

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.
Разложим число 3375 на простые множители:
 $3375 = 3^3 \cdot 5^3$

Значит, чтобы произведение цифр восьмизначного числа было равно 3375, необходимо, чтобы 3 цифры были равны 5, 3 цифры — 3 и 2 цифры — 1. Пример: 11333555.

Посчитаем количество возможных вариантов. 3 шара из 8 займут первые 3 места из оставшихся 5 займут последние 2 места — единички.

Итого, кол-во вариантов равно:

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 560 \text{ вариантов.}$$

Ответ: количество таких восьмизначных чисел равно 560.

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) \times (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 & (1) \\ -2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 & (1) \\ -2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) & (2) \end{cases}$$

$$(1): \sin 7x = -\cos 7x$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; k \in \mathbb{Z}$$

$$(2): -\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x$$

$$\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x$$

$$\sin 4x = \sin 7x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 4x = \sin (7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}; k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}; k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (*) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(*): \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$$

$$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2(\lg x + \lg y)} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y}$$

$$y^{3\lg x} = y^{2\lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$\lg(y^{3\lg x}) = \lg(y^{2\lg y} \cdot x^{\lg x})$$

$$3\lg x \lg y = 2\lg^2 y + \lg^2 x$$

$$\lg x \lg y - \lg^2 y = \lg^2 y - 2\lg x \lg y + \lg^2 x$$

$$-\lg y (\lg y - \lg x) = (\lg y - \lg x)^2$$

$$\begin{cases} \lg y - \lg x = 0 \\ \lg x = 2\lg y = \lg y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y & (1) \\ x = y^2 & (2) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & x = y \\
 & x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0 \\
 & -4x^2 - 4x + 12x = 0 \\
 & -4x^2 + 8x = 0 \\
 & x(8 - 4x) = 0 \\
 & \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ но } x > 0 \Rightarrow x = y = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & x = y^2 \\
 & y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0. \\
 & y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0 \\
 & y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0 \\
 & y(y - 3)(y^2 + y - 4) = 0. \\
 & \begin{cases} y = 0 \\ y = 3 \\ y^2 + y - 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} D &= 1 + 16 = 17 \\ y &= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{aligned} \\
 & \begin{cases} y = 0 \\ y = 3 \\ y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \end{cases} \\
 & \begin{cases} x = 9 \\ x = \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)^2 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}
 \end{aligned}$$

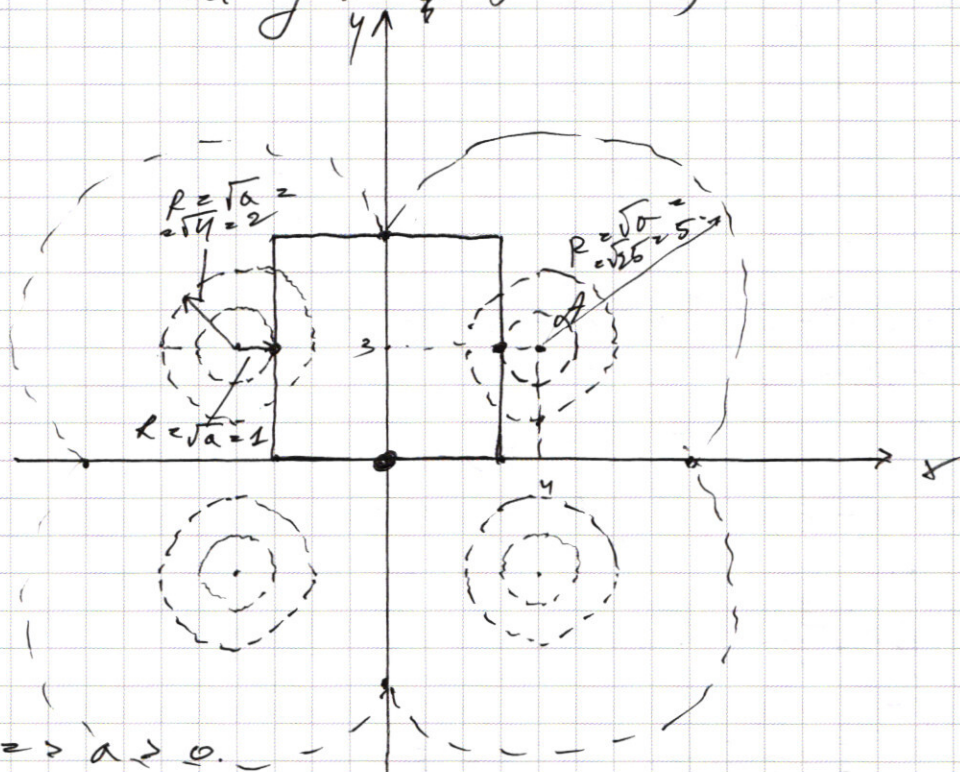
Ответ:

