МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2|

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$$

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2}\cos 14x$$

$$2\sin 7x \sin(-4x) + 2\sin(-4x)\cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$$

$$2\sin(-4x)(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$2\sin(-4x)(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) + 2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 7x + \cos 7x = 0 \quad (1) \\ \sqrt{2}(\cos x - \sin x) + 2\sin 4x = 0 \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) → $\sin 7x + \cos 7x = 0 \quad \Big|: \cos 7x$, т.к. $\cos 7x \neq 0$

$$\operatorname{tg} 7x + 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\left[\, x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7};\ k \in \mathbb{Z} \,\right]$$

(2) → $\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x = 0$

$$2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x\right) + 2\sin 4x = 0$$

$$\cancel{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \cancel{2}\sin 4x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin 4x = 0$$

$$2\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right) = 0 \quad (3) \\ \cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}\right) = 0 \quad (4) \end{array}\right.$$

(3) $\sin\left(\frac{\pi}{8}-\frac{3x}{2}\right)=0$

$\frac{\pi}{8}-\frac{3x}{2}=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$-\frac{3x}{2}=-\frac{\pi}{8}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$\frac{3x}{2}=\frac{\pi}{8}-\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$3x=\frac{\pi}{4}-2\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$\left[x=\frac{\pi}{12}-\frac{3\pi n}{2}, n\in\mathbb{Z}\right]$

(4) $\rightarrow$ $\cos\left(\frac{\pi}{8}-\frac{11x}{2}\right)=0$

$\frac{\pi}{8}-\frac{11x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

$-\frac{11x}{2}=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}+\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

$-\frac{11x}{2}=\frac{3\pi}{8}+\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

$-11x=\frac{3\pi}{4}+2\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$

$\left[x=-\frac{3\pi}{44}-\frac{2\pi m}{11},\ m\in\mathbb{Z}\right]$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{7},\ k\in\mathbb{Z} \\ x=\frac{\pi}{12}-\frac{3\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z} \\ x=-\frac{3\pi}{44}-\frac{2\pi m}{11},\ m\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

№3

$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}=y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0 & (2) \end{cases}$

ОДЗ:
$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

(2) $\rightarrow$ решим как квадратное отн x:

$x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0$

$x^2-x(2y+4)-3y^2+12y=0$

$D=(2y+4)^2-4(12y-3y^2)=4y^2+2\cdot2y\cdot4+16-48y+12y^2=16y^2-32y+16$

$D=(4y-4)^2$

$\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{2y+4+4y-4}{2}=3y \\ x_2=\frac{2y+4-4y+4}{2}=4-y \end{array}\right.$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

<u>1 случай</u>: $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg x} = y^{2\lg 3y\cdot y}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2}$$

логарифмируем по основанию 10

$$\lg\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = \lg\left(y^{2\lg 3y^2}\right)$$

$$\lg 3y \lg\frac{y^4}{3} = 2\lg 3y^2 \lg y$$

$$(\lg 3 + \lg y)(\lg y^4 - \lg 3) = 2(\lg 3 + \lg y^2)\lg y$$

$$(\lg y + \lg 3)(\lg y^4 - \lg 3) = 2(\lg 3 + 2\lg y)\lg y$$

$$(\lg y + \lg 3)(4\lg y - \lg 3) = 2(\lg 3 + 2\lg y)\lg y$$

$$\cancel{4\lg^2 y} - \lg y\lg 3 + 4\lg y\lg 3 - \lg^2 3 = 2\lg y\lg 3 + \cancel{4\lg^2 y}$$

$$\lg y\lg 3 - \lg^2 3 = 0$$

$$\lg 3(\lg y - \lg 3) = 0 \iff \lg y = \lg 3$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 9 \end{cases}$$

<u>2 случай</u> $x = 4 - y$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg((4-y)y)}$$

логарифмируем по основанию 10:

$$\lg\left(\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)}\right) = \lg\left(y^{2\lg((4-y)y)}\right)$$

$$\lg(4-y)\cdot\lg\left(\frac{y^5}{4-y}\right) = 2\lg((4-y)y)\cdot\lg y$$

$$\lg(4-y)\cdot(\lg y^5 - \lg(4-y)) = 2(\lg y + \lg(4-y))\cdot\lg y.$$

$$\lg(4-y)\cdot(5\lg y - \lg(4-y)) = 2\lg y(\lg y + \lg(4-y))$$

$$5\lg y\lg(4-y) - \lg^2(4-y) = 2\lg^2 y + 2\lg y\lg(4-y)$$

$$2\lg^2 y - 3\lg y\lg(4-y) + \lg^2(4-y) = 0$$

решим как квадратное отн $\lg^2 y$

$$D = 9\lg^2(4-y) - 4\cdot 2\lg^2(4-y) = \lg^2(4-y)$$

- $\lg y = \dfrac{3\lg(4-y) + \lg^*(4-y)}{4} = \lg(4-y) \quad (*)$

- $\lg y = \dfrac{3\lg(4-y) - \lg(4-y)}{4} = \dfrac{1}{2}\lg(4-y) \quad (**)$

$(*) \to \lg y = \lg(4-y)$

$y = 4-y$

$2y = 4$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$(**) \to 2\lg y = \lg(4-y)$

