cancel{(y^2)^{2 \lg 3y^2}}$$

$$\lg \left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = \lg (y^2)^{2 \lg 3y^2}$$

$$\lg \left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = \lg (y^2)^{2 \lg 3y^2}$$

$$2 \lg (3y^2) =$$

$$\lg 3y \cdot \lg \frac{y^4}{3} = 2 \lg 3y^2 \cdot \lg y$$

$$= \lg (3^2 y^4) =$$

$$(\lg 3 + \lg y) \cdot (\lg 4 - \lg 3) =$$

$$= 2 \lg 3 + 4 \lg y$$

$$\lg(4-y) = \lg$$

$$[\lg(4) = \lg(4-y)]$$

$$\lg(4) = 0.5 \lg(4-y)$$

$$\frac{\sqrt{72}-1}{2} \approx 7.5$$

$$4 - \frac{\sqrt{72}-1}{2} = \frac{8 - \sqrt{72} + 1}{2} = \frac{9 - \sqrt{72}}{2}$$

$$5) y-3-x=0 \Rightarrow y=x+3$$

$$y-3+x=0 \Rightarrow y=-x+3$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$1) (-70; 0)$$

$$\cancel{y-3-x} - \cancel{y+3-x} = 6$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$2) (0; 70)$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$3) (70; 0)$$

$$\cancel{-y+3+x} + \cancel{y-3+x} = 6$$

$$2x = 6$$

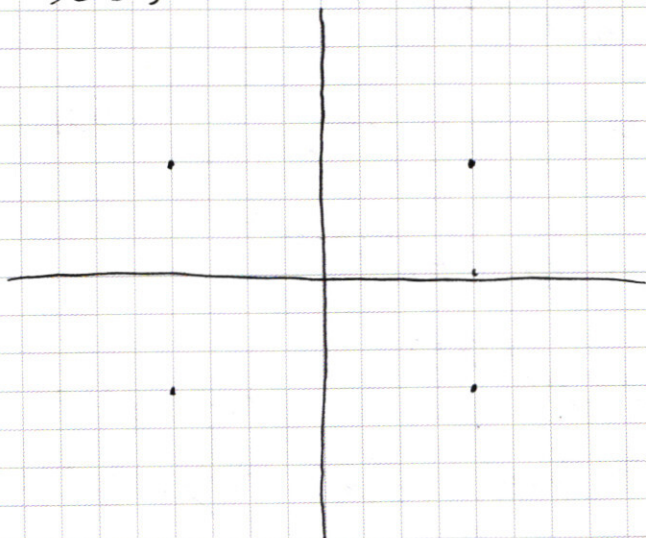
$$x = 3$$

$$4) (0; -70)$$

$$-y+3+x - y+3-x = 6$$

$$-2y = 6$$

$$y = -3$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 2) \quad \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \\
 \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \\
 \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) &= 2 \sin \alpha \cos \beta \\
 \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\
 \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) &= 2 \sin \beta \cos \alpha \\
 \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) &= -2 \sin \alpha \sin \beta \\
 \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin 7\pi + \cos 7\pi &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7\pi \right) \cdot \sqrt{2} = \\
 &= \sqrt{2} \sin \left(7\pi + \frac{\pi}{4} \right)
 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \sin 7\pi \sin \left(7\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7\pi$$

$$2 \sin 7\pi \sin \left(7\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\cos 7\pi$$

$$\begin{aligned}
 \sin 7\pi (\sin 7\pi + \cos 7\pi) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos^2 7\pi - \sin^2 7\pi) = \\
 &= \sin 7\pi (\sin 7\pi + \cos 7\pi)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7\pi = \sin \left(7\pi - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= \sin 7\pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 7\pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 3x + \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 2 \sin\left(\frac{3x + 7x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{3x - 7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) =$$

$$= 2 \sin\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\sin 7x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + 1\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}$$

$$\frac{7x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi l$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi l}{11}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{4\pi}{7} + \frac{\pi}{6} + \pi m$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{5}{6}\pi + \pi n$$

$$3x = \frac{5}{3}\pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2\pi k}{3}$$

- : 2 уз-за единицы
 - : 6 уз-за шара
 - : 6 уз-за диаметр
- } $\Rightarrow$

7) Транзвезение восьми
= 3375

3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	1

Восмизначное мно-
жителем:

