

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $3375 : 5 \Rightarrow$ одно из ~~цифр~~ цифр - 5

$$3375 : 5 = 675$$

$3375 : 3 \Rightarrow$ одно из цифр - 3

$3375 : 15 = 225$

225 - произв-е оставшихся 6 цифр

$225 : 25 \Rightarrow$ еще две цифры точно 5 и 5

3) $225 : 25 = 9$

произв-е четырех оставшихся цифр равно 9, это возможно только

или $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$
 $9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

а) восьмизн. число составим из:

5, 5, 5, 3, 3, 1, 1, 3

Количество таких чисел:

$$\frac{8!}{5!3!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$$

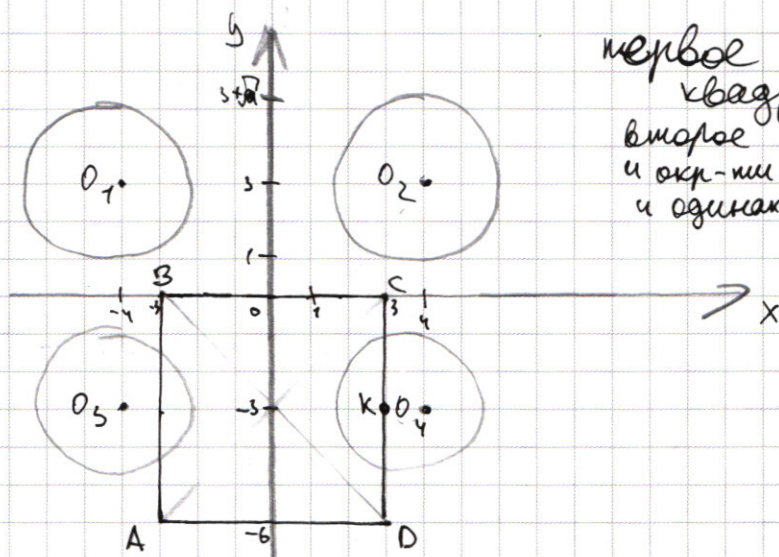
б) 5, 5, 5, 3, 1, 1, 1, 9

$$\frac{8!}{5!3!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 560 \cdot 12$$

Всего ~~таких~~ таких чисел:

$$560 + 560 \cdot 12 = 560 \cdot 13 = 7280$$

Ответ: 7280



первое ур-е это
квадрат ABCD
второе ур-е это
и окр-ти с ц. O_1, O_2, O_3, O_4
и одинак. радиусом $\sqrt{a}$

из рис. видно, что
система будет иметь два реш-я, тогда,
когда а) окр-ти O_3 и O_4 касаются
соответственно AB и CD

б) окр-ти O_1 и O_2 ~~касаются~~ проходят
через точки D и A соответственно

а) радиусы окр-тей O_3 и O_4 должны быть равны
 ~~$\sqrt{a}$~~ расстоянию от $O_3(4; -3)$ до $K(3; -3)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{(4-3)^2 + 0^2} = 1$$

$$a = 1$$

б) радиусы O_3 и O_4 равны расс-ию от
 $O_2(4; 3)$ до $A(-3; -6)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{(4+3)^2 + (3+6)^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130}$$

$$a = 130$$

Ответ: $\begin{cases} a=1 \\ a=130 \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$

~~$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$~~
 ~~$-2 \sin 4x \sin 4x + 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 4x$~~
 ~~$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$~~

~~Менее~~ $a \cos \alpha$

~~$a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \alpha + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \alpha \right)$~~

~~м.к. $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2}$~~

~~$\Rightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \varphi$~~

~~$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \varphi$~~

~~$\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x = -\sqrt{2} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right)$~~

~~$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$~~

~~$-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cdot \cos 4x = \sqrt{2} \cos 4x$~~

