

Рег. №:

Класс участия: 11

Место проведения: Обнинск

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное): 11:00

ШК

(заполняется секретарём)



Олимпиада школы

по МАТЕМАТИКЕ

Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Власов	Александр	Владиславович	17.01.2003	17
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
Россия	Ульяновская обл.	Ульяновск		
Страна	Регион	Населенный пункт		
паспорт	43 16	196039	09.02.2017	430-028
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
Россия	Москва	Москва		
Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы		
11	Сунг МГУ			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
+79603604017	+79603728295	vs17012003@mail.ru		
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

Власова Анна Юрьевна

ФИО законного представителя

мать

Степень родства

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!



Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$3375 = 3^3 \cdot 5^3$$

Заметим, что среди цифр искомого числа нет 0.
Единственная цифра, отличная от 0, и делящаяся на
5 - это 5. Значит, в числе должно быть
ровно 3 цифры 5.

3^3 можно разложить на произведение цифр
2 способами: $3 \cdot 3 \cdot 3$ и $9 \cdot 3$

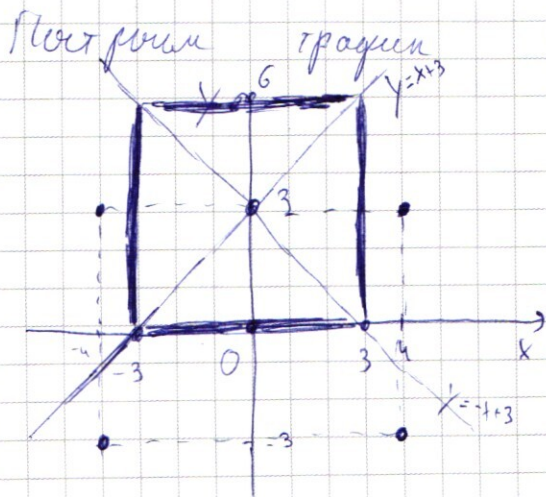
Для первого способа существует число:

$$C_8^3 \cdot C_5^3, \text{ для второго способа числа:}$$

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1$$

$$\text{Всего чисел: } C_8^3 (C_5^3 + C_5^1 \cdot C_4^1) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot (20 + \frac{5 \cdot 4}{2}) = 56 \cdot 30 = 1680$$

№5.



$$|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

$$\text{I } y \geq x + 3, y \geq -x + 3$$

$$2y = 12; y = 6$$

$$\text{II } y \geq x + 3, y < -x + 3$$

$$-2x < 6, x < -3$$

$$\text{III } y < x + 3, y \geq -x + 3$$

$$2x = 6, x = 3$$

$$\text{IV } y < x + 3, y < -x + 3; -2y < 0; y < 0$$

Продолжение №5:

Заметим, что ~~или~~ ^{график} $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ при $x \geq 0, y \geq 0$,
отразить относительно $x=0$ и $y=0$ и
чтобы построить график $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$,
построим $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$ при $a \geq 0, y \geq 0$,
а затем отразим относительно $x=0, y=0$ и
точки $(0,0)$. Получится искомого график. Заметим,
что центр окружности $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$ — точка $(4,3)$
По графику, приведенному до этого, легко заметить,
что при $a < 1$ будет ~~хотя бы~~ и решений.
решений не будет, при $a=1$ будет 2 решения.

~~Если есть точка (x, y)~~

чтобы построить график $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$,
построим его для $x \geq 0, y \geq 0$, а затем
отразим его относительно $x=0, y=0$ и точки $(0,0)$
Центр части окружности для $x \geq 0$ и $y \geq 0$ будет
точка $(4; 3)$. По графику, приведенному до этого,
легко видеть, что при $a < 1$ нет решений, при
 $a=1$, 2 решения, при $a > 25$, нет решений.
При $a \in (1; 25)$ — 4 решения, при $a=25$ — 2 решения.
Ответ: $a \in \{1; 25\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos \pi x - \cos 3x - \sin \pi x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos \pi x.$$

Положим $\alpha = \pi x$, $\beta = 3x$, тогда.

