

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{1}$

Заметим, что $3375 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$\Rightarrow$ Восемизначное число состоит

из 3-ех троек, 3-ех пятёрок, и

2-ух единиц. (т.к. $3 \cdot 5 > 10$)

Расставить 8 различных цифр равно $8!$

Акоп-во способов выбрать из нашего
набора все числа и составить вось-
мизначное число равно $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$ т.к.

не важно в каком порядке стоят тройки

и двойки

то мы делим на количество их перестановок

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 56 \cdot 10 =$$

$$= 560$$

Ответ: 560 чисел.

$\sqrt{2}$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$- (\sin 11x - \cos 11x) + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \left(\sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) \right) + \sqrt{2} \left(\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$-\sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} + 11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} - 11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = \cos 14x$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos \left(\frac{14x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \sin \left(\frac{-8x}{2} \right) = \cos 14x$$

Пусть $14x = \alpha$

$$\Rightarrow 2\cos\left(-\frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2}\right) \sin\left(-\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{14}\right)\right) = \cos \alpha$$

$$-2\cos\left(\frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{14}\right) = \cos \alpha$$

$$\rightarrow 2\cos$$

$$-2\sin\left(\frac{8x}{2}\right) \cos\left(\frac{14x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$$

Пусть $14x = 2\alpha$

$$\Rightarrow -2\sin\left(\frac{8x}{2}\right) \cos\left(\frac{2\alpha - \frac{\pi}{2}}{2}\right) = \cos 2\alpha$$

$$-2\sin\left(\frac{8x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)$$

$$-\sin\left(\frac{8x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right)$$

$\cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) = 0$ - решение
- сократим на ноль

$$\Leftrightarrow -\sin\left(\frac{8x}{2}\right) = \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{8x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 14x}{2}\right) + \sin\left(\frac{8x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\frac{\frac{\pi}{2} - 14x}{2} + \frac{8x}{2}}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\frac{\pi}{2} - 14x}{2} - \frac{8x}{2}}{2}\right) = 0$$

$\Rightarrow$ В итоге получили совокупность

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2}\right) = 0 \\ \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 14x + 8x}{4}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 22x}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{\pi}{2} - 2\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{\frac{\pi}{2} - 6x}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\frac{\pi}{2} - 22x}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 14x = \pi + 2\pi n \\ \frac{\pi}{2} - 6x = 4\pi k \\ \frac{\pi}{2} - 22x = 2\pi + 4\pi l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x = -\frac{\pi}{2} - 2\pi n \\ 6x = \frac{\pi}{2} - 4\pi k \\ 22x = -\frac{3}{2}\pi - 4\pi l \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} - \frac{\pi n}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3} \\ x = -\frac{3}{44}\pi - \frac{2\pi l}{11} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{корни не} \\ \text{совпадают} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \left\{ -\frac{\pi}{28} - \frac{\pi n}{7}, \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi k}{3}, -\frac{3}{44}\pi - \frac{2\pi l}{11} \right\}$$

где $n, k, l \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Второе ур-ие задает окружности с радиусом $\sqrt{a}$ и центрами $(4, 3); (-4, 3); (4, -3); (-4, -3)$

Первое ур-ие раскрывается в зав-ти от $y \geq x+3$ и $y \geq 3-x$

Проанализируем области ограниченные этими двумя прямыми I, II, III, IV

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)

2) Вторая пара симметричных окр-ей касается квадрата, а первая пара не пересекает и не касается

В первом Разберем 1) случай.

Заметим, что ~~при~~ $a = 1$ подходит

Если $a < 1$, то первая пара окр-ей не касается квадрата, а при $a > 1$ окр-ти ~~пересекают~~ касаются в более двух точках или вообще его не пересекают и не касаются. Т.к. если $a > 1$, то заметим, что окружности из первой пары симметричны себе относительно $y = 3$
 $\Rightarrow$ они будут ~~пересекать~~ касаться если они будут касаться квадрата ~~и~~ при $y \leq 3$ то они будут касаться квадрата и при $y \geq 3 \Rightarrow a > 1$ не подходит.