$\lg y^2 = \lg(4-y)$

$y^2 = 4-y$

$y^2 + y - 4 = 0$; $D = 1 + 16 = 17$

$$\begin{cases} y = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}; \text{ подходит с } + \\ x = 4 - \left(\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\right) = \dfrac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(9; 3)$

$(2; 2)$

$\left(\dfrac{9-\sqrt{17}}{2}; \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

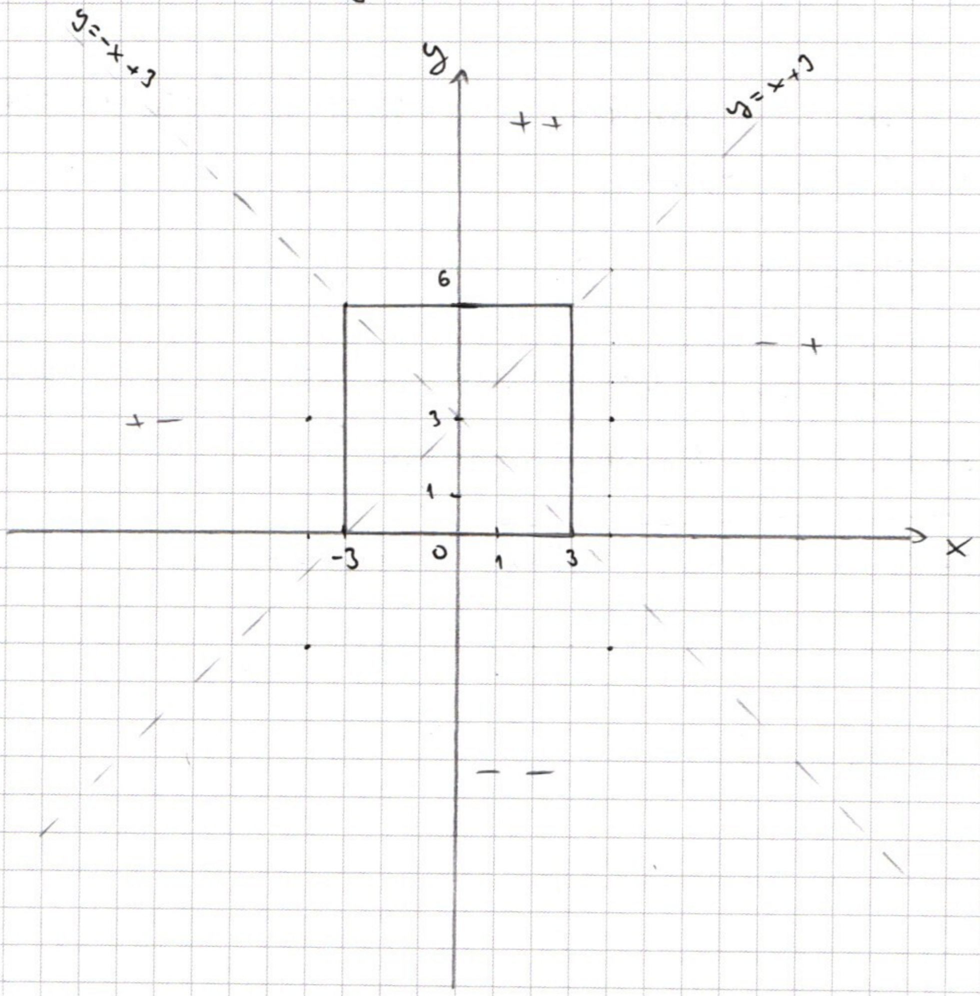
$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 & (1) \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a & (2) \end{cases}$$