$$\cos \alpha - \cos \beta - \sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{2} (\cos(\alpha + \beta))$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) \right) = \sqrt{2} (\cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - \beta \right) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\beta - \alpha}{2} \right) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha - \beta}{2} \right) = \cos(\alpha + \beta)$$

$$2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha - \beta}{2} \right) = \cos^2(\alpha + \beta)$$

$$\left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta) \right) + 1 \right) \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} + (\alpha - \beta) \right) + 1 \right) = \cos^2(\alpha + \beta)$$

$$\left(\sin(\alpha + \beta) + 1 \right) \left(-\cos(\alpha - \beta) + 1 \right) = \cos^2(\alpha + \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) + 1 - \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2(\alpha + \beta)$$

$$\sin^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta)$$

$$\sin^2(\alpha + \beta) + \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha - \beta) = 0$$

$$\sin(\alpha + \beta) = t, \text{ тогда: } t^2 + t(1 - \cos(\alpha - \beta)) - \cos(\alpha - \beta) = 0$$

$$D = \frac{(1 - \cos(\alpha - \beta))^2 + 4 \cos(\alpha - \beta)}{4} = \frac{(1 + \cos(\alpha - \beta))^2}{4}$$

$$t = \frac{1 + \cos(\alpha - \beta) \pm (1 + \cos(\alpha - \beta))}{2} = \cos(\alpha - \beta); -1$$

Прогрессивное №2:

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = -1 \\ \sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - \beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 4x = -1 \\ \sin 4x = \cos 8x \end{cases}$$

Един. $\sin 4x = -1 \Rightarrow 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k_1}{7}, k_1 \in \mathbb{Z}$$

Един

$$\sin 4x = \cos 8x$$

$$\sin 4x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 8x\right)$$

$$4x = \frac{\pi}{2} - 8x + 2\pi k_2, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k_2}{11}, k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$4x = 2\pi - \frac{\pi}{2} + 8x + 2\pi k_3, k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k_3}{4}, k_3 \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \bigcup_{k_1 \in \mathbb{Z}} \left(\frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k_1}{7} \right) \cup \bigcup_{k_2 \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{44} + \frac{\pi k_2}{11} \right) \cup \bigcup_{k_3 \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k_3}{4} \right)$

№3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^{2 \lg y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}; \text{ ОДЗ: } x > 0, y > 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = (x+y-4)(x-3y) = 0. \quad (1)$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^{2(\lg x + \lg y)} = (y^2)^{\lg x} \cdot (y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^3 \lg x = y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

Един $x=1, y=3$ либо $y=\frac{1}{3}$:
 Един $y=3$: $1 = 3^{2 \lg 3}$ Един $y=\frac{1}{3}$: $1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2 \lg \frac{1}{3}}$

Следующим, если эти равенства неверны, так как $\lg 3 \neq 0$ и $\lg \frac{1}{3} \neq 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение №3:

Значит $x \neq 1$.

Если $y = 1$, то $x = 3$;

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3 1} = 1, \text{ неверно, т.к. } \log_3 1 \neq 0.$$

Значит $y \neq 1$. Тогда равенство (2) возведем в степень $\log_3 x$, получим:

$$y^{3-2\log_3 x} = x \quad (\text{так как } y \neq 1)$$

$$3-2\log_3 x = \log_3 x. \text{ Обозначим } \log_3 x = t;$$

$$t = 3 - \frac{2}{t} \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Если $x = 3y$:

$$\log_3 3y = \log_3 3 + \frac{1}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\log_3 3 = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$y = 3^{\frac{2}{1 \pm \sqrt{5}}} = 3^{\frac{2(1 \pm \sqrt{5})}{1 - 5}} = 3^{\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

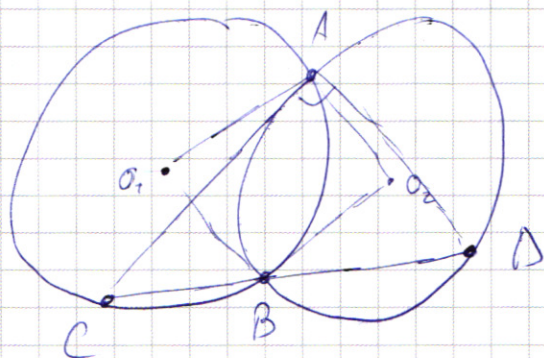
Если $x = 4 - y$:

$$\log_3 4 - y = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}; \quad y^{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} + y - 4 = 0$$

$$\text{Ответ: } \left\{ 3^{-\frac{1+\sqrt{5}}{2}}; 3^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \right\} \cup \left\{ \left(3^{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}; 3^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \right) \right\} \cup \left\{ (4-y_0; y_0) \mid y_0^{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} + y_0 - 4 = 0 \right\}$$