$\Rightarrow$ Итого из первого случая $\boxed{a = 1}$

Разберем 2) случай

а) Тут либо окр-и второй пары касаются ~~второй~~ квадрата в точках A, D

б) либо $-1 -1 - B, C$

а) $\Rightarrow a = O_3 D = O_1 A = \sqrt{a} = \sqrt{10} \Rightarrow a = 10$, но тогда первая пара будет пересекать квадрат $\Rightarrow$ не подходит этот случай

б) $\Rightarrow a = O_3 B = O_1 C = \sqrt{a} = \sqrt{7^2 + 3^2} \Rightarrow a = 130$

первая пара окр-ей не будет касаться кв-та

Если $O_2 B < O_3 B \Rightarrow$ этот случай подходит, т.к. Проверим $O_2 B = \sqrt{7^2 + 3^2} < O_3 B$

В итоге $a = 130$

Ответ: $a = 1, a = 130$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \quad (2) \end{cases} \Rightarrow 2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + (2^{64} - 1)x$$



~~$2^x + 3 \cdot 2^{65}$~~

$$y - 70 \leq (2^{64} - 1)x \quad (2)$$

$$(2) \quad \boxed{\frac{y - 70}{2^{64} - 1} \leq x}$$

$$(1): y - 3 \cdot 2^{65} > 2^x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\log_2 y - 3 \cdot 2^{65} > x}$$

$$\frac{y - 70}{2^{64} - 1} \leq \log_2 y - 3 \cdot 2^{65} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow y - 70 < (2^{64} - 1)(\log_2 y - 3 \cdot 2^{65}) \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow y - 70 \leq 2^{64} \cdot \log_2 y - 3 \cdot 2^{129}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\int \left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg x y^{\sqrt{3}}, \text{ ODB: } x > 0 \Rightarrow y > 0, \text{ r.k. } xy > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

Рассмотрим, второе ур-е в системе

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0 \Leftrightarrow (x - (y+2))^2 - y^2 - 4 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\stackrel{(*)}{=} (x - (y+z))^2 - 4y^2 + 8y - 4 = 0 \Leftrightarrow (x - (y+z))^2 - 4(y^2 - 2y + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x - (y+2))^2 - \frac{1}{2}(y-1))^2 = 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow (x - (y+2) - (2(y-1))) (x - (y+2) + 2(y-1)) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - y - 2)(x - y - 2 + 2y - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (x-3y)(x+y-4)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=3y & (1) \\ x=4-y & (2) \end{cases}$$

(1) ~~$x = 3y$~~
 $\Rightarrow$ ~~$\left(\frac{y^4}{3y}\right) \lg 3y = y^2 \lg 3y^2 \Rightarrow \left(\frac{y^4}{3}\right) \lg 3y = y^2 \lg 3y^2$~~
 $\Rightarrow$ ~~$\left(\frac{y^4}{3}\right) \lg 3y = y^4 \lg \sqrt{3} y$~~

2/2/20

Рассмотрим первое ур-ие в системе:

$$\frac{y^{5\lg x}}{x^{2\lg x}} = y^{2\lg x y} \Leftrightarrow y^{5\lg x} = x^{\lg x} y^{2\lg x + 2\lg y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{5\lg x} - x^{\lg x} y^{2\lg x + 2\lg y} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{5\lg x} - x^{\lg x} y^{2\lg x} (y^{2\lg y}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^{2\lg x} = 0 \\ y^{3\lg x} - x^{\lg x} y^{2\lg y} = 0 \end{cases} \quad \text{Невозможно, т.к. } y > 0 \text{ и степень } y > 0$$

При $x = 3y$ (3) $y^{2\lg 3y} = 0$

$$\Rightarrow y^{3\lg x} - x^{\lg x} y^{2\lg y} = 0 \quad \text{При } x = 3y$$

$$y^{3\lg 3y} - (3y)^{\lg 3y} y^{2\lg y} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{3\lg 3y} - 3 y^{3\lg 3 + 3\lg y} - (3y)^{\lg 3 + \lg y} y^{2\lg y} = 0$$

$$\Leftrightarrow y^{\lg y} (y^{3\lg 3y + 2\lg y} - 3^{\lg 3 + \lg y} y^{\lg 3 + 2\lg y}) = 0$$

сократим на $y^{\lg y}$

$$\Rightarrow y^{3\lg 3y + 2\lg y} - 3^{\lg 3 + \lg y} y^{\lg 3 + 2\lg y} = 0$$

$$y^{2\lg y} (y^{3\lg 3y} - 3^{\lg 3 + \lg y} y^{\lg 3}) = 0 \Leftrightarrow$$

сократим

$$y^{3\lg 3y} - 3^{\lg 3 + \lg y} y^{\lg 3} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{3\lg 3 + 3\lg y} - 3^{\lg 3 + \lg y} y^{\lg 3} = 0 \Leftrightarrow$$

$$y^{\lg 3} (y^{2\lg 3 + 3\lg y} - 3^{\lg 3 + \lg y}) = 0 \Leftrightarrow y^{2\lg 3 + 3\lg y} - 3^{\lg 3 + \lg y} = 0$$

