

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$3375 = 5 \cdot 675 = 5^2 \cdot 135 = 5^3 \cdot 27 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Произведение восьми цифр равно $5^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ ровно три цифры = 5, остальные либо 3, 3, 3, 1, 1; либо 3, 9, 1, 1, 1

а) цифры (1; 1; 3; 3; 3; 5; 5; 5) $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$ расстановка цифр 5 расстановка цифр 3 расстановка цифр 1	б) цифры (1; 1; 1; 3; 9; 5; 5; 5) $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 560 \cdot 2 = 1120$ расстановка цифр 5 цифр 9 цифр 3
--	---

Всего: $560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680.

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x) = 0$$

а) $\sin 7x = -\cos 7x$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

б) $\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x \right)$$

$$\sin 4x = -\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(4x + \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = 4x + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ 7x + \frac{\pi}{4} = -4x - \frac{\pi}{2} + 2\pi m \quad (m \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ 11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \\ x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, \frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11} \right\} \quad (n, k, m \in \mathbb{Z})$

N3

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$$

$$OD3: x > 0, y > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^{5\lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2\lg xy}$$

$$\lg(y^{5\lg x}) = \lg(x^{\lg x} \cdot y^{2\lg xy})$$

$$5\lg x \cdot \lg y = \lg^2 x + 2\lg xy \cdot \lg y$$

$$5\lg x \lg y = \lg^2 x + 2\lg^2 y + 2\lg x \lg y$$

$$\lg^2 x + 2\lg^2 y - 3\lg x \lg y = 0$$

$$(\lg x - \lg y)(\lg x - 2\lg y) = 0$$

$$a) \lg x = \lg y$$

$$x = y \text{ (т.к. ф-ция монотонно возрастает)}$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$4x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 0$$

не пох.
по OD3

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$y = 0$$

не пох.
по OD3

$$b) \lg x = \lg y^2$$

$$x = y^2 \text{ (т.к. ф-ция монотонно возрастает)}$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$y(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$y = 3$$

$$x = 9$$

$$y^2 + y - 4 = 0 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

не пох.
по OD3

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$Oto: (2; 2); (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x+4|)^2 + (|y-3|)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases}$$

$$2y-6=6$$

$$y=6 \rightarrow x \in [-3; 3]$$

$$2) \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases} \begin{cases} y \geq x+3 \\ y < -x+3 \end{cases}$$

$$-2x=6$$

$$x=-3 \rightarrow y \in (6; 0]$$

$$3) \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} y < x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases}$$

$$2x=6$$

$$x=3 \rightarrow y \in (6; 0]$$

$$4) \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases} \begin{cases} y < x+3 \\ y < -x+3 \end{cases}$$

$$6-2y=6$$

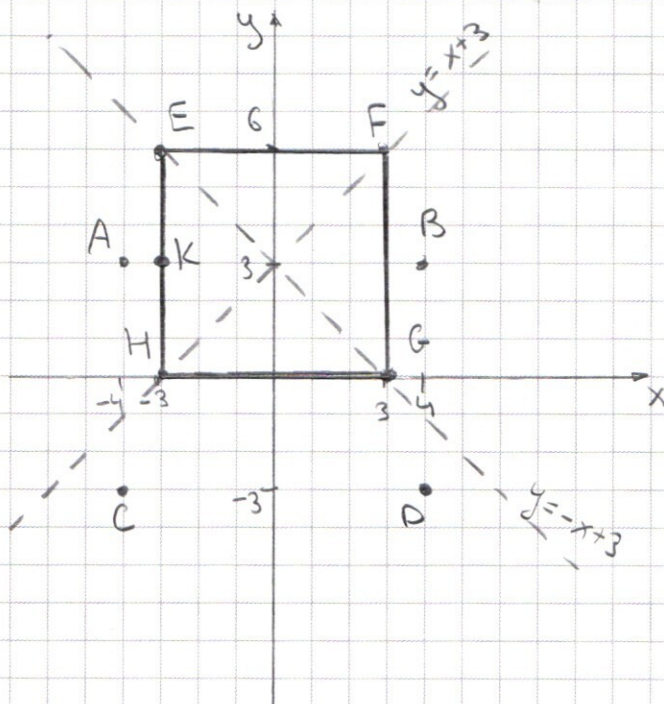
$$y=0 \rightarrow x \in (-3; 3)$$

Точки B и D симметричны точкам A и C относительно фигуры, образованной первым уравнением $\Rightarrow$ кол-во корней удваивается $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{a}=1 \text{ или } \sqrt{a}=\sqrt{130}$$

$$a=1 \text{ или } a=130$$

$$\text{Ответ: } \{1; 130\}$$



2) График второго уравнения -

4 окружности с центрами $(4; 3)$ $(-4; 3)$ $(-4; -3)$ $(4; -3)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

1) Рассмотрим окружность A.