$a=?$
ровно 2 реш-я

(1) $|y-3-x|+|y-3+x|=6$

нули модулей: $y=x+3$

$y=-x+3$



$(++)$: $y-3-x+y-3+x=6$

$2y=12$

$\boxed{y=6}$

$(-+)$: $\cancel{-y}+\cancel{3}+x+\cancel{y}-\cancel{3}+x=6$

$\boxed{x=3}$

$(+-)$: $\cancel{y}-\cancel{3}-x-\cancel{y}+\cancel{3}-x=0$

$\boxed{x=-3}$

$(--)$:

$-y+3+\cancel{x}-y+3-\cancel{x}=0$

$\boxed{y=0}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

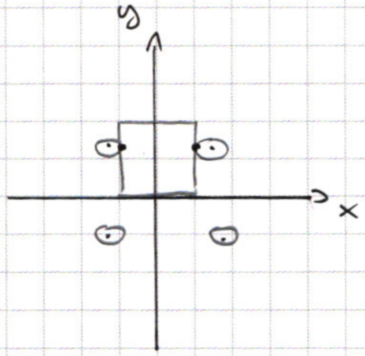
(2) $(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$ –

это ур-е задаёт 4 окр-ти с центрами: $(4; 3)$, $(-4; -3)$, $(-4; 3)$, $(4; -3)$

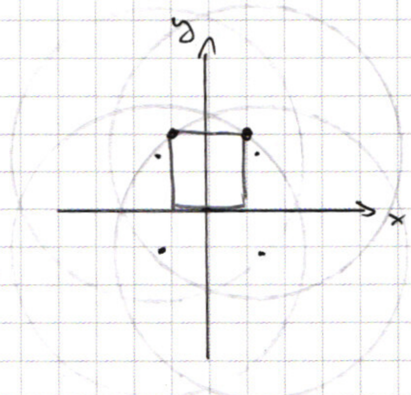
и радиусом $\sqrt{a}$ (т.е $a \geq 0$)

расс-м возможные конфигурации графиков, при которых достигается 2 реш-я

1)



2)



1-й случай: окр-ти с центрами $(-4; 3)$ и $(4; 3)$ касаются графика (1) в двух точках

$$R_1 = 1 = \sqrt{a} \Rightarrow a_1 = 1$$

2-й случай: окр-ти с центрами $(-4; -3)$ и $(4; -3)$ касаются вершин графика (1) в двух точках

$$R_2 = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130} \Rightarrow a_2 = 130$$

Ответ: $a_1 = 1$

$a_2 = 130$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

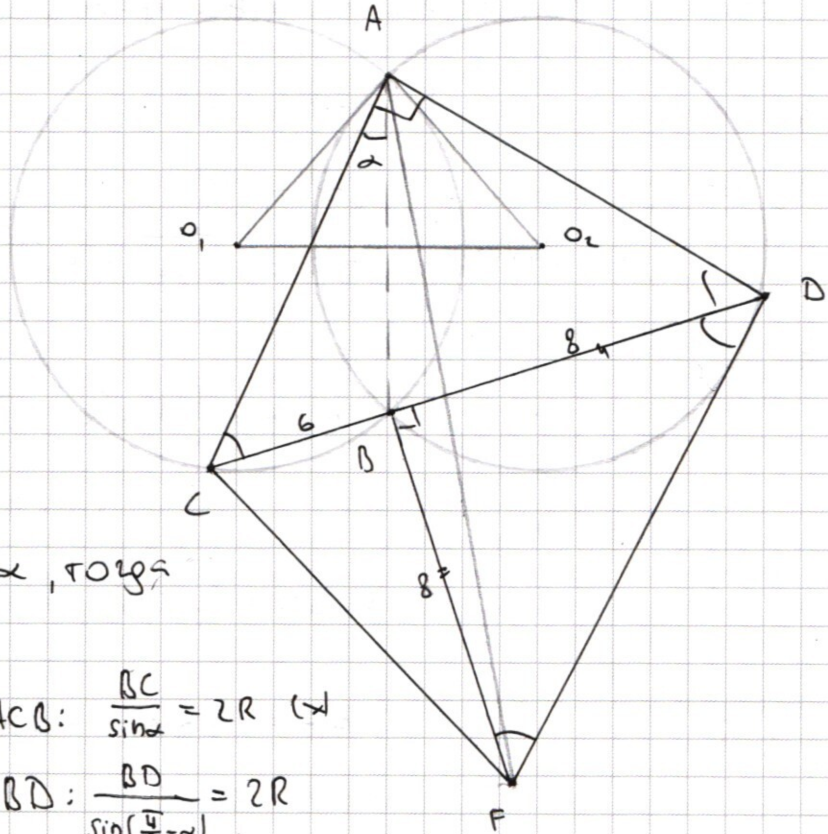
№6]