$y^{2\lg 3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

Рассмотрим первое ур-ие в системе

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y} \quad \Leftrightarrow \quad \text{Прологарифмируем по основанию 10}$$

$$\Leftrightarrow \lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^{2 \lg x y} \Leftrightarrow$$

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot \lg x = 2 \lg x y \lg y \Leftrightarrow (\lg y^5 - \lg x) \lg x = (2 \lg x + 2 \lg y) \lg y$$

$$\Leftrightarrow (5 \lg y - \lg x) \lg x = (2 \lg x + 2 \lg y) \lg y$$

Пусть $\lg x = a$, $\lg y = b$

Тогда $a(5b-a) = (2a+2b)b \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a^2 + 7b^2 - 3ab = 0 \Leftrightarrow a^2 + 7b^2 - 2ab - ab = 0$$

$$\Leftrightarrow -a(b-a) + 2b(b-a) \Leftrightarrow (2b-a)(b-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=a \\ 2b=a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lg x = \lg y \\ 2 \lg y = \lg x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y \\ \lg y^2 = \lg x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y^2=x \end{cases}$$

$\Rightarrow$ В итоге мы получаем, что

$$\begin{cases} x=y \\ x=3y \end{cases} \Rightarrow x=0, y=0, \text{ но по ОДЗ не подходит}$$

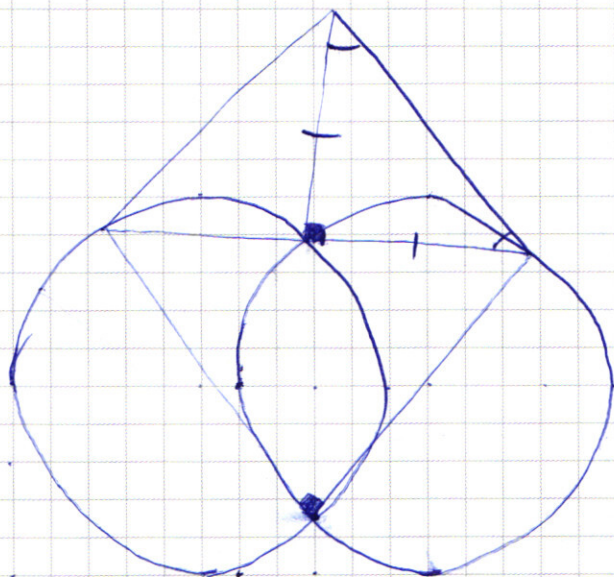
$$\begin{cases} x=y \\ x=4-y \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=y \\ x=2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=2 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} y^2=x \\ x=3y \end{cases} \Rightarrow y^2=3y \Rightarrow y(y-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 - \text{ не подходит по ОДЗ} \\ y=3 \Rightarrow x=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2=x \\ x=4-y \end{cases} \Rightarrow y^2+y-4=0 \Rightarrow D=17 \Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \quad \begin{matrix} \text{и } y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ по ОДЗ не подходит} \\ \Rightarrow x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{Отв.} \left\{ (2, 2); (9, 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right) \right\}$$

$\sqrt{6}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + 2^{64} \cdot x - x$$

$$2^x + x + 3 \cdot 2^{65} - 2^{64} \cdot x < 70$$

$$2^x + x + 2^{64}(6 - x) < 70$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y}$$

$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = 2 \lg x y \cdot \lg y$$

$$\Rightarrow \lg x (\lg y^5 - \lg x) = (2 \lg x + 2 \lg y) \lg y$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = (2 \lg x + 2 \lg y) \lg y$$

$$\lg x = 6, \lg y = 6$$

$$a(5b - a) = (2a + 2b)b$$

$$\Rightarrow 5ab - a^2 = 2ab + 2b^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 2b^2 - 3ab = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 3ab - ab + 2b^2 = 0$$