$$\begin{cases} x = y = 2 \\ \begin{cases} y = 3 \\ x = 9 \end{cases} \\ \begin{cases} y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

- 1 - уравнение, задающее квадрат со стороной 6, центром в точке $(0; 3)$
 2 - уравнение, задающее окружность с центром в точке $A(4; 3)$ ограничивающую квадрат по оси x , а затем по оси y . (радиус $\sqrt{a}$)



$$a = R^2 \Rightarrow a \geq 0.$$

При $a \in (0; 1)$ решений нет

При $a = 1$ решений 2 — $(3; 3)$ и $(-3; 3)$.

При $a \in (1; 25)$ решений 4 (пример показан, но решение при $a \neq 4$).

При $a = 25$ решений 2 — $(0; 0)$ и $(0; 6)$.

При $a \in (25; +\infty)$ решений нет.

Итак, система имеет 2 решения при $a \in \{1; 25\}$.

Ответ: Система имеет ровно 2 решения при $\begin{cases} a \geq 1 \\ a \leq 25 \end{cases}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$$

Найдем ^{все} такие x , при которых
 $2^x + 3 \cdot 2^{65} \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$

$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \geq 70 \end{cases}$ При $x < 6$ наибольшее значение
 y меньше наименьшего значения,
 т.е. -но, при $x < 6$ решений нет.

При $x \geq 6$ наименьшее значение y равно
 наибольшему значению (равно $6 \cdot 2^{64} + 64$)
 $\Rightarrow$ решений нет.

При $x \in \mathbb{Z}; x \in [7; 69]$ каждому целому
 x будет соответствовать множество значений
 y .

При $x \in [70; +\infty)$ решений нет (аналогично
 случаю $x \leq 6$).

Количество целых значений y можно
 считать как разность между наибольшим
 и наименьшим значениями (которое не включено,
 поэтому 1-е неравенство строгое) y .

$x \geq 7$ Кол-во решений: $2^{64} - 65$
 $x \geq 8$ Кол-во решений: $2 \cdot 2^{64} - 194$
 $x \geq 9$ Кол-во решений: $3 \cdot 2^{64} - 451$

и т.д. Чтобы считать общее количество пар чисел
 x и y , которые являются целыми решениями
 данной системы, можно количество ~~решений~~
 значений y при каждом из целых x .

$$\Sigma = (1 + 2 + 3 + \dots + 63) \cdot 2^{64} - 65 - (3 \cdot 65 - 1) - \dots$$

$$\Sigma = 32 \cdot 63 \cdot 2^{64} - \underbrace{(3(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) \dots - 1) - 1)}_{\substack{62 \text{ тройки} \\ 62 \text{ пробела}}} \underbrace{\dots - 1) - 1)}_{\substack{62 \text{ единицы} \\ 62 \text{ пробела}}}$$

Ответ:

Общее число целых пар решений x и y равно

$$32 \cdot 63 \cdot 2^{64} - \underbrace{(3(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) \dots - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} \underbrace{\dots - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}}$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= 32 \cdot 63 \cdot 2^{64} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} - \\ &- \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} - \underbrace{(3 \cdot 65 - 1) - 65}_{64 \text{ раз}} \end{aligned}$$