$R=5$

$\angle CAD=90°$

а) $CF=?$

б) Если $BC=6$, найти S_{ACF}



а) Пусть $\angle CAB = \alpha$, тогда

$\angle BAD = \frac{\pi}{2} - \alpha$

• По Th sin в $\triangle ACB$: $\frac{BC}{\sin\alpha} = 2R$ (*)

• По Th sin в $\triangle ABD$: $\frac{BD}{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)} = 2R$

$BD = 2R\cos\alpha = BF$

• Th Пифагора в $\triangle CBF$: $CF^2 = CB^2 + BF^2$

$CF^2 = (2R\sin\alpha)^2 + (2R\cos\alpha)^2 = 4R^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) =$

$= 4R^2$

т.е. $\boxed{CF = 2R = 10}$

б) Известно, что $BC = 6$.

Тогда $BF = \sqrt{100-36} = 8$ ~~∠BEF~~

Из (*) $\to$ $2R\sin\alpha = 6 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{6}{2R} = \frac{3}{5}$

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\triangle O_1AO_2 \sim \triangle CAD$ (по 3-м углам)

$\angle O_1AO_2 = \angle CAD = 90°$

$\angle AO_1O_2 = \angle AO_2O_1 = \angle ACD = \angle ADC = 45.$

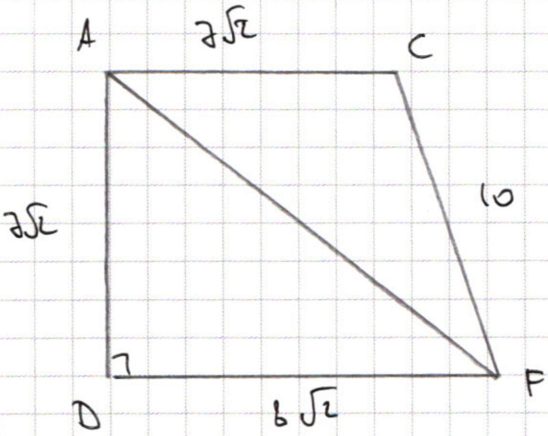
Также $\angle BFD = \angle BDF = 45°$

Получим, что CADF - прямоугольная трапеция.

$2CA^2 = 14^2$ | $DF^2 = 2\cdot 64$

$2CA^2 = 196 \Rightarrow CA^2 = 98$ | $DF^2 = 128$

$\left[CA = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\right]$ $\left[DF = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}\right]$



$S_{DACF} = \frac{1}{2}(7\sqrt{2} + 8\sqrt{2})\cdot 7\sqrt{2} =$

$= \frac{1}{2}\cdot 15\sqrt{2}\cdot 7\sqrt{2} = 15\cdot 7$

$S_{ADF} = \frac{1}{2}\cdot 7\sqrt{2}\cdot 8\sqrt{2} = 56$

$S_{ACF} = S_{DACF} - S_{ADF} = 15\cdot 7 - 56 =$

$= 105 - 56 = 49$

Ответ: $CF = 10$

$S_{ACF} = 49$

№11 Число должно содержать цифры: 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1.

~~Кол-во способов~~

~~Ответ: 560 чисел.~~

① $C_8^3 \cdot C_5^2$ – 3 места на 5, 2 места на 1

② $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1$ — для 5, для 3, для 1

всего: $C_8^3 \cdot C_5^2 + C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 = 840$