~~$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$~~

~~$\cos^2 4x - 2 \sqrt{2} \cos^2 4x = \sqrt{2}$~~

~~$\sqrt{2} \sin \cos 4x$~~

~~$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x) (\cos 4x + \sin 4x)$~~

~~$(\sin 4x + \cos 4x) (\sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x + 2 \sin 4x) = 0$~~

~~$\begin{cases} \sin 4x + \cos 4x = 0 \\ \sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x + 2 \sin 4x = 0 \end{cases}$~~

~~$\sqrt{2} \cos 4x - \sqrt{2} \sin 4x + 2 \sin 4x = 0$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 4x \right) = 0 \\ 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 4x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x \right) = 2 \sin 4x \end{cases}$~~

~~$\begin{cases} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \sin \left(4x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin 4x \end{cases}$~~

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + \frac{\pi}{4} = \pi \cdot n, n \in \mathbb{Z} \\ 2 \sin \left(\frac{3x - \pi}{2} \right) \cos \left(\frac{11x - \pi}{2} \right) = 0 \end{cases}$~~

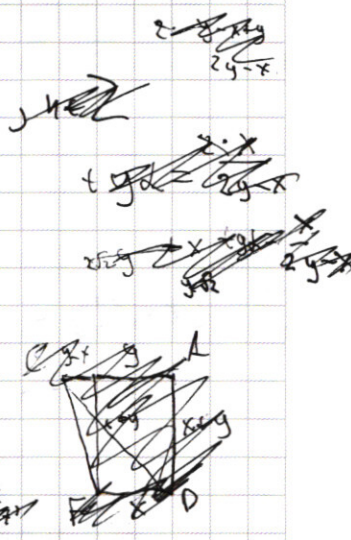
~~$\Rightarrow \begin{cases} \sin \left(4x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \sin \left(4x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin 4x \end{cases}$~~

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi \cdot n}{4}, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + i \cdot n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{8} + i \cdot n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi \cdot n}{4} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi \cdot n}{3} \\ x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi \cdot n}{11} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi \cdot n}{4} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi \cdot n}{3} \\ x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi \cdot n}{11} \end{cases}, n \in \mathbb{Z}$$



$$\textcircled{3} \begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 2(y+2)x - (3y^2 - 12y) = 0$$

$$D_1 = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2$$

$$x = y+2 \pm (2y-2)$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = -y+4 \end{cases} \quad (x > 0 \Rightarrow y < 4)$$

$$\textcircled{023:} \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{a)} \quad \begin{cases} x = 3y \\ \left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg(3y)} = y^{2 \lg(3y \cdot y)} \Leftrightarrow \left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg(3y^2)} \Leftrightarrow \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y^{4 \lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{4 \lg 3y} \Leftrightarrow \frac{y^{4 \lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3 + 4 \lg y}$$

$$y^{2 \lg y} = t > 0$$

$$\frac{t^2}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3} \cdot t^2$$

$$\Leftrightarrow y^{4 \lg 3y - 2 \lg(3y^2)} = 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow y^{\lg \frac{3^4 y^4}{3^2 y^4}} = 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{\lg 9} = 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow \log_y y^{\lg 9} = \log_y 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg 9 = \lg 3y \cdot \log_y 3 \Leftrightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5)
$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9 \end{cases}$$

1) а)
$$\begin{aligned} y &\geq x-3 \\ y &\geq -(x-3) \\ y-3-x+y-3+x &= 6 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$



б)
$$\begin{aligned} y &\geq x-3 \\ y &\leq -(x-3) \\ y-3-x-y+3-x &= 6 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

в)
$$\begin{aligned} y &\leq x-3 \\ y &\leq -(x-3) \\ -y+3+x-y+3-x &= 6 \\ -2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

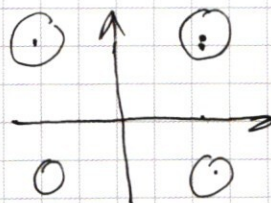
2)
$$\begin{aligned} y &\leq x-3 \\ y &\geq -(x-3) \\ -y+3+x+y-3+x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

