

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рабочую тетрадь.
Работы без вложенного задания не проверяются.

- [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
- [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

- [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

- [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание №2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \cos 3x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x) = -2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x)$$

$$\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) + 2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) + 2\sin 4x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x)(2 \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x \right) + 2\sin 4x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x)(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x) = 0$$

$$2(\sin 7x + \cos 7x) \sin \left(\frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} - 11x}{2} \right) = 0$$

$$-(\sin 7x + \cos 7x) \sin \left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0, \\ \sin \left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0, \\ \cos \left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x = -\cos 7x \\ \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 7x = -1, \\ \frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ \frac{11}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{28} + \frac{\pi m}{7}, m \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$

Задание №5

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения
при каких x ?
Рассмотрим первую строку системы:
 $|y - (x + 3)| + |y - (3 - x)| = 6$

Нули подмодульных выражений: $y = x + 3$ и $y = 3 - x$

I случай: $x + 3 \geq 3 - x$; $x \geq 0$. Раскроем модули в этом случае

Учитывая нули подмодульных выражений

$$\begin{cases} y \geq x + 3, \\ y - x - 3 + y - 3 + x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq x + 3, \\ y = 6, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - x \leq y \leq x + 3, \\ x + 3 - y + y - 3 + x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} 3 - x \leq y \leq x + 3, \\ x = 3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 3 - x, \\ x + 3 - y - y + 3 - x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3 - x, \\ y = 0. \end{cases}$$

II случай: $x + 3 < 3 - x$; $x < 0$. Раскроем модули в этом случае учитывая нули подмодульных выражений

$$\begin{cases} y \geq 3 - x, \\ y - x - 3 + y - 3 + x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 3 - x, \\ y = 6 \end{cases}$$

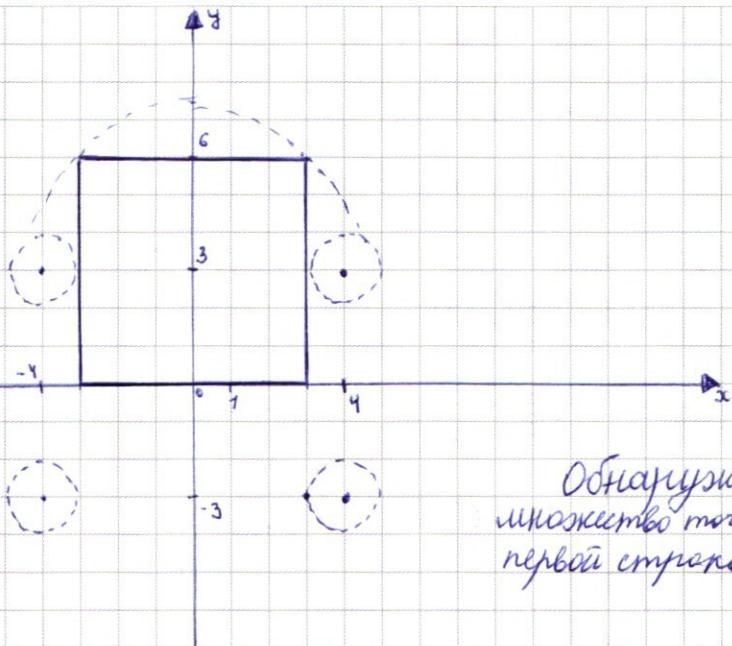
$$\begin{cases} x + 3 < y < 3 - x, \\ y - x - 3 - y + 3 - x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3 < y < 3 - x, \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq x + 3, \\ x + 3 - y - y + 3 - x = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Изображим полученное множество на координатной плоскости:

(см. стр. 3)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Обнаруживается, что множество точек, заданное первой строкой - квадрат

Рассмотрим вторую строку системы: $(|x-4|)^2 + (|y|-3)^2 = a$

Это выражение задаёт 4 окружности с центрами в точках

$(4; 3); (4; -3); (-4; 3); (-4; -3)$ и радиусами $R = \sqrt{a}$

Из рисунка видно, что для того, чтобы система имела ровно граничения необходимо, чтобы 2 окружности не имели с ними общих точек. Таких случаев всего 2 (схематично показано на рисунке):