Ответ: 840

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

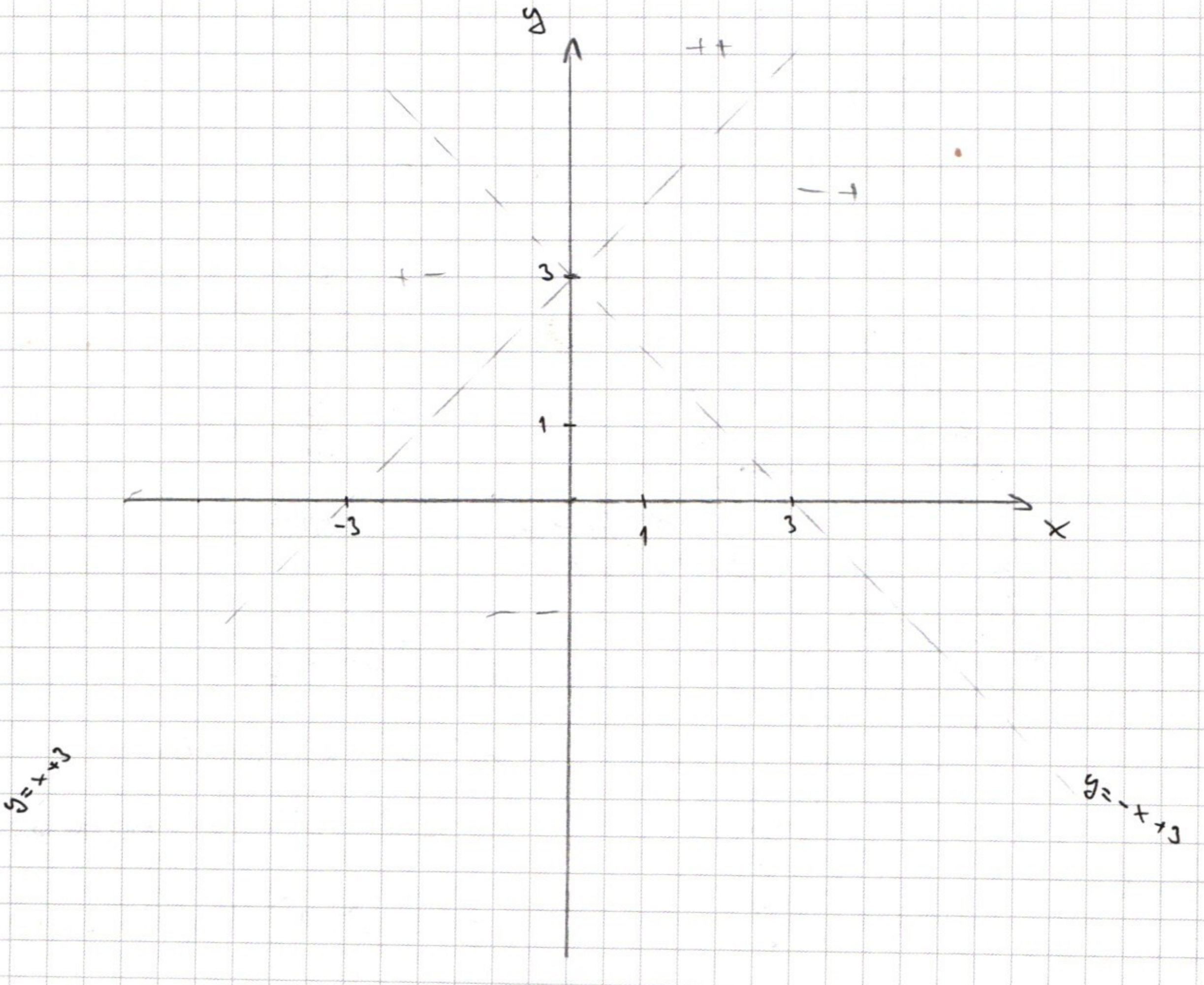
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 \quad (1) \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=9 \quad (2) \end{cases}$$