2)
$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9$$

а)
$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 &= 9 \end{aligned}$$

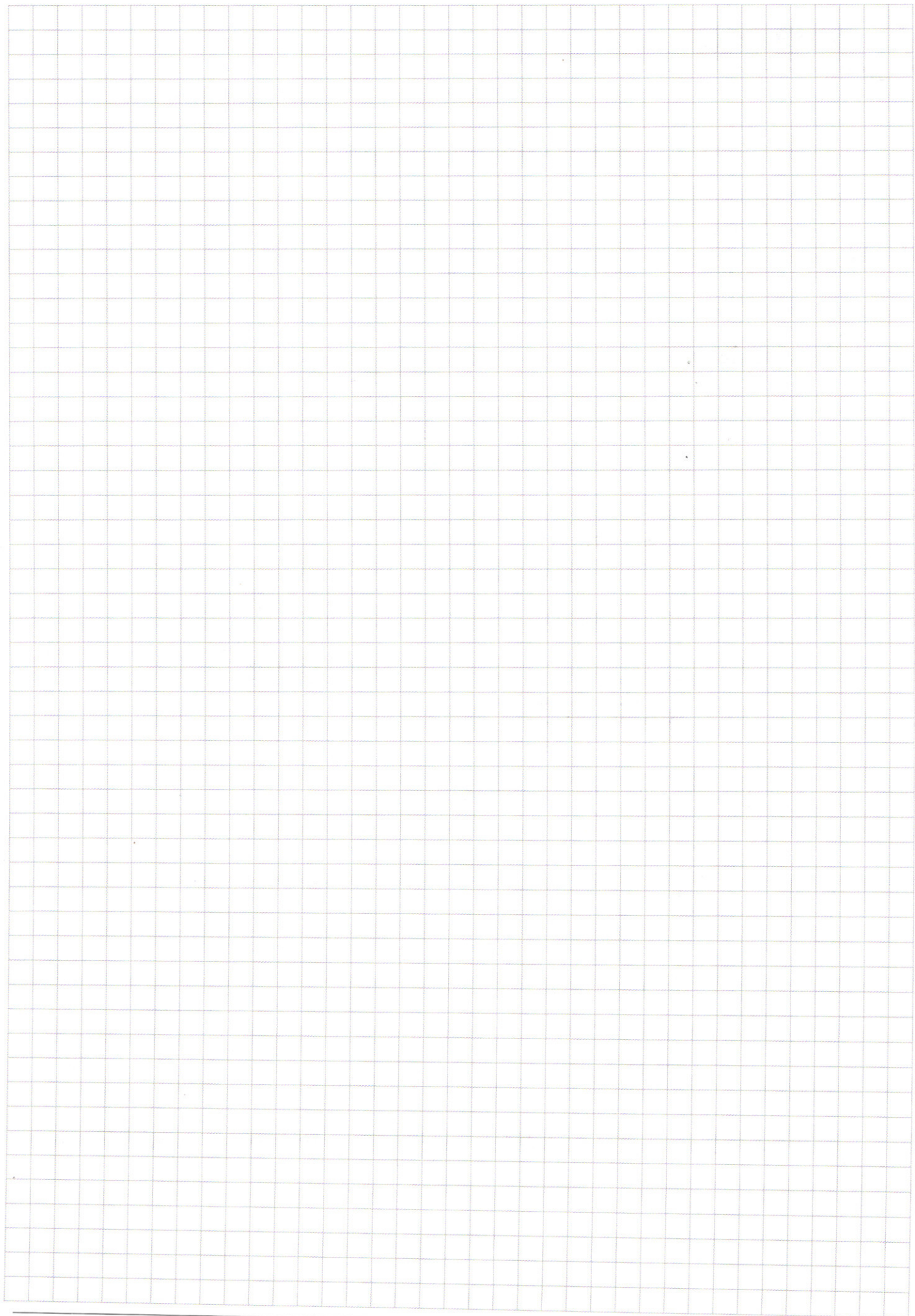
б)
$$\begin{aligned} x &\leq 0, y \geq 0 \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 &= 9 \end{aligned}$$