№6.

a)



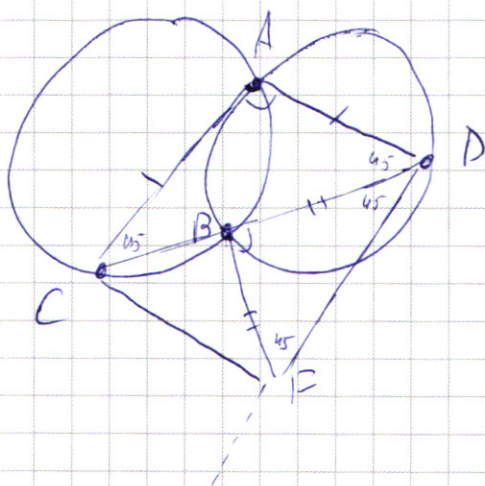
$$R_1 = R_2 = 5$$

Пусть $\angle ACD = \alpha$, $\angle ADC = 90 - \alpha$, тогда:

$$\angle AO_1B = 2\alpha, \angle AO_2B = 180 - 2\alpha.$$

O_1 и O_2 симметричны относительно $AB \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\alpha = 180 - 2\alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow AC = AD$$



$$BD = BF \Rightarrow \angle BDE = \angle BDF = 45^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

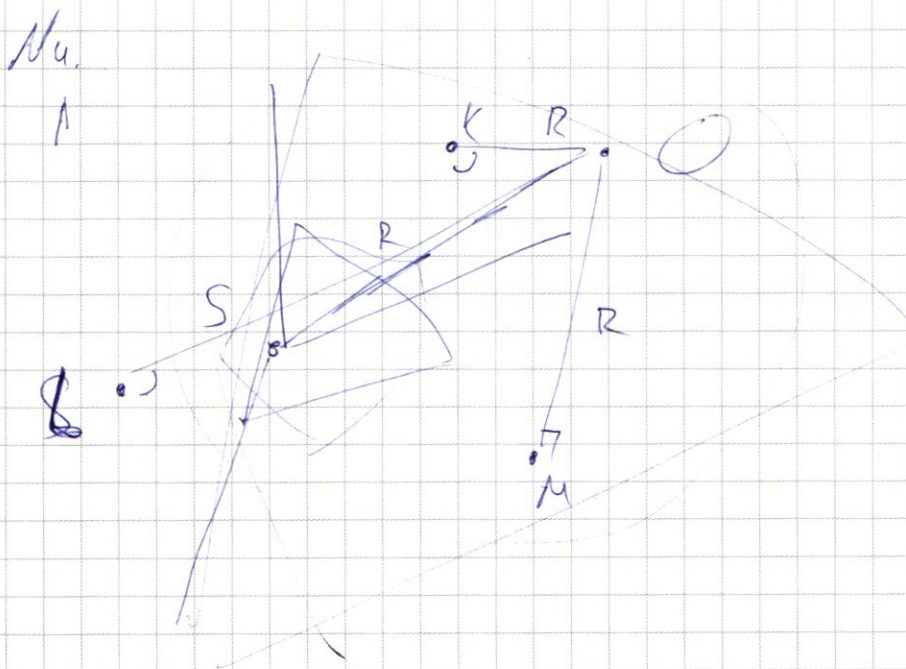


Рис. 6. Плановый, шаг за шагом процесс
принятия SO - 2 и $\beta \cdot S_{\alpha\beta}$ - S_2 и S_3