при $R < AK$ - нет корней

$$AK=1$$

при $R = AK$ - 1 корень

при $R \in (AK; AF]$ - 2 корня

$$AF = \sqrt{4^2 + 9} = \sqrt{58}$$

при $R > AF$ - 0 корней

Рассмотрим окружность C

при $R < CH$ - нет корней

$$CH = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

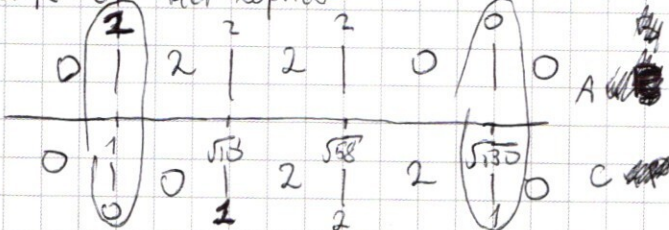
при $R = CH$ - 1 корень

при $R \in (CH; CF)$ - 2 корня

$$CF = \sqrt{4^2 + 81} = \sqrt{130}$$

при $R = CF$ - 1 корень

при $R > CF$ - нет корней



№7

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Для наличия у необходимо, чтобы

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + 2^{64} \cdot x - x$$

$$2^{64}(6-x) < 70 - x - 2^x$$

1) $x < 6$

~~$$2^{64}(6-x) > 70 - x - 2^x$$~~

~~$$2^{64}(6-x) > 70 - x - 2^x$$~~

$$2^{64}(6-x) > 70 - x - 2^x$$

нет решений

2) $x = 6$

$$2^{64}(6-x) = 0$$

$$70 - 6 - 2^6 = 0$$

нет решений

3) $x = 70$

$$2^{64}(6-x) = -2^{70}$$

$$70 - 70 - 2^{70} = -2^{70}$$

нет решений

4) $x \in (6; 70)$

$$y \in (2^x + 3 \cdot 2^{65}; 70 + (2^{64} - 1)x]$$

5) $x > 70$

$$2^{64}(6-x) < 70 - x - 2^x$$

нет решений

Количество целых y : $\sum_{x=7}^{69} (70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65}) = \sum_{x=7}^{69} (70 + 2^{64}(x-6) - x - 2^x)$

$$= 70 \cdot 63 + (2^{64} - 1)(7 \cdot 8 + \dots + 69) - 63 \cdot 3 \cdot 2^{65} - (2^7 + 2^8 + \dots + 2^{69}) =$$

$$= 70 \cdot 63 + (2^{64} - 1) \cdot \frac{76 \cdot 63}{2} - 63 \cdot 3 \cdot 2^{65} - 2^7 + 2^7 =$$

$$= 70 \cdot 63 + 38 \cdot 63 \cdot 2^{64} - 38 \cdot 63 - 63 \cdot 3 \cdot 2^{65} - 2^5 \cdot 2^{65} + 2^7 =$$