в)
$$\begin{aligned} x &\leq 0, y \leq 0 \\ (x+4)^2 + (y+3)^2 &= 9 \end{aligned}$$



г)
$$\begin{aligned} x &\geq 0, y \leq 0 \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 &= 9 \end{aligned}$$

Начертите график двух этих уравнений:



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Leftrightarrow \lg 9 = (\lg 3 + \lg y) \log_y 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg 9 = \lg 3 \cdot \log_y 3 + \lg y \log_y 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg 9 = \lg 3 \cdot \log_y 3 + \lg 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_y 3 = \frac{\lg 9}{\lg 3} - 1 \Leftrightarrow \log_y 3 = 2 - 1 \Leftrightarrow$$

$$\log_y 3 = 1 \Leftrightarrow y = 3 \Rightarrow x = 9$$

$$\delta) x = -y + 4, y < 4$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right) \lg(4-y) = y^{2 \lg(4-y^2)}$$

$$y^5 \lg(4-y) - 2 \lg(4-y^2) = (4-y) \lg(4-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{\lg \frac{(4-y)^5}{y^2(4-y)^2}} = (4-y) \lg(4-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{\lg \frac{(4-y)^3}{y^2}} = (4-y) \lg(4-y) \Leftrightarrow \lg \frac{(4-y)^3}{y^2} = \lg(4-y) \log_y(4-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 \lg(4-y) - 2 \lg y = \lg(4-y) \log_y(4-y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg(4-y) (\log_y(4-y) - 3) = -2 \lg y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg(4-y) \left(\log_y \frac{4-y}{y^3} \right) = -\lg y^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{y^2}(4-y) \log_y \frac{4-y}{y^3} = -1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_y(4-y) \log_y \left(\frac{4-y}{y^3} \right) = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 - \log_y(4-y) = 2 \frac{\lg y}{\lg(4-y)} \Leftrightarrow$$

$$y = a$$

$$4 - y = b$$

$$3 - \log_a b = 2 \log_b a \Leftrightarrow$$

$$\log_a b = t$$

$$3 - t = \frac{2}{t} \quad | \cdot t =$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_y 4 - y = 2 \\ \log_y 4 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - y = y^2 \\ 4 - y = y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y = 2 \end{cases}, \text{ но т.к. } 0 < y < 4$$

$$\begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 - \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ x = 4 - 2 = 2 \end{cases}$$

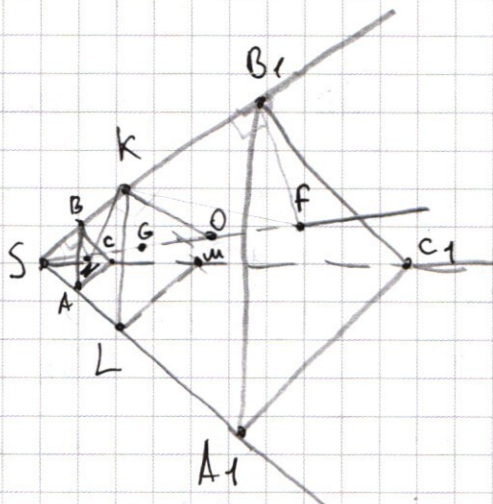
Ответ:

$$\begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(9; 3), (2; 2), (4 - \frac{\sqrt{17} - 1}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