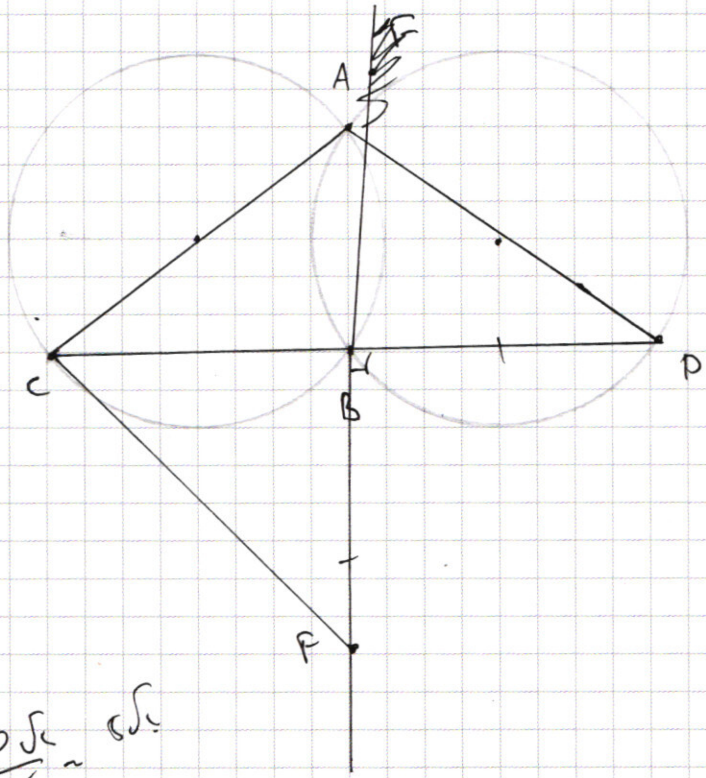
(1): $|y-3-x|+|y-3+x|=6$



☑ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

-61



$5-\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{12}}{2}\right)/2$

$= 5+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{12}}{2} =$

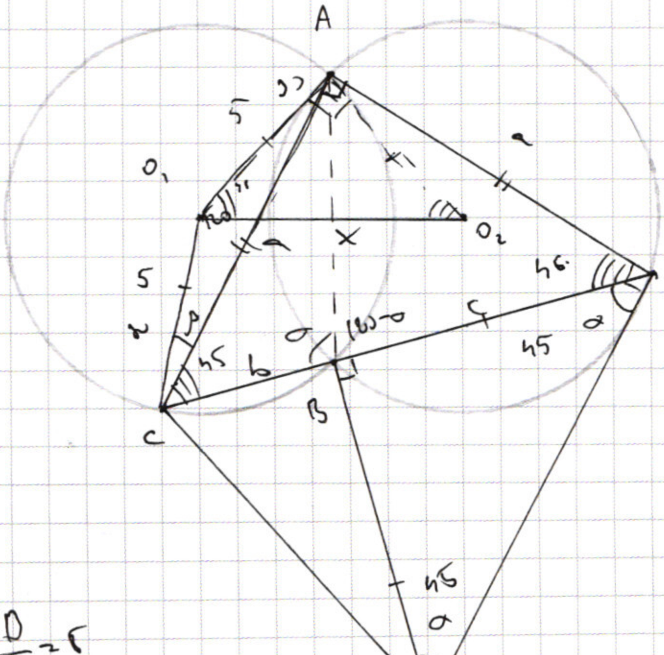
$= \frac{3}{2}-\frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{5-\sqrt{12}}{2}$

$\sqrt{\frac{100\cdot 2}{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

CF = ?

10



$\frac{5}{\sin\beta} = 2R$

$\frac{5}{\sin\beta} = 10$

$\sin\beta = \frac{1}{2}$

$a^2 = b^2+c^2-2b$

$a^2 = b^2+x^2-2bx\cos\alpha$

$a^2 = c^2+x^2+2cx\cos(\cancel{180-\alpha})$

$0 = c^2-b^2+2cx\cos\alpha+2bx\cos\alpha$

$2a^2 = (b+c)^2$

$\frac{a}{\sin\alpha} = 10$

$\frac{AD}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 5$

$AB\sqrt{2} = 5$

$AD = \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\frac{8!}{3!\ 3!}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2) $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x$.

$\cos 11x - \cos 7x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cdot\cos 14x$

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$

$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$

$\oplus$ $\ominus$

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y$

~~sin(x+y)~~

$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2\sin y\cos x$

$\boxed{\sin a - \sin b = 2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}}$

$x+y=a$

$x-y=b$

$x = \frac{a+b}{2}$

$y = \frac{a-b}{2}$

$\frac{a}{2} - \frac{a}{b} = \frac{4a}{8} - \frac{8}{2}$

$\cos(x+y) - \cos(x-y) =$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$ $\ominus$

$\cos(x-y) - \cos(x+y) = 2\sin x\sin y$.

$\cos(b) - \cos(a) = 2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$.

$\sin 11x - \sin 3x = 2\sin 4x\cos 7x$.

$\cos 11x - \cos 3x = 2\sin 7x\sin(-4x) = -2\sin 7x\sin 4x$.

$-2\sin 7x\sin 4x - (2\sin 4x\cos 7x) = \sqrt{2}(2\cos^2 7x - 1)$

$\sin 7x\sin 4x + \sin 4x\cos 7x = -\frac{\sqrt{2}}{2}(2\cos^2 7x - 1)$

$\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ~~(2cos²7x−1)~~ $(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

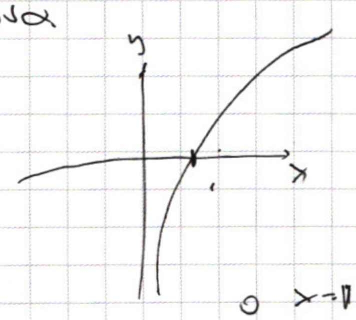
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + x^2 - 2bx\cos\alpha \\ a^2 = c^2 + x^2 + 2cx\cos\alpha \\ 2a^2 = (b+c)^2 \\ \dfrac{a}{\sin\alpha} = 10 \end{cases} \quad \Big| \oplus$$

$2(100\sin^2\alpha) = b^2 + c^2$

$$\begin{cases} 2a^2 = b^2 + c^2 + 2x^2 - 2bx\cos\alpha + 2cx\cos\alpha \\ 2a^2 = b^2 + 2bc + c^2 \end{cases}$$