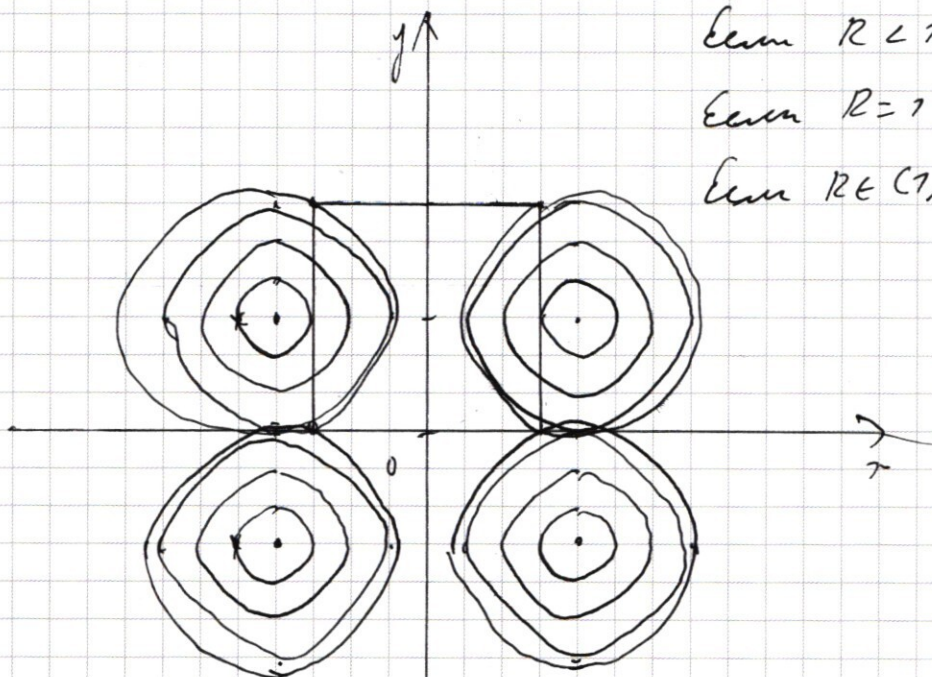
11333555 8 mm
8 7 6 5 4 3 2 1

8!, не учитывая
повторений

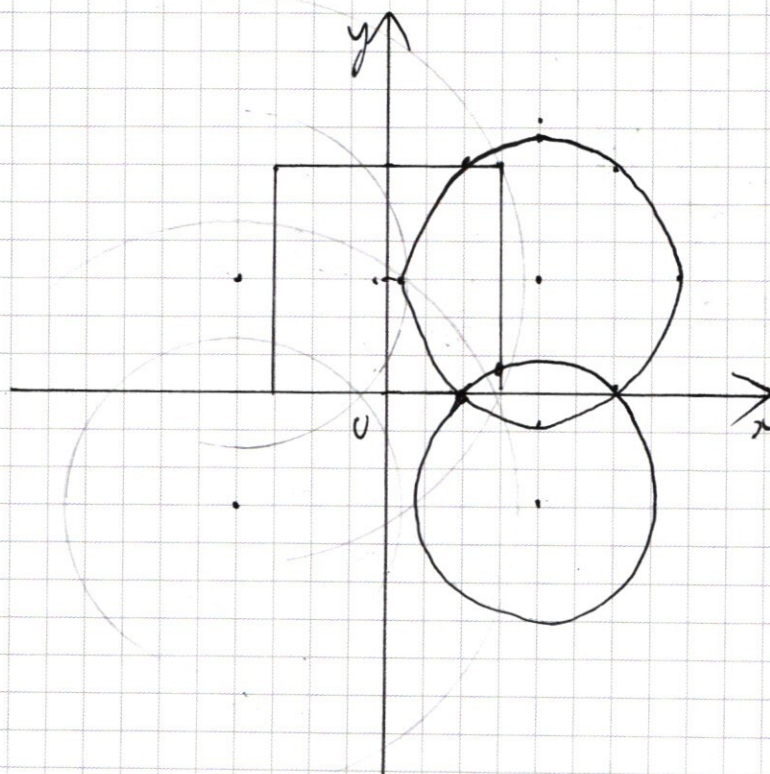
$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 4 \cdot 6} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2}{8} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 =$$

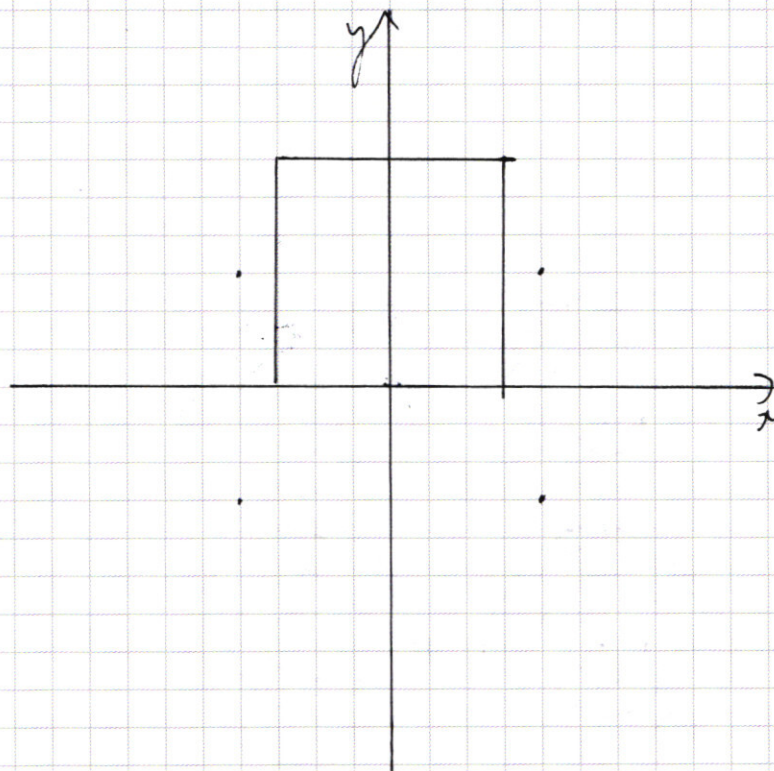
$$= 56 \cdot 70 = 560$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Если $R < 1 \Rightarrow \emptyset$
 Если $R = 1 \Rightarrow 2$
 Если $R \in (1, \sqrt{10}] \Rightarrow 4$





17) Как-то отблеск = ?

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{65} - 1) \cdot 2 \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2 \cdot (2^{65} - 1)$$