$$= 32 \cdot 63 + 2^{65}(63 \cdot 19 - 63 \cdot 3 - 32) + 128 =$$

$$= 2144 + 2^{65}(63 \cdot 16 - 32) = 2144 + 2^{65} \cdot 16 \cdot 61 =$$

$$= 2144 + 976 \cdot 2^{65} = 2144 + 61 \cdot 2^{69}$$

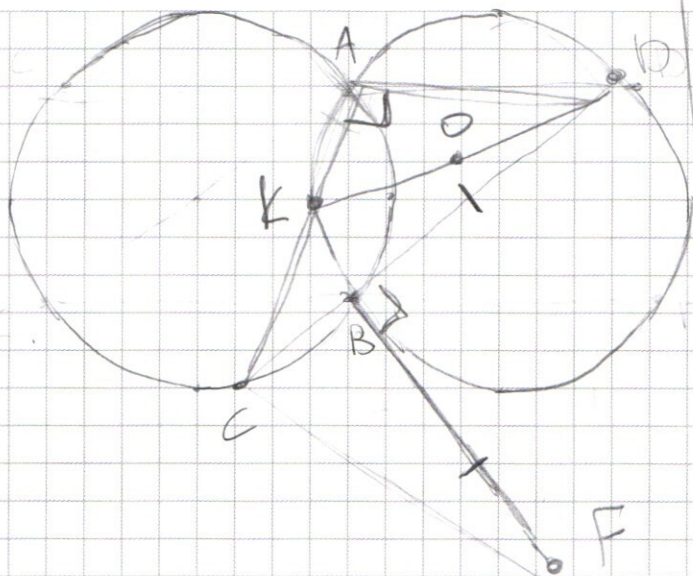
Ответ: $2144 + 61 \cdot 2^{69}$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 63 \\ \hline 96 \\ 192 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2016 \\ + 128 \\ \hline 2144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 16 \\ \hline 366 \\ 61 \\ \hline 976 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{3 \lg 9}{3} = \frac{2 \lg 27}{3}$$

$$81 - 51 - 36 + 27 + 36$$

$$\frac{10\sqrt{17} - 26}{4} = \frac{5\sqrt{17} - 13}{2}$$

$$t^3 \lg t^2 = t^2 \lg t^3$$

$$x^{10}, y^{10}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x y} = y^{2 \lg x} y^{2 \lg y}$$

$$y^{5 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$5 \lg x \lg y = \lg x \cdot \lg x + 2 \lg x \lg y + 2 \lg y \lg y$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$a^2 - 2ab - ab + 2b^2 = 0$$

$$a(a-b) - 2b(a-b) = 0$$

$$(a-2b)(a-b) = 0$$

$$\lg x = 2 \lg y \quad \lg x = \lg y$$

$$x = y^2$$

$$x = y$$

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 3x^2 + 12x = 0$$

$$4x = 8$$

$$x=2 \quad y=2$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$(y-3)(y^2 + y - 4) = 0 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y = 3 \quad y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(9; 3) \quad \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right) \quad (2; 2)$$

$$27 - 18 - 21 + 12$$

$$\frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{49 - 9\sqrt{17} - 2(5\sqrt{17} - 13) - 4(9 - \sqrt{17}) - 3(9 - \sqrt{17}) + 12(\sqrt{17} - 1)}{4} = \frac{49 - 9\sqrt{17} - 10\sqrt{17} + 26 - 36 + 4\sqrt{17} - 27 + 3\sqrt{17} + 12\sqrt{17} - 12}{4}$$

$$49 - 9\sqrt{17} - 10\sqrt{17} + 26 - 36 + 4\sqrt{17} - 27 + 3\sqrt{17} + 12\sqrt{17} - 12$$

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + x \cdot 2^{64} - x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f' &= 2^x \ln 2 \uparrow \\ g' &= 2^{64} - 1 \uparrow \end{aligned}$$

$$1) x < 0$$

$$y > 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 - x + x \cdot 2^{64}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64} \cdot x - x$$

$$2^{64} (6-x) = 70 - x - 2^x \quad | : 2^x$$

$$2^{64-x} (6-x) = \frac{70-x-2^x}{2^x}$$

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1) x < 0 \\ 2) x = 0 \\ 3) x = 1 \\ 4) x = 2 \end{array}$$

$$x = 3$$

$$x = 4$$

$$y > 8 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y > 16 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + 3 \cdot 2^{64} - 3$$

$$y \leq 70 + 2 \cdot 2^{65} - 4$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} \leq 70 + x \cdot 2^{64} - x$$

$$2^{64} (6-x) \leq 70 - 2^x - x$$

$$\begin{array}{l} 1) x < 6 \\ 2) x = 6 \\ 3) x < 70 \\ 4) x = 70 \end{array}$$

$$x = 70$$

$$5) x > 70$$

$$-2 \cdot 2^{64} < \frac{70}{2} - 2$$

$$x \in (6; 70)$$

$$x = 6$$

$$x = 70$$

$$y > 64 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y > 2^{70} + 3 \cdot 2^{65} = 32 \cdot 2^{65} + 3 \cdot 2^{65} = 35 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 64 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 35 \cdot 2^{65}$$