Ответ: Общее число целых решений системы вида (x, y) равно

$$\begin{aligned} &32 \cdot 63 \cdot 2^{64} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{62 \text{ раза}} - \\ &- \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{61 \text{ раз}} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{61 \text{ раз}} - \underbrace{(3(3 \dots (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1)}_{60 \text{ раз}} - \\ &- \underbrace{(3 \cdot 65 - 1) - 65}_{60 \text{ раз}} \\ &(\text{и т.д.}) \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$2^x < y - 3 \cdot 2^{65}$$

$$x \geq \frac{y - 70}{2^{64} - 1}$$

$$64 + 3 \cdot 2^{65} \leq y - 70$$

$$\approx 7 \cdot 64 \cdot 2^{2^{64}-1} <$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} > 70 + 2^{64} \cdot x - x \cdot 2^{64} + 3 \cdot 2^{65}$$

$$6 \cdot 2^{64} + 2^x = 70 - x + x \cdot 2^{64} \cdot 70$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \geq 70 \end{cases}$$

1 2 3 4 5 6 7

кон-во точек
нар.

71 - 6 = 65

кон-во в-х $x: 63$

$(x \in [6; 70])$
 $x \in \mathbb{Z}$

$$2^8 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 8 \cdot 2^{64} - 8 =$$

$$63 + 7 \cdot 2^{64}$$

$$62 + 8 \cdot 2^{64}$$

$$61 + 8 \cdot 2^{64}$$

$$1 + 69 \cdot 2^{64}$$

$$2 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 2^{64} - 1 =$$

$$\approx 2^{64} + 69$$

$$2^{64} \cdot 6 + 2$$

$$4 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$2 \cdot 2^{64} + 68$$

$$3 \cdot 2^{64}$$

$$8 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$3 \cdot 2^{64}$$

$$2^6 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 6 \cdot 2^{64} - 6 =$$

$$2^6 + 6 \cdot 2^{64}$$

$$2^7 + 8 \cdot 2^{64}$$

$$2^8 + 6 \cdot 2^{64}$$

$$2^9 + 6 \cdot 2^{64}$$

$$2^{69} + 6 \cdot 2^{64}$$

$$3 \cdot 2^{65} + 2$$

$$70 + 7 \cdot 2^{64} - 7 =$$

$$63 + 7 \cdot 2^{64}$$

$$2^{64} + (28 + 63) =$$

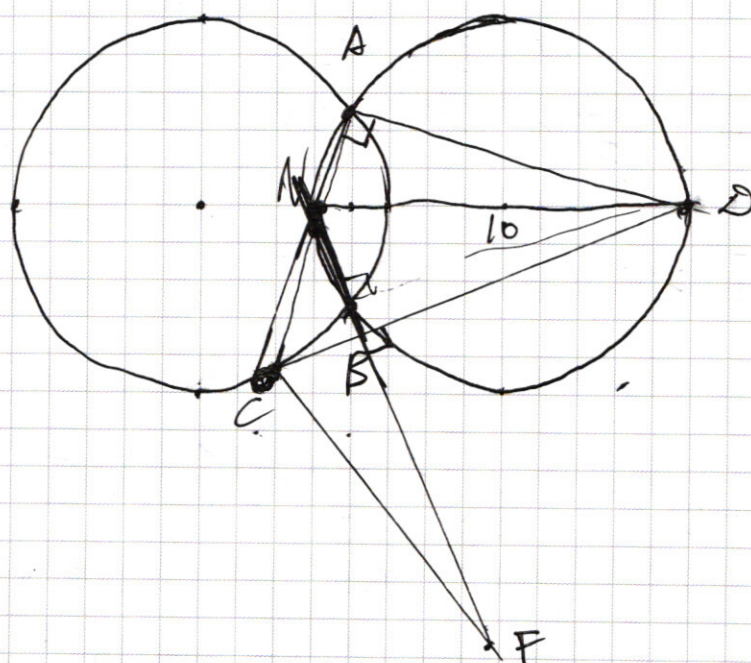
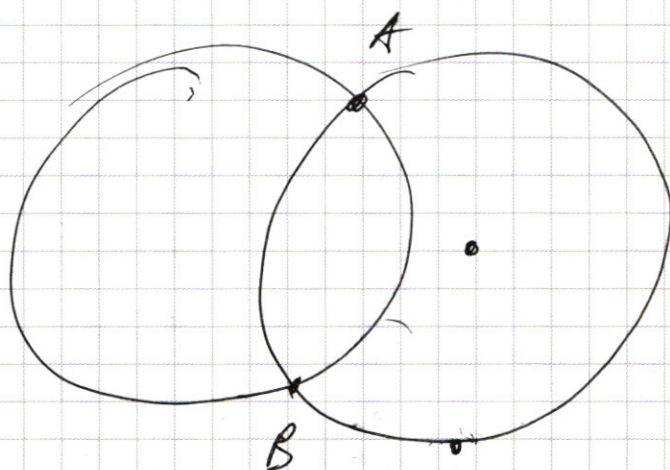
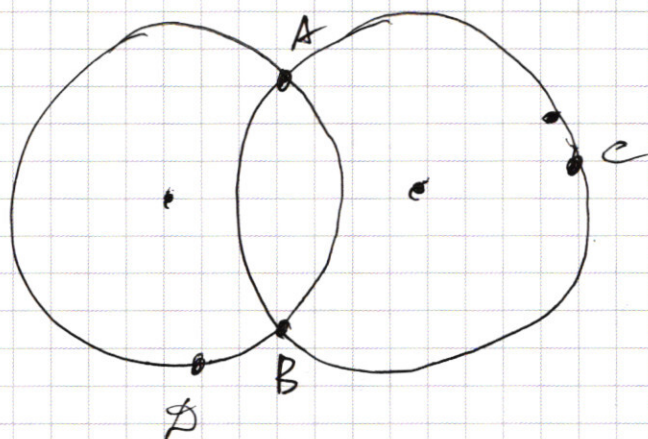
$$65$$