$$2b \left(\frac{b-a}{a+b} \right) - a(b-a) = 0$$

$$(2b - a)(b - a) = 0$$

$$\lg x =$$

$$D = 1$$

$$y_2 x = 0$$

$$y_2 + y - 4 = 0$$

$$D =$$

$$1 - 4(-4) = 17$$

$$\Rightarrow y_{12} =$$

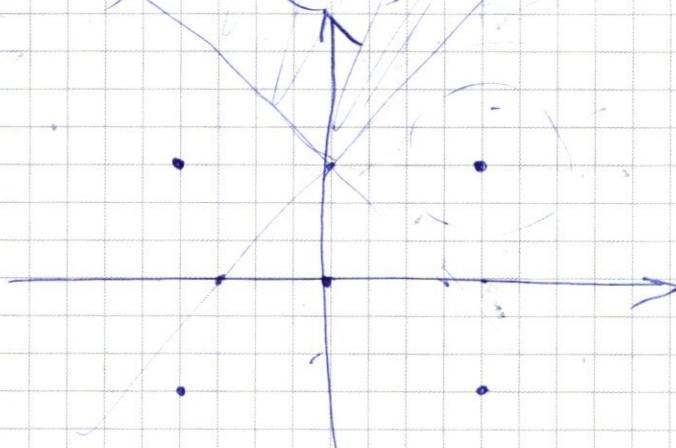
$$4 - \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{8 + 1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$



$$81 + 49 = 130$$

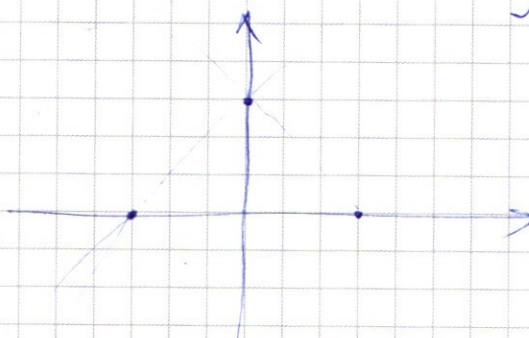
$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$y-3-x + y-3+x$$

$$y-6 = 6$$

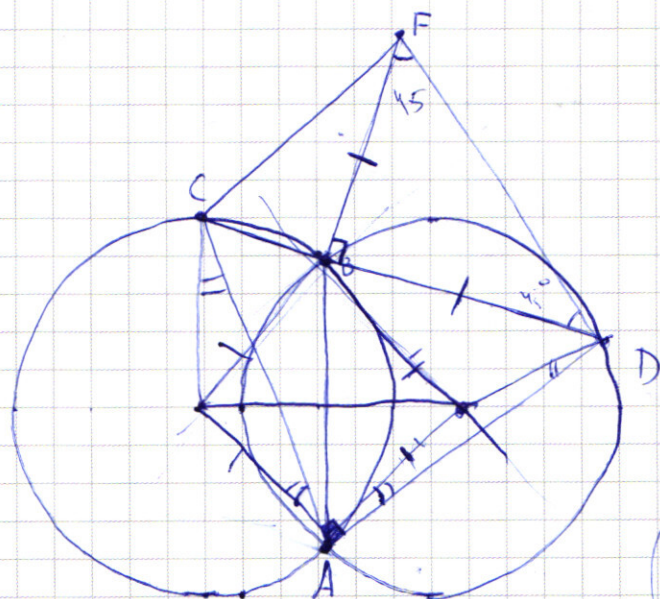
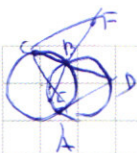
$$y = 12$$

$$\begin{aligned} y-3-x &= 0 \Rightarrow y = x+3 \\ y-3+x &= 0 \Rightarrow y = -x+3 \\ y-3-x - y-3-x &= 6 \\ -2x &= -6 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

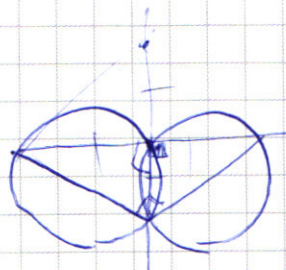
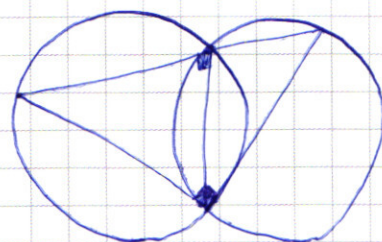
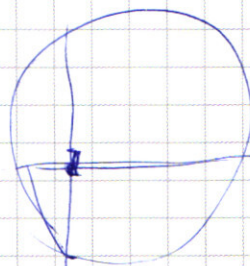


$$\begin{aligned} -y+3+x + y-3+x &= 6 \\ x &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y+3-x - y+3-x &= 6 \\ -2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$



CF



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^4}{3}\right) \lg 3y = (y^2)^2 \lg 3y^2$$