$$\begin{aligned} x &= 7 \\ y &> 2^7 + 3 \cdot 2^{65} \\ y &\leq 70 + 7 \cdot 2^{64} - 7 \end{aligned}$$

$$\frac{a^{n+1} - a}{b-1} = a + ab + ab^2 + \dots + ab^n$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$70 + 2 \cdot \frac{64}{x-6} - x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} =$$

$$= 2^{\frac{64}{x-6}} (x-6) + 70 - x - 2^x$$

$$\int (2^{\frac{64}{x-6}} \cdot x - 6 \cdot 2^{\frac{64}{x-6}} + 70 - x - 2^x) = x \cdot 2^{\frac{64}{x-6}} + x(70 - 3 \cdot 2^{65}) - \frac{x^2}{2} - \frac{2^x}{\ln 2}$$

$$7,65 \quad 69 \cdot 2^{63} + 69(70 - 3 \cdot 2^{65}) - \frac{69^2}{2} - \frac{2^{69}}{\ln 2} - 7(70 - 3 \cdot 2^{65}) + \frac{7^2}{2} - \frac{2^7}{\ln 2} =$$

$$= 1 + \dots + 63 = \frac{63 \cdot 64^{12}}{2} = 32 \cdot 63$$

$$2^{64} - 2$$

$$2^4 + 8 + 16$$

$$2^5(2^6 - 1)$$

$$2048$$

$$32$$

$$132$$

$$63$$

$$96$$

$$192$$

$$2016$$

$$38$$

$$63$$

$$114$$

$$228$$

$$2394$$

$$-\cos(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 4x = \sin(7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 4x = -\cos(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + 4x) = \cos(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{\pi}{2} + 4x = 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\frac{\pi}{2} + 4x = -2x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$6x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

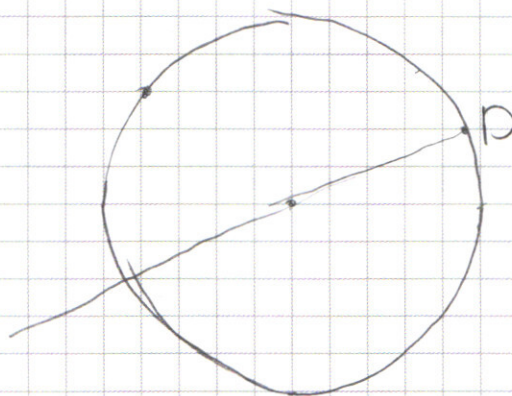
$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$4x = \frac{5\pi}{4} - 7x + 2\pi n$$

$$11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

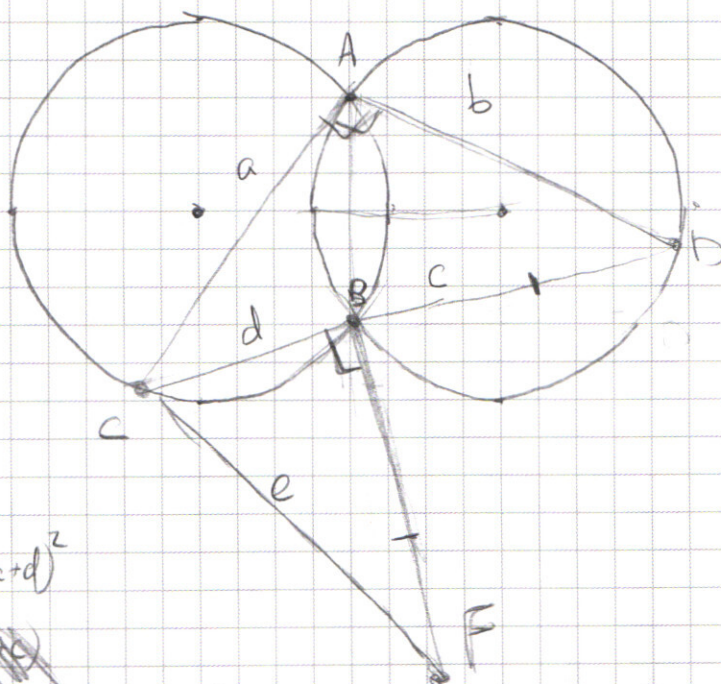
$$2^3 + 2^4 + 2^5 = 56 = 64 - 8$$

$$2^7 + \dots + 2^{69} = 2^7 - 2^0 - 2^1 - 2^2 - 2^3 - 2^4 - 2^5 - 2^6 - 2^7 = 2^7 - 128$$