$$256 - 512$$

$$62 \quad 61$$

$$194 \quad 451$$

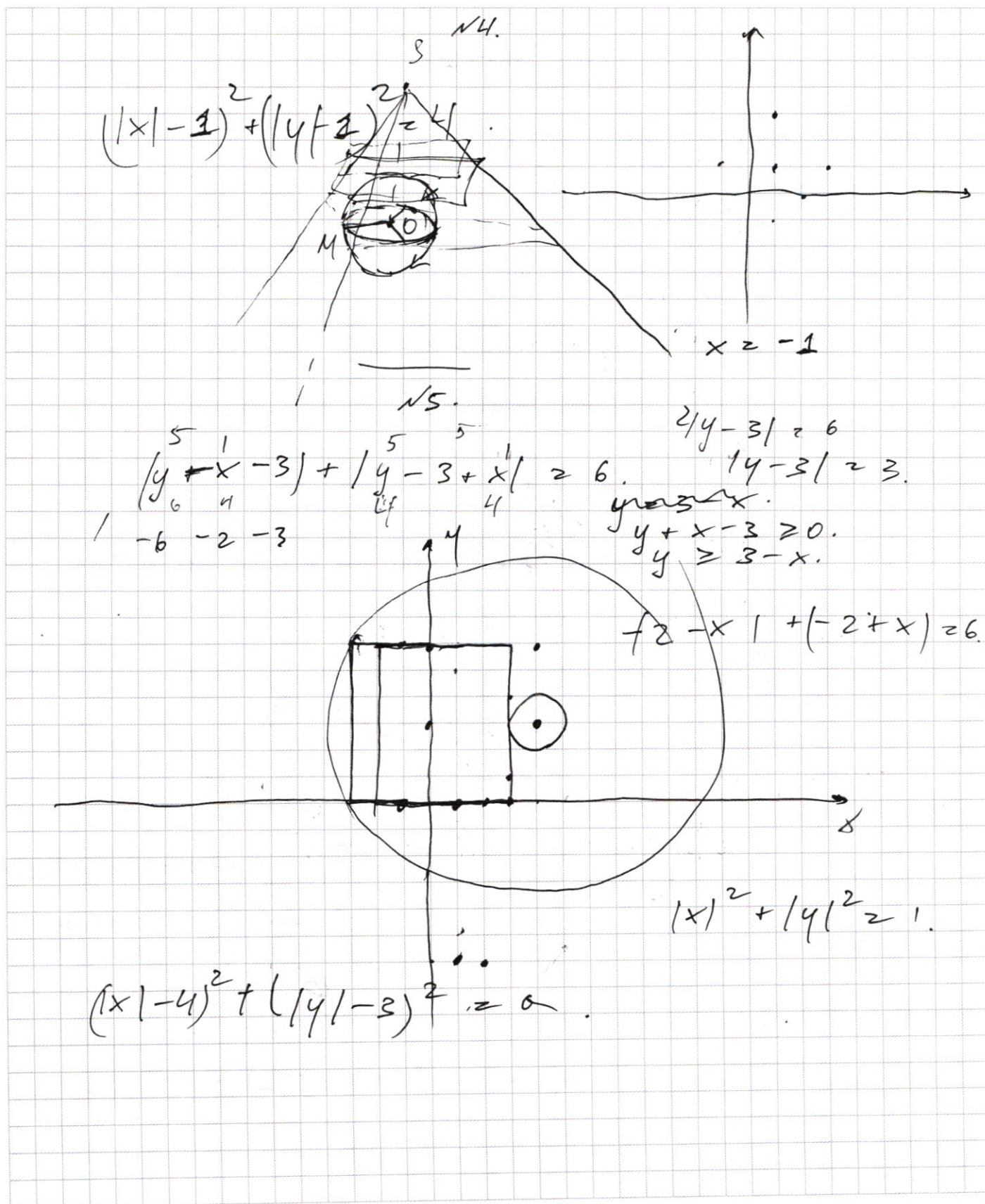
№ 6.