В I случае окружности с центрами в точках $(-4; 3)$ и $(4; 3)$ имеют с квадратом общие точки $(-3; 3)$ и $(3; 3)$ соответственно; в этом случае $R = 1; a = 1$

Во II случае окружности с центрами в точках $(-4; -3)$ и $(4; -3)$ имеют с квадратом общие точки $(3; -6)$ и $(-3; -6)$ соответственно, в этом случае $R = \sqrt{9+81} = \sqrt{130}; a = 130$

Получаем, что исходная система имеет ровно граничения при $a = 1$ и $a = 130$

Ответ: 1; 130

Задание №3

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{array} \right.$$

$$1) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$3y^2 + 2xy - 12y - x^2 + 4x = 0$$

$$3y^2 + 2y(x-6) - (x^2 - 4x) = 0$$

Решим это уравнение как квадратное относительно y :

$$\frac{x^2}{4} = (x-6)^2 + 3(x^2 - 4x) = x^2 - 12x + 36 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 24x + 36 = \\ = (2x-6)^2 \quad \left[\begin{array}{l} y = \frac{6-x+2x-6}{3} \\ y = \frac{6-x-2x+6}{3} \end{array} \right], \quad \left[\begin{array}{l} y = \frac{x}{3} \\ y = -x+4 \end{array} \right], \quad \left[\begin{array}{l} x = 3y \\ x = 4-y \end{array} \right].$$

$$2) \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \quad \text{OДЗ: } \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ y > 0 \end{array} \right.$$

$$y^{5 \lg x} = y^2 \lg xy \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x} = y^2 \lg y \cdot x^{\lg x}$$

Теперь ~~выберем~~ посмотрим, какие из решений второй строки системы являются решениями первой строки системы.

$$\text{I строка: } x = 3y$$

$$y^{3 \lg 3y} = y^2 \lg y \cdot (3y)^{\lg 3y}$$

$$y^{3 \lg 3y} = y^2 \lg y + \lg 3y \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3y} = y^2 \lg y \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^2 \lg 3 = 3^{\lg 3y}$$

$$\lg y^2 \lg 3 = \lg 3^{\lg 3y}$$

$$2 \lg 3 \lg y = \lg 3 \lg 3y$$

$$2 \lg y = \lg 3 + \lg y$$

$$\lg y = \lg 3$$

$$y = 3; \quad x = 9 \quad - \text{уровн. ОДЗ}$$

$$\text{II строка: } x = 4 - y$$

$$y^{3 \lg x} = y^2 \lg y \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg 4-y} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg \frac{x^3}{4-y}} = x^{\lg x}$$

$$\lg y \cdot \lg \frac{x^3}{4-y} = \lg x \cdot \lg x$$

$$\lg^2 x = \lg y (3 \lg x - 2 \lg y)$$

$$\cancel{\lg^2 x} - \lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

Решим это уравнение как квадратное относительно $\lg x$:

$$\Delta = 9 \lg^2 y - 8 \lg^2 y = \lg^2 y$$

$$\lg x = \frac{3 \lg y \pm \lg y}{2} \quad \left[\begin{array}{l} \lg x = \lg y \\ \lg x = 2 \lg y \end{array} \right]$$

см. стр. 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \lg x = \lg y, \\ \lg x = \lg(4-x), \end{cases} \quad \begin{cases} \lg x = \lg y^2, \\ \lg x = \lg(4-x)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - x, \\ x = x^2 - 8x + 16, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ x^2 - 9x + 16 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2, \\ x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2}, \\ x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \end{cases} \quad y = 4 - x; \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} \\ y = 4 - \frac{9 + \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2} \end{cases} \text{ - не удовл. ОДЗ}$$

II случай даёт нам решения:

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 2, \\ x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}, \end{cases}$$