④



Реш-е: ~~мы~~ $OF = ON = R$

$ABC, A_1B_1C_1$ — осн. пирамиды

$S \in SO$

$S \in$

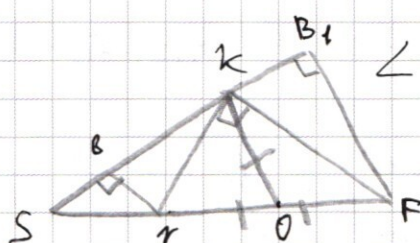
$SO \cap (ABC) = N$

$SO \cap (KLM) = G$

$SO \cap (A_1B_1C_1) = F$

$\triangle KFN : OF = ON = OK = R$

$\angle KFN = 90^\circ$



⑦

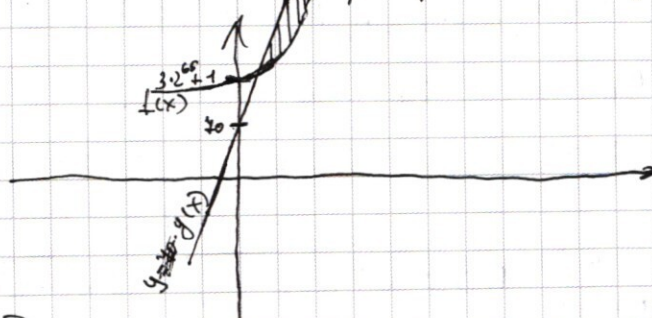
$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$g(x) = 70 + (2^{64} - 1)x$$

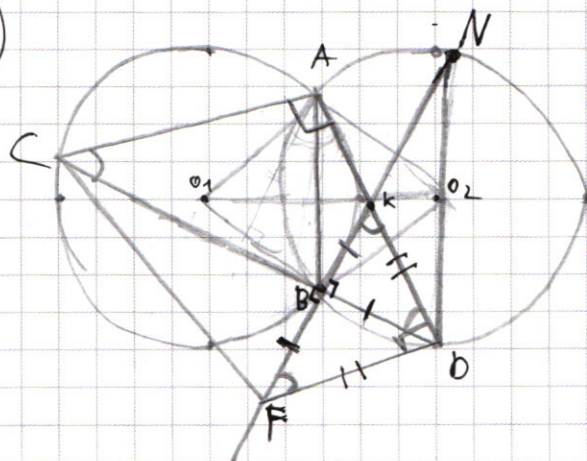
$f(x)$ — гипербола
 $g(x)$ — прямая

Схематический график:



Реш-я системы находится в заштрихованной области, находим $\frac{1}{2}$ точки на графике пересеч-я этих двух ф-ций

6



$R=5$ $\angle C=2$ $\angle B=6$
 Реш-е: $S_{\triangle ACF}=?$

а) ~~1)~~ $\angle ACB = \angle BDA$
 м.к. опир. на один
 отрезок и окр-ти
 O_1, O_2 равны

$\triangle CAD$ - р-б и прямоугол.

$$\angle BDA = 45^\circ$$

2) $\triangle ABD$: по т. синусов:

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow AB = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$\triangle KBD$: $BK=BD$ м.к. $\angle BKD = \angle BDK = 45^\circ$

$\triangle FKD$ - прямоугол ($\angle FDK = 90^\circ$)

м.к. $DB = BF = BK$

3) ~~$\triangle BAD$: $\angle KBD = 90^\circ$ $\Rightarrow KD = 10$~~

3) $O_1 A O_2 B$ - ромб, $O_2 B = 5$

$\triangle O_2 BA$: по т. косин.

$$50 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \quad \angle BO_2 A = 90^\circ$$

м.к. $ABDK$ - р-б трапеция (м.к. впис. в окр-ти)

$FB \cap (окр. O_2) = K$

$$\angle BO_2 D = \angle AO_2 N = 45^\circ$$

$\triangle BO_2 D$: по т. кос.