~~$$\left(\frac{y^4}{3}\right)$$~~

$$\left(\frac{y^2}{\sqrt{3}}\right)^2 \lg 3y = (y^2)^2 \lg 3y^2$$

$$\left(\frac{y^2}{\sqrt{3}}\right)^2 \lg 3y = (y^2)^2 \lg \sqrt{3} y$$

$$\frac{(y^2)^2 \lg 3y}{\sqrt{3}^2 \lg 3y} = \lg 3 + \lg y$$

~~$$\frac{y^4}{3}$$~~

$$\left(\frac{y^2}{\sqrt{3}}\right)^2 \lg 3 + 2 \lg y =$$

$$= (y^2)^2 \lg \sqrt{3} +$$

~~$$\left(\frac{y^4}{3}\right) \lg 3 + \lg y$$~~

$$\frac{y^2}{\sqrt{3}}^2 \lg 3y$$

$$\frac{y^4}{3}$$

$$\left(\frac{y^2}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$y = a$$

$$y$$

6

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{lgx}$$

$$x^{lgx} \cdot 10^{x^{lgx}}$$

$$x^{lgx}$$

$$a^{lgac} = c^{loga}$$

$$3y^3 \log y = 2(\log x + \log y)$$

$$y^2 \log x y = y^2 \log x + 2 \log y$$

$$a^4 \log a \cdot b^2 \log b^3 a = a^4 \log b^3 a$$

$$= a^4 \log b^3 a$$

$$a^4 \log b^3 a = a^4 \log b^3 a$$

$$\frac{a^4 \log b^3 a}{b^2 \log b^3 a} = \frac{a^4 \log b^3 a}{1}$$

$$x^{y^5 \log x} \cdot y^{2 \log x y} = y^{5 \log x}$$

$$x \cdot y^{2 \log x y} = y^{5 \log x}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{lgx} = \frac{(y^2)^{lgxy}}{1}$$

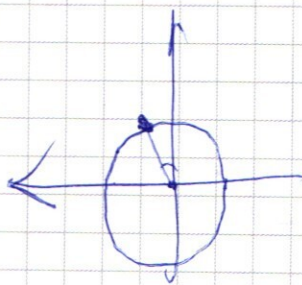
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^T g_x = y^2 g_{xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} (x-2)^2 \\ & (x-2)^2 - 4 - 2xy - 3y^2 + 12y = 0 \\ & (x-2)^2 - 2xy - 3y^2 + 12y - 4 \\ & \quad = -2y^2 + 12y + \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten calculations on grid paper:

Left side: $\sin 3x - \sin 11x = 2 \cos\left(\frac{14x}{2}\right) \sin\left(\frac{-8x}{2}\right) = 2 \cos\left(\frac{14x}{2}\right) \sin\left(\frac{8x}{2}\right)$

Center: $2 \cos$

Right side: $\cos 11x - \cos 3x = 2 \sin\left(\frac{14x}{2}\right) \sin\left(\frac{-8x}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{14x}{2}\right) \sin\left(\frac{8x}{2}\right)$

Below the center: $\sqrt{2}$

Equations:

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

Factorization:

$$\cos 14x = \cos(11x + 3x) = \sqrt{2}(\cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x)$$

Logarithmic calculations:

$$\lg 3 \lg 2 \lg 4 = \lg 3 \lg \left(\frac{2}{1}\right)$$

$$\lg 3 \lg 2 \lg 4 = \lg 3 \lg \left(\frac{4}{1}\right)$$

Arithmetic calculations:

8375 | 3

3375 | 3

1125 | 3

369 | 9

1125 | 3

1125 | 9

125 = 5 · 5 · 5 · 3 · 3 · 3 = 5 · 5 · 5 · 3 · 3 · 3

125

375

1125

$$\cos 11x - \sin 11x =$$

$$= \sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 11x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 11x \right) =$$

$$= -\sqrt{2} \left(\cos \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \left(\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\sin(11x - \pi)$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x \right)$$

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$2 \cos x \frac{1}{\sqrt{2}} + \sin x \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos x + \sin x)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos \left(\frac{x+y}{2} \right) \sin \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

$$\sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= 2 \cos \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} + 11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \sin \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} - 11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) =$$

$$= 2 \cos \left(\frac{14x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \sin \left(\frac{-8x}{2} \right) = \cos 7x$$

$$2 \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$2 \cos \left(\frac{x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \sin$$

$$\sqrt{2} \cos \left(7x \right)$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sin(-4x)$$

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin x)$$

$$\cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) \sin x \cos x \cos$$

$$2 \cos^2 7x - 1$$