Итого получаем:

$$\begin{cases} x = 9, \\ y = 3, \\ x = 2, \\ y = 2, \\ x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}, \\ y = \frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ответ: $(9; 3); (2; 2); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)$

Задание № 1

Разложим 3375 на множители. $3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Получаем, что искомые восемизначные числа составлены либо из цифр 5; 5; 5; 3; 3; 3; 1; 1, либо из цифр 5; 5; 5; 9; 3; 1; 1; 1

Из цифр 5; 5; 5; 3; 3; 3; 1; 1 можно составить $\frac{8!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = 1120$ чисел

Из цифр 5; 5; 5; 9; 3; 1; 1; 1 можно составить $\frac{8!}{5!3!} \cdot 5 \cdot 4 = 1120$ чисел

$1120 + 1120 = 2240$ чисел

Ответ: 2240

Задание №6

BF - серединный перпендикуляр к прямой CD , значит центр описанной окружности $\triangle ACD$ лежит на прямой BF . $\triangle ACD$ - прямоугольный, значит центр описанной окр. лежит на гипotenузе; значит B - центр описанной окружности $\triangle ACD$.

Тогда AB -медиана; $\Rightarrow AB = CB = DB$; $BD = BF$, тогда

$$BA = BC = BD = BF; \triangle ACFD \text{ - вписанный}; \angle CFD = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} CF^2 &= CD^2 - FD^2 = CD^2 - BF^2 - BD^2 = CD^2 - BC^2 - BD^2 = \\ &= (BC + BD)^2 - (BC^2 + BD^2) = 2BC \cdot BD \end{aligned}$$

$$CF^2 = 2BC \cdot BD \quad \cancel{CF = BC}$$

$$CF^2 = 2BC^2$$

$$CF = \sqrt{2}BC, \text{ значит } CF = \frac{BC}{\sin \angle BFC}, \text{ значит}$$

$$\sin \angle BFC = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \angle BFC = 45^\circ, \text{ тогда } \angle BCF = 45^\circ$$

$$\text{Уз } \triangle ABC: AB = \frac{2R_{ABC}}{\sin \angle ACB} \quad \angle ACB = 45^\circ$$

$$AB = \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \quad \cancel{BA} \quad BC = AB$$

$$CF = BC \cdot \sqrt{2} = 20 \quad CF = 20$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 = 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 135 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} + 125 \\ 27 \\ \hline 1875 \\ 250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

~~221~~

2 - 2 - 2 - 1 - 1 - 1

551

~~221~~

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

1155

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

2211

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

1551

$$\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0$$

1515

$$(\cos 7x + \sin 7x)(\sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

5

$$\cancel{\sqrt{2}} \cdot 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right) + 2 \sin 4x = 0$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin 4x = 0$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{5\pi}{8}$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \sin 4x = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x = 0$$

1155

... / ...

1551

$$\frac{5!}{3! 2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 20$$

1515

$$\sin \left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

5511

$$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

5151

5115

* * * * *

3 3 2 2 2 2

211

5 5 5 3 3 3 11

~~38~~

$$\cancel{\frac{8!}{5! 3!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = \cancel{48} 8 \cdot 7$$

121
211
112

501
211
2

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y}$$

$$\frac{y^{\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x y}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg(x y)} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x + 2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

~~$$y^{3 \lg x} = y^2.$$~~

~~y~~

$$y^{3 \lg 3y} = y^{2 \lg y} \cdot (3y)^{\lg 3y}$$

$$y^{3 \lg 3y} = y^{2 \lg y + \lg 3y} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3y} = y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3 + 2 \lg y} = y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$\lg y^{2 \lg 3} = \lg 3^{\lg 3y}$$