$$BD^2 = x^2 = 25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos 45^\circ = 50 - 50 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x^2 = 50 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$BF = BD = \sqrt{50 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 5\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$AC = AD$ $\triangle BKD$: $\sin 45^\circ = \frac{BK}{KD}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{1} \quad \begin{array}{r} 3375 \overline{) 175} \\ \underline{30} \\ 4 \\ \underline{30} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

6 цифр

$$\begin{array}{r} 225 \\ 5 - 45 \\ 4 - 9 \\ 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \overline{) 15} \\ \underline{20} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$5 \ 3 \ 5 \ 5 \ 3 \ 3 \ 1 \ 1$$

$$\lg 3 + 2 \lg 4$$

$$\frac{(y^2)^5}{y^2(4-y)^2}$$

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ 13 \\ \hline \times 1680 \\ 560 \\ \hline 4280 \end{array}$$

$$x^2 - 2(y+2)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D_1 = y^2 + 4y + 4$$

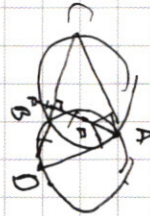
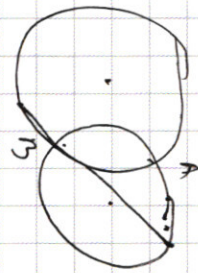
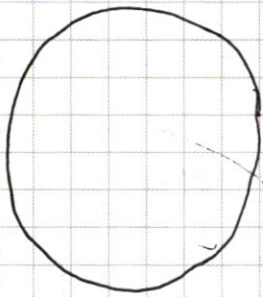
$$x = -\frac{r}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad n=2$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{11}{8} + 11 \cdot y$$

$$\frac{11x}{2} = \frac{11}{8} + 11 \cdot y$$

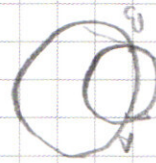
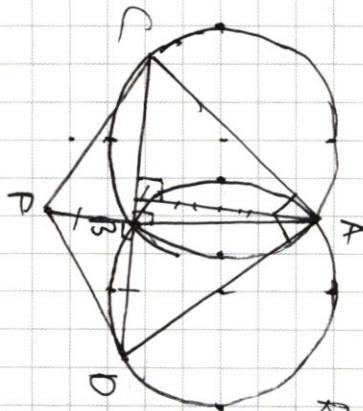
$$4 \lg 3y - 2 \lg 3 - 4 \lg y + \lg \frac{(3y)^4}{(3y)^2} = \lg \frac{3^4 y^4}{3^2 y^2} = \lg 9$$

$$\frac{y^{4 \lg 3y}}{y^{2 \lg(3y^2)}} = y^{\frac{4 \lg 3y - 2 \lg(3y^2)}{\lg 10}}$$



$$\sqrt{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}$$

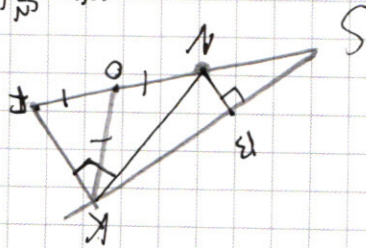
$$ON = OF = R$$



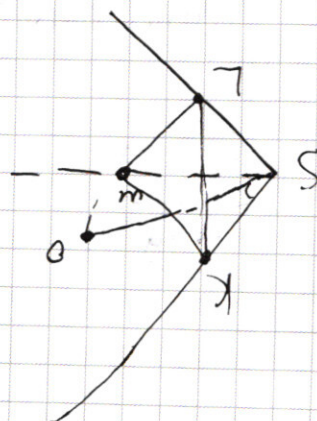
$$R_2 = R_1 = 5$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \\ & \sqrt{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \\ & \sqrt{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \\ & \sqrt{S_1 + S_2 + S_3 + S_4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= 5 \\ AD &= 5 \\ CD &= 5\sqrt{2} \\ BD = CB &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \\ BF &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \\ CB &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