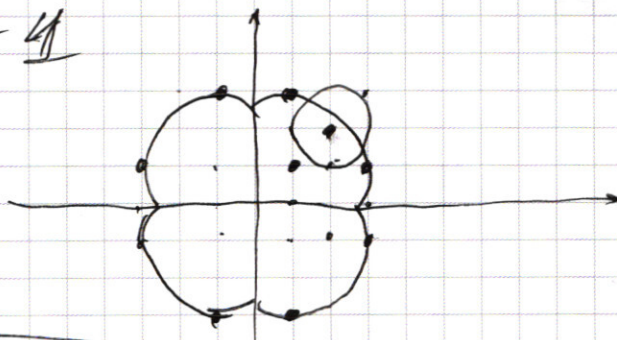
☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(1x1-2)^2 + (1y1-2)^2 = 4$$

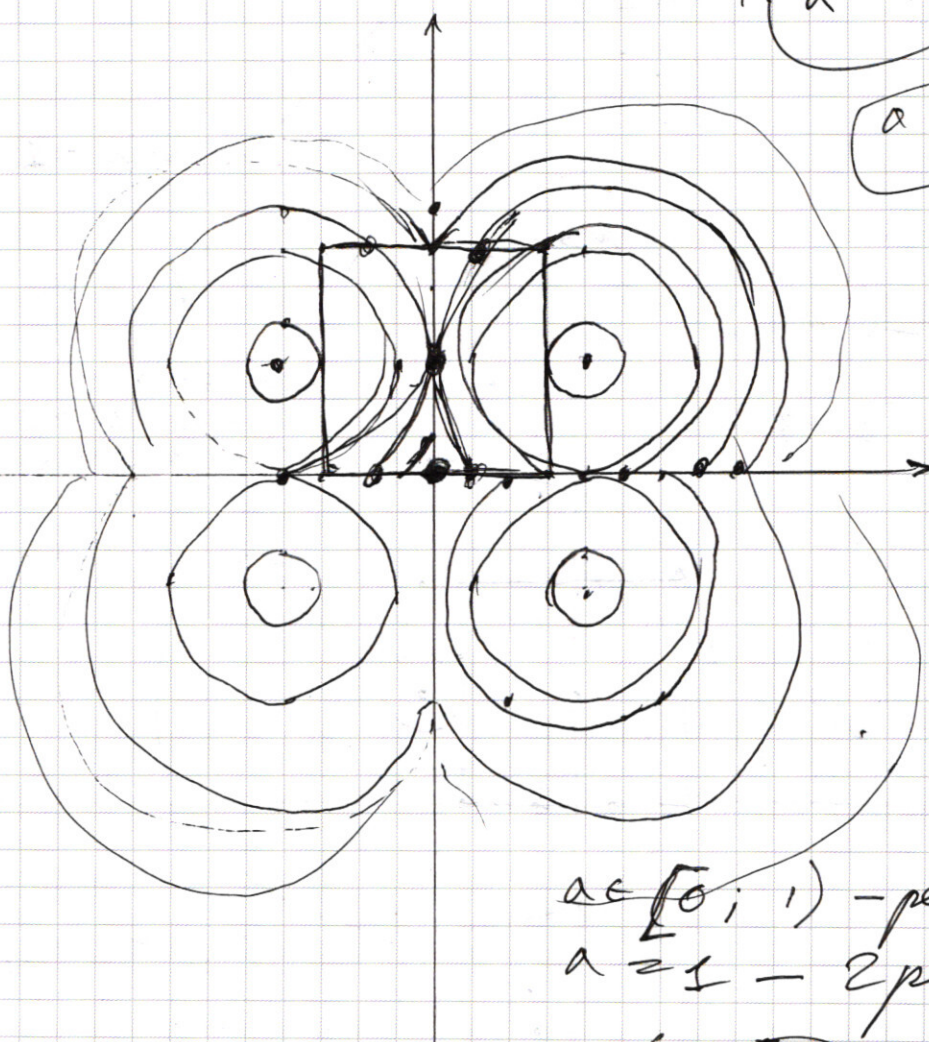


$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (1x1-4)^2 + (1y1-5)^2 = a \end{cases}$$

№ 5.

1. $a = 1$.

$a = 25$.



$a \in [0; 1)$ - решений нет

$a = 1$ - 2 решения

$a \in (1; 16]$ - 4 решения

$a \in (1; 25)$ - 4 решения

$a = 25$ - 2 решения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$\begin{array}{r} 3375 \div 5 = 675 \\ 675 \div 5 = 135 \\ 135 \div 5 = 27 \\ 27 \div 3 = 9 \\ 9 \div 3 = 3 \\ 3 \div 3 = 1 \end{array}$$

$$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$. $\Rightarrow$ чтобы пр-е стало числом
8-ми. цифр было равно 3375 3 цифры
должны быть равны 5, 3 цифры ≤ 3 , и 2
цифры ≤ 1 .

$$3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$1 \cdot 5 \cdot 3$$

$$3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$$

11: 3 грани и 3 ребра

$$333:$$

$$\begin{array}{r} 11 \mid 555333 \\ 333555 \\ 553533 \\ 353 \end{array}$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2}$$

$$C_8^2 \cdot C_6^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3} = 560$$

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 4x. \\ -2 \sin 4x \sin 7x - 2 \sin 4x \cos 7x &= \sqrt{2} \cos 4x. \\ -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\ -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\ -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) \\ & \quad (\sin 7x + \cos 7x) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0. & (1) \\ -2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) & (2) \end{cases}$$