$$2 \lg 3 \lg y = \lg 3 \lg 3y$$

$$2 \lg y = \lg 3y$$

$$2 \lg y = \lg 3 + \lg y$$

$$\lg y = \lg 3$$

$$y = 3 \quad x = 9$$

~~$$y^{2 \lg 3} = 27^{\lg 9} \quad 9^{\lg 27} = y^{\lg 9}$$~~

$$3^{3 \lg 3} = 3^{2 \lg 27}$$

$$3^{6 \lg 3} = 3^{6 \lg 3}$$

~~$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$~~

~~$$(x-y)^2 - 4y^2 - 4x + 12y = 0$$~~

$$x^2 - 2x(y+4) - (3y^2 - 12y) = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = (y+4)^2 + 3y^2 - 12y = y^2 + 8y + 16 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 4y + 16$$

$$= (2y-1)^2 + 15$$

$$x = \frac{2(y+4) \pm \sqrt{(2y-1)^2 + 15}}{2}$$

$$x = 2(y+4) \pm \sqrt{(2y-1)^2 + 15}$$

$$3y^2 + 2xy - 12y - x^2 + 4x = 0$$

$$3y^2 + 2y(x-6) - (x^2 - 4x) = 0$$

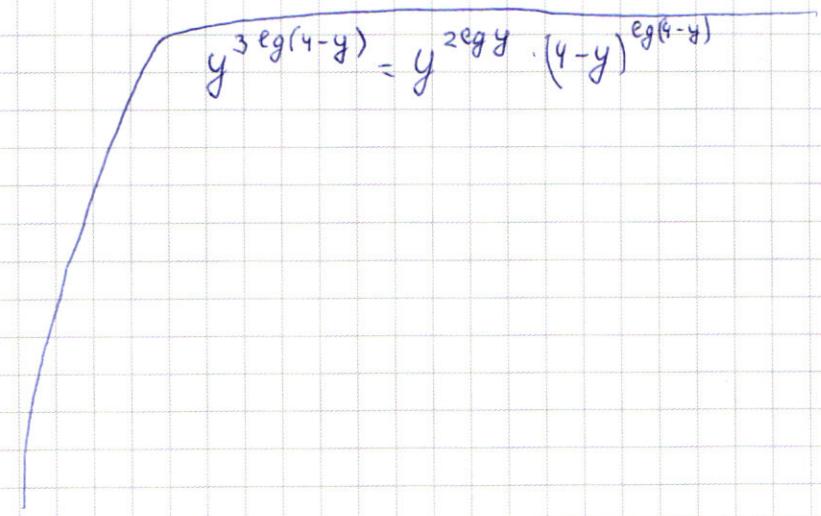
$$\frac{\Delta}{4} = (x-6)^2 + 3(x^2 - 4x) = x^2 - 12x + 36 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 24x + 36 = (2x-6)^2$$

$$y = \frac{6-x+2x-6}{3} = \frac{x}{3}$$

$$y = \frac{6-x-2x+6}{3} = -x+4$$

$$y = \frac{2}{3} \quad \text{и} \quad y = -x+4$$

$$y^{3 \lg(4-y)} = y^{2 \lg y} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