Пусть x_1 - точка пересечения SO и d , ^{то есть}

X_2 - точки пересечения SO и β

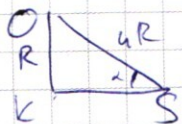
$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \frac{S_{x_1}}{S_{x_2}} = \sqrt{\frac{S_2}{S_3}} = \frac{1}{2} \quad (\text{в силу подобия})$$

$$Sx_2 = Sx_1 + zR.$$

$$Sx_1 + zR = zSx_1 \Rightarrow Sx_1 = zR$$

$$OS = 5x_1 + 2R = 4R.$$

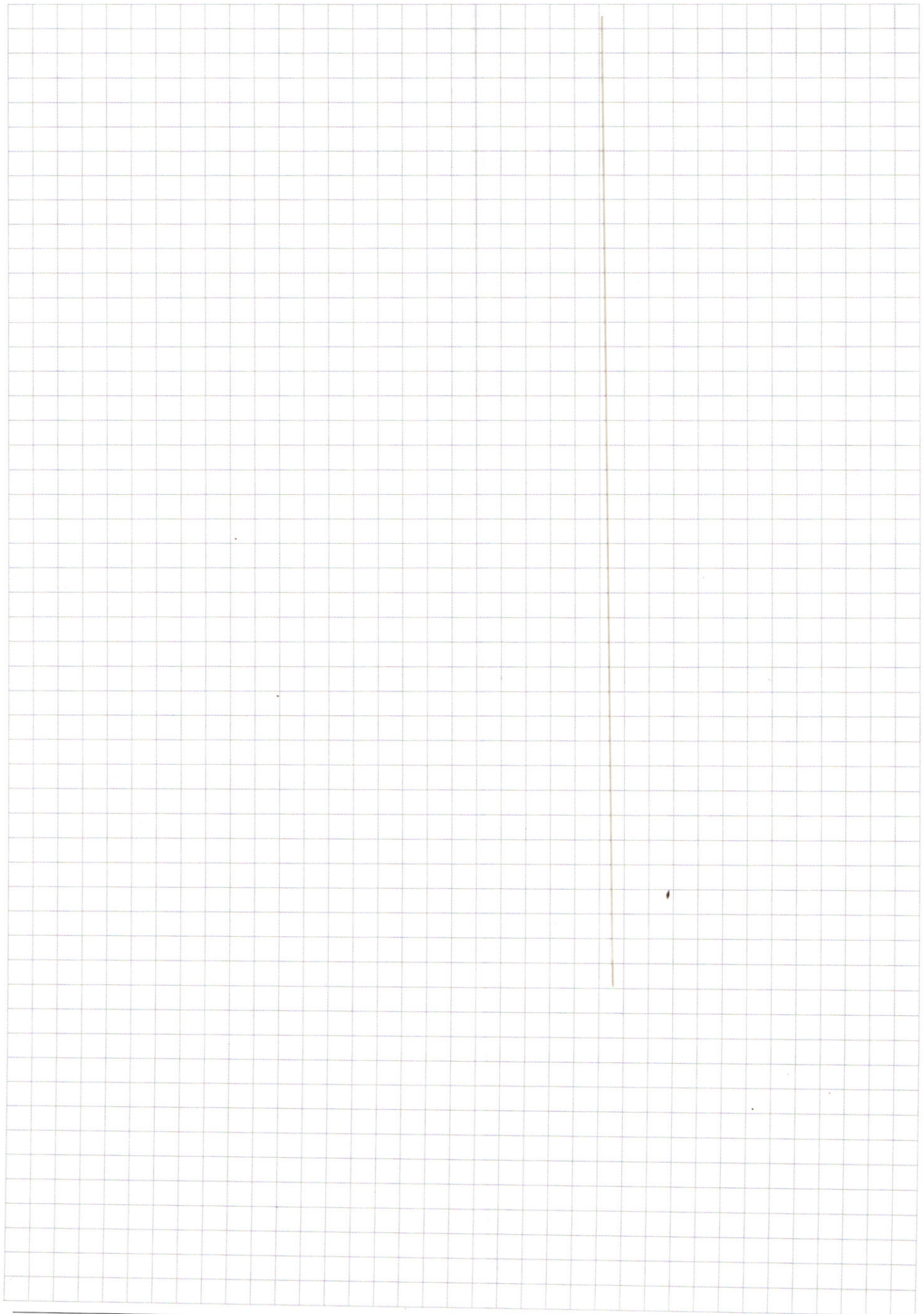
Рассмотрим $\triangle KOS$, $\angle K = 90^\circ$, так как K - точка касания; $OK = R$, $\angle KSO = \alpha$.