$$d^2 + cd + b^2 = c^2 + 2cd + d^2$$

$$b^2 = c^2 + cd$$



$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 3 \\ \hline 1680 \end{array}$$

$$a^2 + b^2 = (c + d)^2$$

~~$$a^2 + b^2 = (c + d)^2$$~~

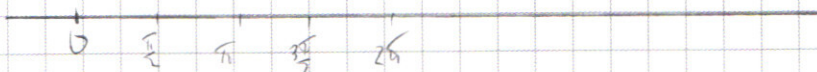
$$d^2 + c^2 = e^2$$

$$x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{\pi n}{11}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{3}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$675 \quad 27$$

$$135$$

$$\frac{5}{5} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{5}{5}$$

$$\frac{3}{3} \quad \frac{27}{27}$$

$$\frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3}$$

$$\frac{9}{9} \quad \frac{3}{3}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ 1125 \\ \hline 225 \\ 3375 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1) & 555 \quad 333 \quad 000 \\ & \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \\ & = 8 \cdot 7 \cdot 10 = 560 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & 555 \quad 39000 \\ & \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot 5 \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 20 = 1120 \\ & + 1120 \\ & \quad 560 \\ & \hline & 1680 \end{aligned}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \sin 4x = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \\ 4x = 2x - \frac{\pi}{4} + \pi n \\ 4x = \pi - 2x + \frac{\pi}{4} + \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + \pi n \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + \pi n \end{cases}$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$-2 \sin 4x \cdot \sqrt{2} \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 2x + \cos 2x) + (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) \sqrt{2} \sin 4x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2} (\sin \frac{\pi}{4} \sin 7x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 7x) = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} + 7x)$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - 4x) = \cos(\frac{\pi}{4} + 7x)$$

$$\begin{aligned} \sin 4x &= -\cos(7x + \frac{\pi}{4}) \\ \cos(\frac{\pi}{2} - 4x) &= \cos(\frac{3\pi}{4} + 7x) \\ \frac{\pi}{2} - 4x &= \frac{3\pi}{4} + 7x + 2\pi n \\ \frac{\pi}{2} - 4x &= -\frac{\pi}{4} - 7x + 2\pi n \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ 3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$x, y > 0$$

$$\lg x \cdot (5 - \lg x) = 2 \lg xy$$

$$\begin{aligned} 5 \lg x - \lg x \lg x &= 2(\lg x + \lg y) \\ 3 \lg x - \lg x \lg x &= 2 \lg y \end{aligned}$$