и 1 не равно

(2):

$$-\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x.$$

$$\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x.$$

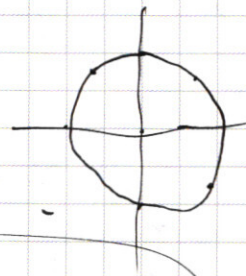
$$\sin 4x = \sin 7x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \sin \frac{\pi}{4}.$$

$$\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(1) $\sin 7x = -\cos 7x.$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}.$$



(2)

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 11x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}; k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

(1) $x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; k \in \mathbb{Z}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x + 4}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2(\lg x + \lg y)}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$\lg(y^{3 \lg x}) = \lg(y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x})$$

$$3 \lg x \lg y = 2 \lg^2 y + \lg^2 x$$

$$\lg x \lg y - \lg^2 y = \lg^2 y + \lg^2 x - 2 \lg x \lg y$$

$$- \lg y (\lg y - \lg x) = (\lg y - \lg x)^2$$

$$\begin{cases} \lg y - \lg x = 0 \\ - \lg y = \lg y - \lg x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg y = \lg x \\ \lg x = 2 \lg y = \lg y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x & (1) \\ x = y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 - 4x + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$x(8 - 4x) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 = 2 \\ x = 4 = 0 \end{cases}$$