$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R}{4R}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{S_{\text{Kreis}}}{S_{\text{Kreism}}} = \frac{S_{\text{Kreism}}}{S_{\text{B}}} ; S_{\text{Kreism}}^2 = S_{\text{B}}^2 = 4 ; S_{\text{Kreism}} = 2$$

also: $\arcsin(\frac{1}{2}) ; 2$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

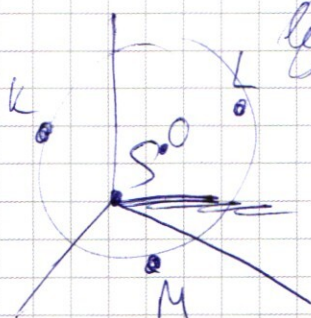
$$\left\{ \begin{aligned} (x+1)(x-3) &= 0 \\ \left(\frac{x^5}{x} \right)^{\lg x} &= y^{2 \lg y} \end{aligned} \right.$$

$$x = 3y$$

$$\log 3 = 0$$

$$\left(\frac{2^4}{3}\right)^{\log 3^2} = 2^{2 \log 3^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{a+b} = (y^2)^{2a+b}$$



$\lg 100 \cdot \lg 10 \cdot \lg 3$

$$\frac{\cancel{y}^{4a+6} - \cancel{y}^{4a+6}}{3(a-6)} = y^{4a+6}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{2a+3} = (y^2)^{2a+3} = (y^2)^{a+3} \cdot (y^2)^a$$

$$\left(\frac{y}{3}\right)^{a+3} = y^{2a}$$

$$y^6 = \boxed{y^{2b} = 3^{ab}}$$

$$(1/2)^6 \cdot (1/2)^3 = 3^{6+3} = 3^9$$

$$x = (-1 + 9)$$

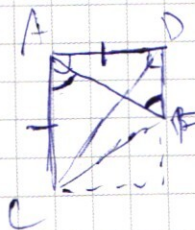
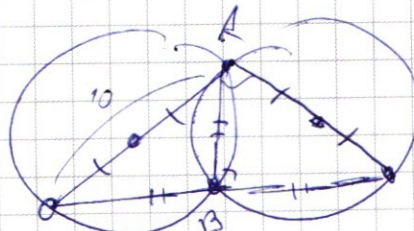
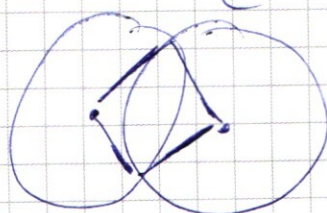
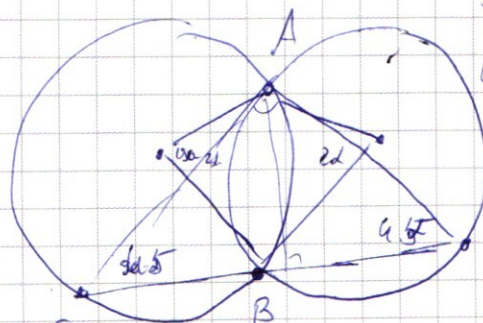
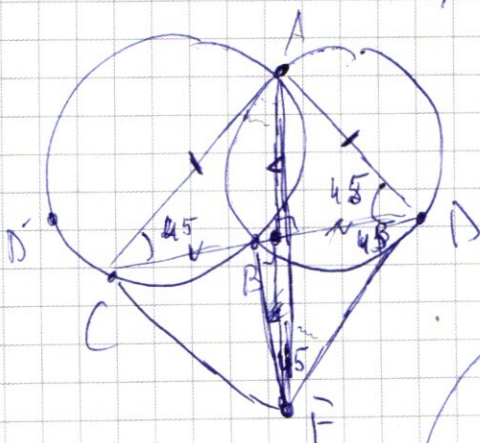
$$\left(\frac{y^5}{-y^{14}} \right)^{\lg(y^{14})} = y^{2 \lg(y^{14})}$$

$$3 \lg_3 + \lg y$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg y + \lg 3}$$

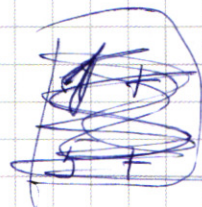
$$\left(\frac{Y}{3}\right)^{\lg 3} = 3^{\lg Y}$$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$