$$\lg_y \left(\frac{5 \lg x}{x} \right) = \lg_y (y^{2 \lg xy})$$

$$|a-b| + |a+b| = 6$$

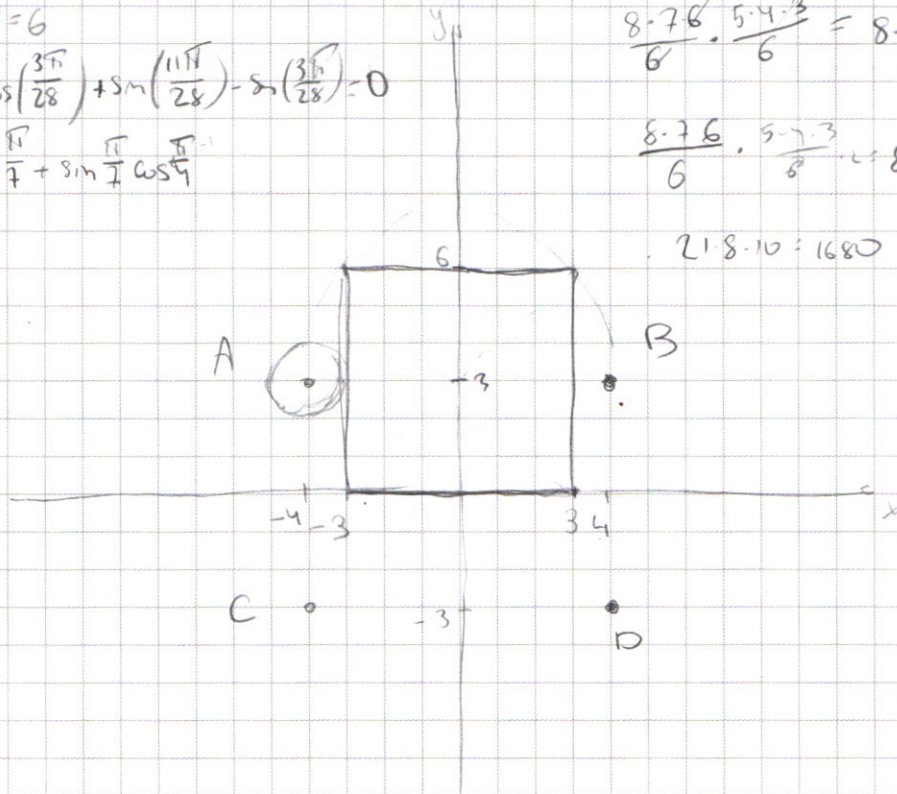
$$\cos\left(+\frac{11\pi}{28}\right) - \cos\left(\frac{3\pi}{28}\right) + \sin\left(\frac{11\pi}{28}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{28}\right) = 0$$

$$-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{8.76}{6} \cdot \frac{5.4 \cdot 3}{6} = 8.7 \cdot 10$$

$$\frac{8.76}{6} \cdot \frac{5.4 \cdot 3}{6} = 8.7 \cdot 10$$

$$21.8 \cdot 10 = 1680$$



$$\begin{aligned} &1) y-3-x \geq 0 \\ &2) y-3-x \leq 0 \\ &y \geq x+3 \\ &y \leq x+3 \\ &y = 6 \\ &x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3) y-3-x < 0 \\ &y-3+x > 0 \\ &x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &y < x+3 \\ &y > -x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4) y-3-x < 0 \\ &y-3+x > 0 \\ &-y+3+x-y+3-x = 6 \\ &y = 0 \end{aligned}$$

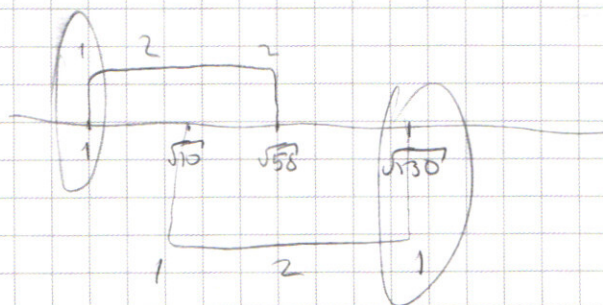
$$\sqrt{49+9} = \sqrt{58}$$

$$\begin{aligned} &AB: R < 1 - 0 \\ &R = 1 - 1 \\ &R \leq \sqrt{58} - 2 \\ &R > \sqrt{58} - 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &CD: R \leq \sqrt{10} - 0 \\ &R = \sqrt{10} - 1 \\ &R \leq \sqrt{130} - 2 \\ &R = \sqrt{130} - 1 \\ &R > \sqrt{130} - 0 \end{aligned}$$

$$x \in [7; 69]$$

$$a = 1; a = \sqrt{130}$$



$$\begin{aligned} &70 + 2 \cdot 64 \cdot x + 1 - 2 \cdot 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2 \cdot (x-6) - x - 2^x \\ &70 \cdot 63 + 2 \cdot \frac{64 \cdot 63}{2} - \frac{76 \cdot 63}{2} = (2^7 + 2^8 + 2^9) \\ &70 \cdot 63 + 2^{64} \cdot 32 \cdot 63 - 38 \cdot 63 - 2^{70+2^7} \\ &63 \cdot 32 + 2^{65} (63-2) + 128 = 2144 + 61 \cdot 2^{65} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 32 \\ \hline 126 \\ 189 \\ \hline 2016 \\ + 128 \\ \hline 2144 \end{array}$$