$a = 10\sin\alpha$

$$\begin{cases} 2bc = 2x^2 - 2bx\cos\alpha + 2cx\cos\alpha \\ 100\sin^2\alpha = b^2 + x^2 - 2bx\cos\alpha \\ 100\sin^2\alpha = c^2 + x^2 + 2cx\cos\alpha \end{cases}$$



$0 \quad x = 1$

$3375 : 5 = 675$, $675 : 5 = 135$, $135 : 5 = 27$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \quad y = \lg_{10} x$

$5,\ 5,\ 5,\ 3,\ 3,\ 3,\ 1,\ 1$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

16

$48 - 1$

$4 \cdot 4 \cdot 2$

$48 + 16 = 64$

$\lg_{10} 3$

64

$\lg_2 1$

$\frac{-4y + 6}{4} = 4 - 3$

$\log_4 2$

$3t^2 + 2\lg 3\, t + \lg^3 2$

$\lg_4 \quad \frac{1}{2}$

$D = (\lg 3)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \lg 3 = 4\lg 3^2 - 12\lg 3$

черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-2\sin 2x \sin 4x - 2\cos 2x \sin 4x = \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x)$

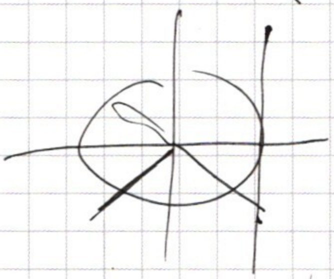
$-2(\cancel{\sin 2x}$

$\sin 2x + \sin 4x$

$\sqrt{2}\cos^2 2x + 2\cos 2x \sin 4x = \sqrt{2}\sin^2 2x - 2\cancel{\cos 2x \sin 4x}$

$2-11 = \quad 2-10=-6$

$\sqrt{2}\cos(4x) = \sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x) = \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$



$\sin\frac{\pi}{4}\cos 2x - \cancel{\cos}\sin 2x \cos\frac{\pi}{4}$

$x = \frac{a+b}{2}$

$y = \frac{a-b}{2}$

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$

$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$ | $\ominus$

$\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin x\cos y.$

$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$

$7x = \frac{\pi}{2}$

$-\frac{\pi}{4} + \pi k = \frac{\pi}{2}$

$\pi k = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

$\cancel{\pi}k = \frac{3\cancel{\pi}}{4}.$

$k = \frac{3}{4}$

$\frac{\frac{\pi}{4} - 2x + 4x}{2} = \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2}$

$7\left(\frac{\pi}{12} - \frac{3\pi}{2}n\right) = 0$

$\frac{7\pi}{12} - \frac{31\pi}{2}n = 0$

$\frac{7}{12} - \frac{21}{2}n = 0$

$7 - 21 \cdot 6n = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{\cancel{5}}{12} - \frac{3\cancel{5}n}{2} = -\frac{3\cancel{5}}{44} - \frac{2\cancel{5}m}{11}$