$$AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

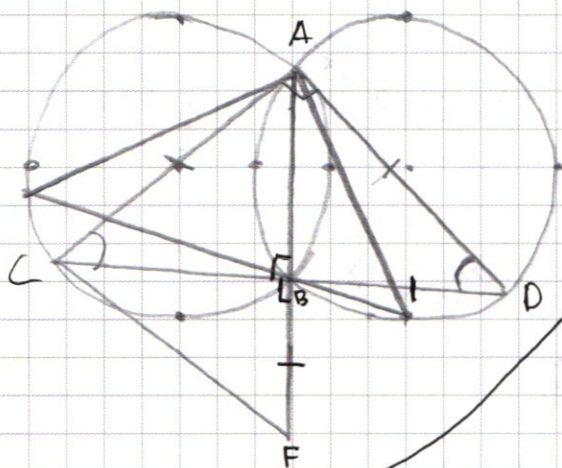


$$y = 2x + 3.865$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑥



Dano: $R = 5$

Найти: а) CF?

8) $BC = 6$, $S_{\triangle ACF} = ?$

Реш - е!

a) i) m.k. $\angle CBA = \angle DBA = 90^\circ$

⇒ они опираются на диаметр

$$AC = AD = 10$$

1) $\angle ACD = \angle CDA$ н.к. отпр. на
равные отрезки
" "
перпенд-р
к CD проводим
через н.А

2) $\triangle ACD$ - равн
 $AB \equiv$ высо

(2) $\triangle ACD$ - равноб. и прямоуг.

$AB \equiv$ высота и медиана $\Leftrightarrow CB = BD$

10 m. $\hat{\text{hyp.}}$: $CD = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}$

$$CB = BD = BF = 5\sqrt{2}$$

$\triangle BKO \sim \triangle A$ 3) $\triangle CBF$ - прямоуг и равноб.

по м. Киев: $CF = \sqrt{50+50} = 10$

5

$$\text{Sitz 4} \quad \frac{J_2}{2} = \frac{10}{\frac{1}{\lambda}} \quad \lambda = \frac{2 \cdot 10}{\frac{1}{2} \cdot 2} = 10$$

$$x^2 - 2(y+2)x - (5y^2 - 12y) = 0$$

$$Df = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = 4(y^2 - 2y + 1) = 4(y-1)^2$$

$$y+2 \pm (2y-2) = 3y$$

$$-y+y$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^{2 \lg(y(4-y))}$$

$$x = 4-y$$

$$y = 4-x$$

$$0 < y < 4$$

$$\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right)^{\lg x} = (4-x)^{2 \lg(x(4-x))}$$

$$(4-x)^{5 \lg x - 2 \lg(x(4-x))} = (4-x)^{\lg \frac{x^3}{(4-x)^2}} = x^{\lg x}$$

$$\lg \frac{x^3}{(4-x)^2} = \lg x \cdot \log_{(4-x)} x$$

$$y^2 + y - 4 \lg(4-x) = 4$$

$$x = b$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\lg \frac{b^3}{a^2} = \lg b \cdot \log_a b$$

$$3 \lg b - 2 \lg a = \lg b \cdot \log_a b$$

$$\lg b (3 - \log_a b) = 2 \lg a$$

$$\lg b (3 - \log_a b) = 2 \log_a a$$

$$3 = \log_a b + 2 \log_a a$$

$$\log_a b$$

$$\frac{1 + 2 \log_a^2 a}{\log_a a} = 3$$

$$2 \log_a^2 b$$

$$\begin{cases} y > 2^x + 5 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$35 \cdot 2 \quad 7 \cdot 5 \cdot 2$$

$$\frac{(2^{32} - 1)(2^{32} + 1)x}{(2^{16} - 1)(2^4)}$$

$$2^x \neq 3 \cdot 2^{65} \approx 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x \neq 2(3 \cdot 2^{64} - 35) \approx (2^{64} - 1)x \neq -2^x$$