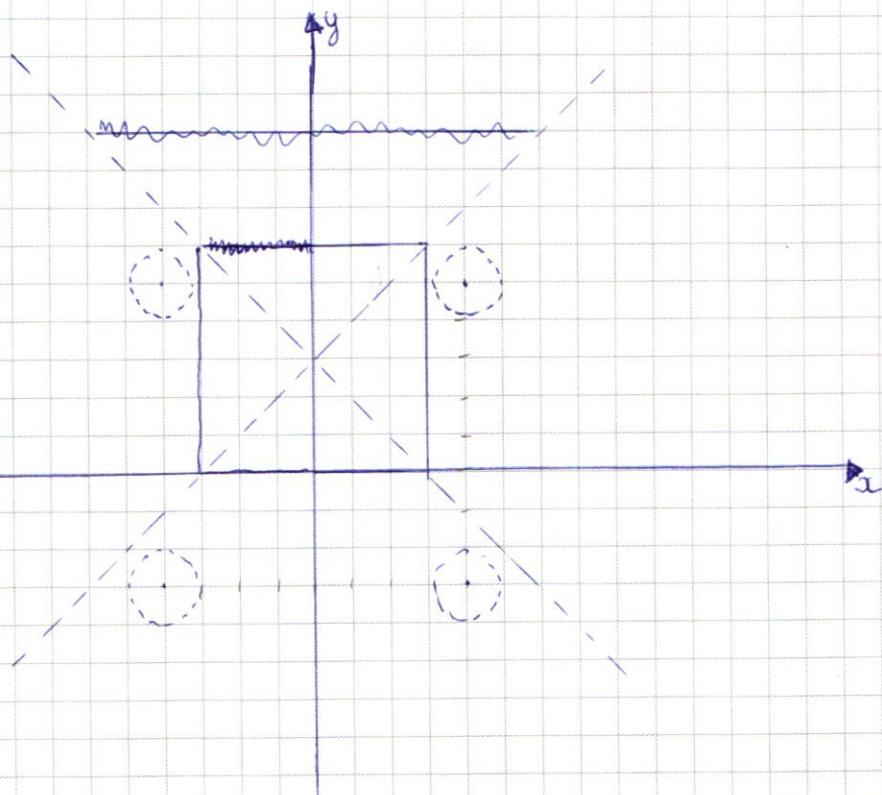
$$1) |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

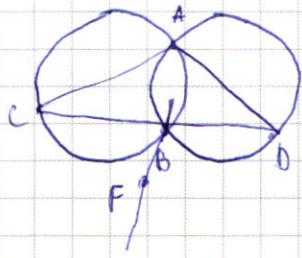
$$|y - (x + 3)| + |y - (3 - x)| = 6$$

Изучай: $x + 3 \geq 3 - x$
 $2x \geq 0 \quad x \geq 0$

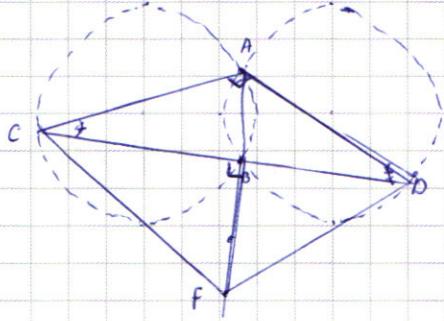
~~Лучи~~ Кум подмодульных: $y = x + 3$ и $y = 3 - x$

При $y > x + 3$: $2y - x - 3 - 3 + x = 6$





$CF = ?$
 $BF = BD$



$\cancel{R_{ACB}} \cap R_{ABD}$

~~R_{ACB}~~

~~X~~ ~~Y~~

$$x = 4 - y$$

$$y = 4 - x$$

$$y^{3 \lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg(4-y)}$$

$$\cancel{y(y-y)^{\lg(4-y)}}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 64 \\ \hline 17 \end{array}$$

~~25~~

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 64 =$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

$$x = 3y$$

$$3y = y \quad y = 0$$

$$3y = y^2$$

$$y = 3$$

$$g = -8$$

$$g = 98 = 7g$$

$$\lg y \cdot \lg \frac{x^3}{y^2} = \lg x \cdot \lg x$$

$$\lg y \cdot (3 \lg x - 2 \lg y) = \lg x^2$$

$$6(3a - 2b) = a^2$$

$$3ab - 2b^2 = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$D = 9a^2 - 8b^2 = b^2$$

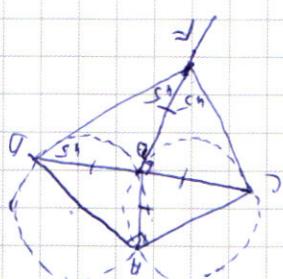
$$2b^2 - 3ab + 2a = 0$$

$$8b^2 = 9a^2 - 16a$$

$$a = \frac{3b \pm b}{2}$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg y \\ \lg x = 2 \lg y \end{cases}$$



$$CF =$$

$$CF = \sqrt{2}BC$$

$$x - (x_{n+2} - a)$$

$$x(1 - t_1^2) + 0t = h$$

$$x^2 + 3 \cdot 2^2$$