$$(2). \quad y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0.$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \quad | y+1 \\ - (y^3 + y^2) \\ \hline -3y^2 - 7y + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3y^2 - 7y \\ - (-3y^2 - 3y) \\ \hline -4y + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \quad | y+2 \\ - (y^3 + 2y^2) \\ \hline -4y^2 - 7y + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4y^2 - 7y \\ - (-4y^2 - 8y) \\ \hline y + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \quad | y+3 \\ - (y^3 + 3y^2) \\ \hline -5y^2 - 7y + 12 \\ - (-5y^2 - 15y) \\ \hline 8y + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \quad | y-3 \\ - (y^3 - 3y^2) \\ \hline y^2 - 7y + 12 \\ - (y^2 - 3y) \\ \hline -4y + 12 \\ - (-4y + 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17.$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y(y-3)\left(y - \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)\left(y - \frac{-1-\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 3 \\ y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y > 0. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ x &= \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} = \frac{17+1-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/8} = y^{2/9} x y \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4 - 3y^2 + 12y - 4 - 2xy = 0.$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 - 2xy + 8 = 0.$$

$$\frac{y^5}{x} = y^{2/9} x y = y^{2/9} x + 2/9 y = y^{2/9} x + y^{2/9} y.$$

$$\frac{y^3}{x} = y^{2/9} x.$$

$$10^n = x.$$

$$x^n.$$

$$10^a = x^n$$

$$a = n^2.$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 = 2xy - 8.$$

$$2(x-1)(y-1) = 2xy - 2x - 2y + 1$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 - 4(y-2)^2 - 2xy$$

$$2(x-1)(1-y) =$$

$$= -2xy + 2x + 2y - 1$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3(y^2 - 2y + 1) - 2x + 6y - 2xy + 2 = 0.$$

$$(x-1)^2 - 3(y-1)^2 - 2xy - 2x + 3 \cdot 2y + 2$$

$$2x - 2y - 2 = 2xy - 4y - 4x + 4$$

$$x^2 - 2xy$$

$$x^2 - 4x + 4 - 3y^2 + 12y - \cancel{12} + 8 - 2xy = 0.$$

$$(x-2)^2 - (\sqrt{3}y - 2\sqrt{3})^2 + 8 - 2xy = 0.$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 - 4(y-2)^2 + 8 - 2xy = 0.$$

$$(x-2)^2 - 2xy + 4y + 4x - 4 + (y-2)^2 + 12 + 4y + 4x - 4(y-2)^2 = 0.$$

$$(x-2-y+2)^2 - 4(y-2)^2 + 12 + 4y + 4x = 0.$$

$$(x-y)^2 - 4(y-2)^2 + 12 + 4y + 4x = 0.$$

$$(x-y-2y+4) \quad \sqrt{63}.$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\lg \frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = \lg y^2 \lg xy.$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}.$$