$27+3$

$\frac{1}{12} - \frac{3n}{2} = -\frac{3}{44} - \frac{2m}{11}$

$7\left(\frac{5}{12} - \frac{35n}{2}\right) = \frac{5}{2}k$

$\frac{7}{12} - \frac{21}{2}n = \frac{k}{2}$

$7 - 21\cdot 6n = 6k$

$120+60=180$

$360-180=180$ $\cancel{k = 7-21}$

$k = \frac{7}{6} - 21n$

$7\left(-\frac{3\cancel{5}}{44} - \frac{2\cancel{5}m}{11}\right) = \frac{5}{2}k$

$-\frac{21}{44} - \frac{14m}{11} = \frac{1}{2}k$

$-21 - 56m = 22k$

$y - 3 - x = 0$

$y = x + 3$

$y - 3 + x = 0$

$y = -x + 3$

(++) $2y - 6 = 0$

$2y = 12$

$y = 6$

(+-) $\cancel{y} - 3 - x - \cancel{y} + 3 - x$

$-x = 6$

$x = -6$

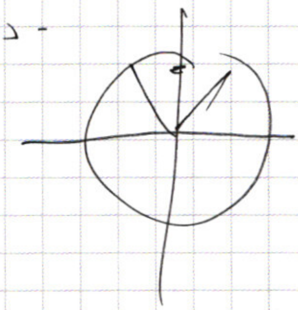
$12 + 20 + 3$

$15 + 20 = 35$

$45 + 61 = 120 + 10$

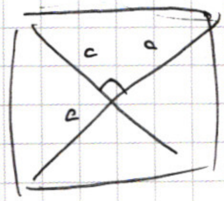
10

$10\sqrt{5}$



$\frac{6}{10} =$

S_{ABCD}



$S_{ABC} \cdot S_{ACE} = 2e^2$

a^2

$105 - 56 =$

$55 - 6 = 45$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

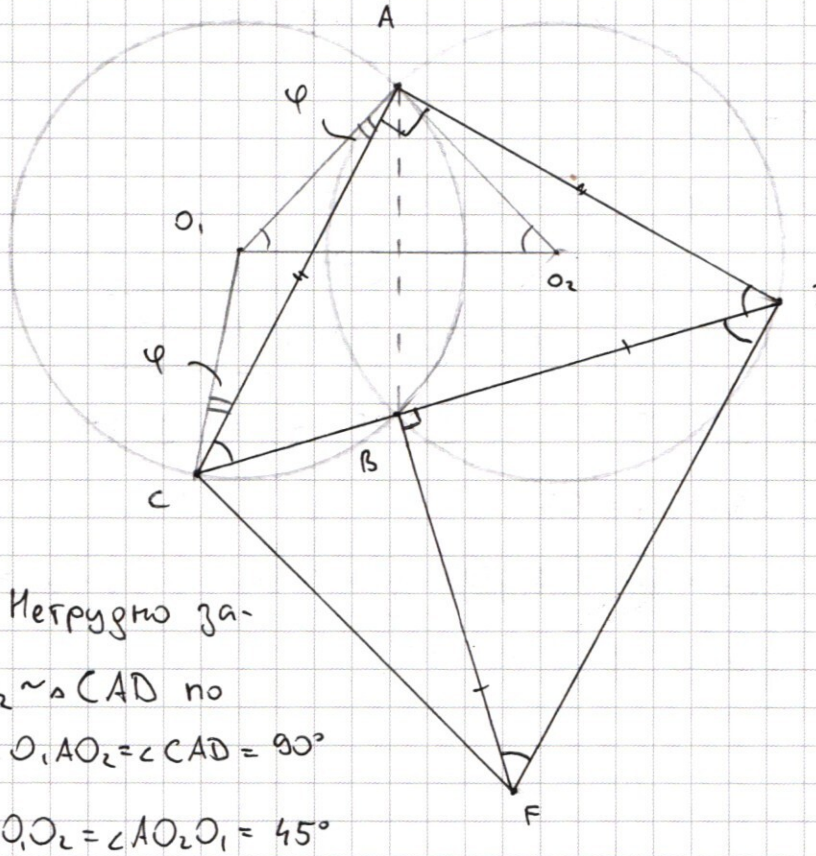
№6

$R=5$

$\angle CAD = 90°$

а) $CF=?$

б) если $BC=6$, найти S_{ACF}



1) Расс-м $\triangle O_1AO_2$. Нетрудно заметить, что $\triangle O_1AO_2 \sim \triangle CAD$ по трём углам. Т.е $\angle O_1AO_2 = \angle CAD = 90°$

$\triangle O_1AO_2$ – р/б $\Rightarrow \angle AO_1O_2 = \angle AO_2O_1 = 45°$

тогда и $\angle ACD = \angle ADC = 45°$, и AB – медиана.

2) $\triangle DBF$ – р/б $(BF=BD) \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45°$

Получается, и $[\triangle DBF \sim \triangle CAD]$

3) $\triangle AO_1C$ – р/б ($O_1A = O_1C$ т.к. радиусы)

☑ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

4) Th sin в $\triangle BAD$: $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow AB = 2R\sin 45^\circ$

$[AB = 5\sqrt{2}]$

5) Т.к AB - медиана в прямоугольном тр-ке из вершины прямого угла, то $AB = BD = BC$, также AB - бисс-са и высота

6) $CD = 10\sqrt{2}$, тогда по Th Пифагора: $2AC^2 = CD^2$

$\left[AC = \sqrt{\frac{CD^2}{2}} = 10\right]$

7) $CB = BF = 5\sqrt{2}$

Th Пифагора: $(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2 = CF^2$

$25\cdot 2 + 25\cdot 2 = CF^2$

$100 = CF^2 \Rightarrow \boxed{CF = 10}$

8) Т.к $CD \perp AB$ и $CD \perp FB$, то $CD \perp AF$

также $CB = BA = BF$

Тогда $S_{ACF} = \frac{1}{2}AF\cdot BC = \frac{1}{2}\cdot 2BC\cdot BC = BC^2$

$S_{ACF} = 36$

если $BC = 6$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)