$$y^3 \lg x = y^{2 \lg y} \cdot x \lg x.$$

$$3 \lg x \lg y = \lg y^{2 \lg y} + \lg x \lg x.$$

$$3 \lg x \lg y = 2 \lg^2 y + \lg^2 x.$$

$$\lg x \lg y - \lg^2 y = \lg^2 y + \lg^2 x - 2 \lg x \lg y$$

$$- \lg y (\lg y - \lg x) = (\lg y - \lg x)$$

$$\lg x = \lg y = 0$$

$$\lg x = \lg y.$$

$$\lg y = \lg x.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{64} - 65$$

$$2^{64} - 194$$

$$3 \cdot 2^{64} - 451$$

$$63 \cdot 2^{64} - \dots$$

$$(1) \cdot 2^{64} - 65$$

$$(1+1) \cdot 2^{64} - (3 \cdot 65 - 1)$$

$$(1+2) \cdot 2^{64} - 3 \cdot (3 \cdot 65 - 1) - 1$$

$$3 (3 \cdot (3 \cdot 65 - 1) - 1) - 1$$

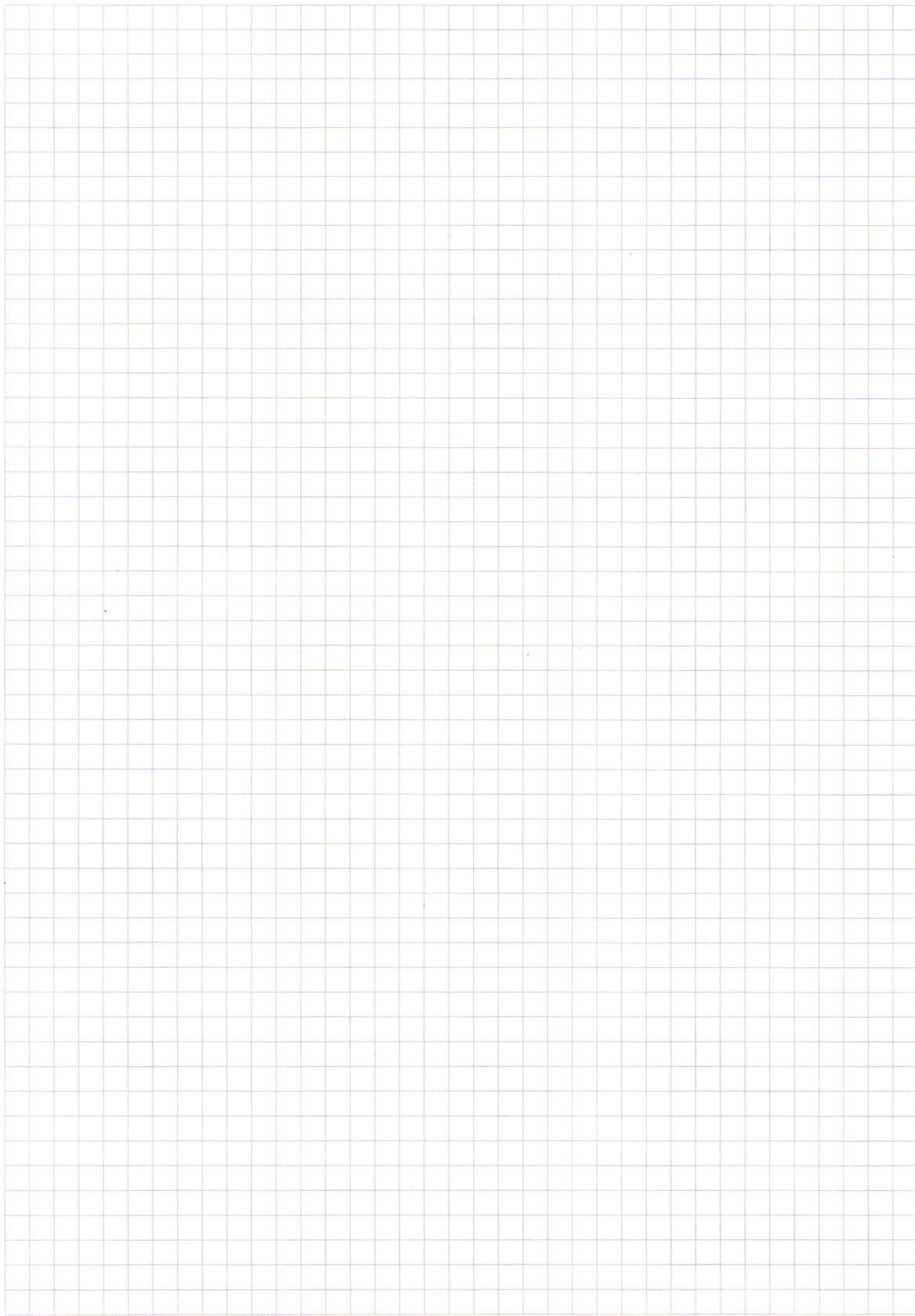
$$\frac{1+63}{2} \cdot 63 = 32 \cdot 63 \cdot 2^{64}$$

$$- 65 - 3 \cdot 65 + 1 - 9 \cdot 65 + 3 + 1$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$64 + 6 \cdot 2^{64}$$

$$6 \cdot 2^{64} + 64$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)