$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}}$$



$$\frac{y^5}{x} = (y^2)^{\lg x} \cdot (y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^3}{x}\right)^{\lg x} = (y^2)^{\lg y}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x}$$

$$\boxed{y = 3x}$$

$$y^{3 \lg x} \cdot x^{-\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

$$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg y} = (y^2)^{\lg y}$$

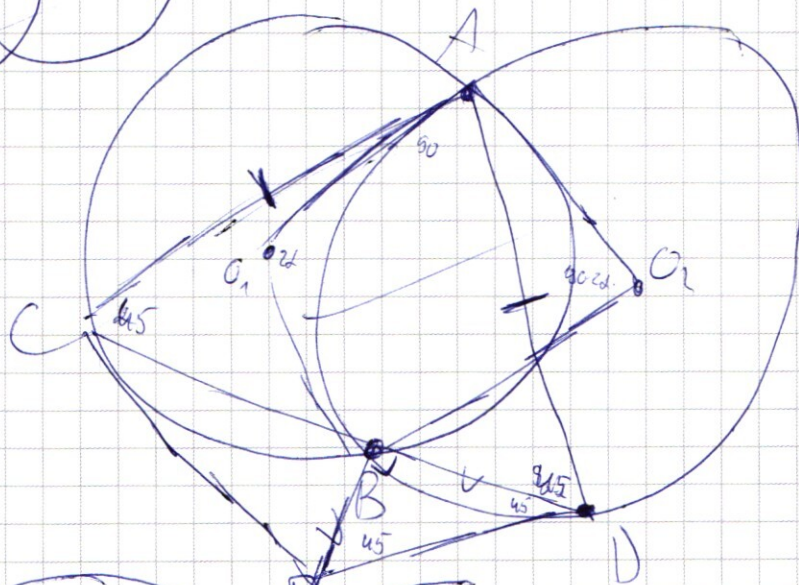
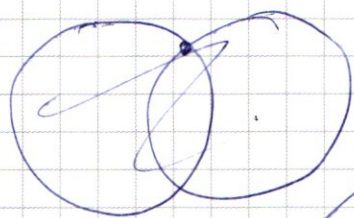
$$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg y} = x$$

$$y^{(3 - 2 \lg_{3y} y)} = 3y$$

$$\lg_{3y} y$$

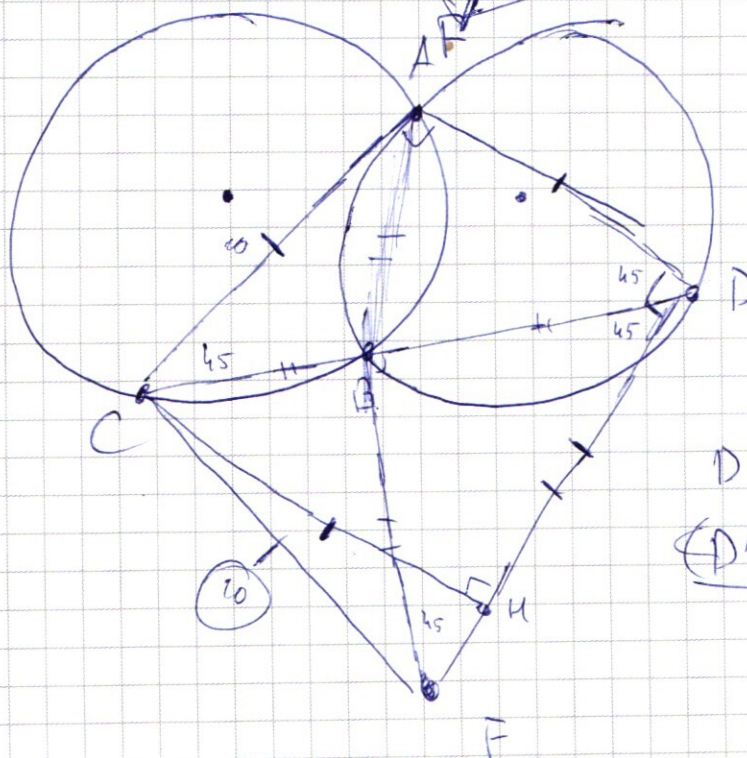
$$\frac{1}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$180^\circ - 2\alpha = 2\alpha$$

$$\alpha = 45^\circ$$



$$CB^2 + BD^2 = CF^2$$

$$CF^2 = (CB + BD)^2 = CB^2 + BD^2 + 2CB \cdot BD$$

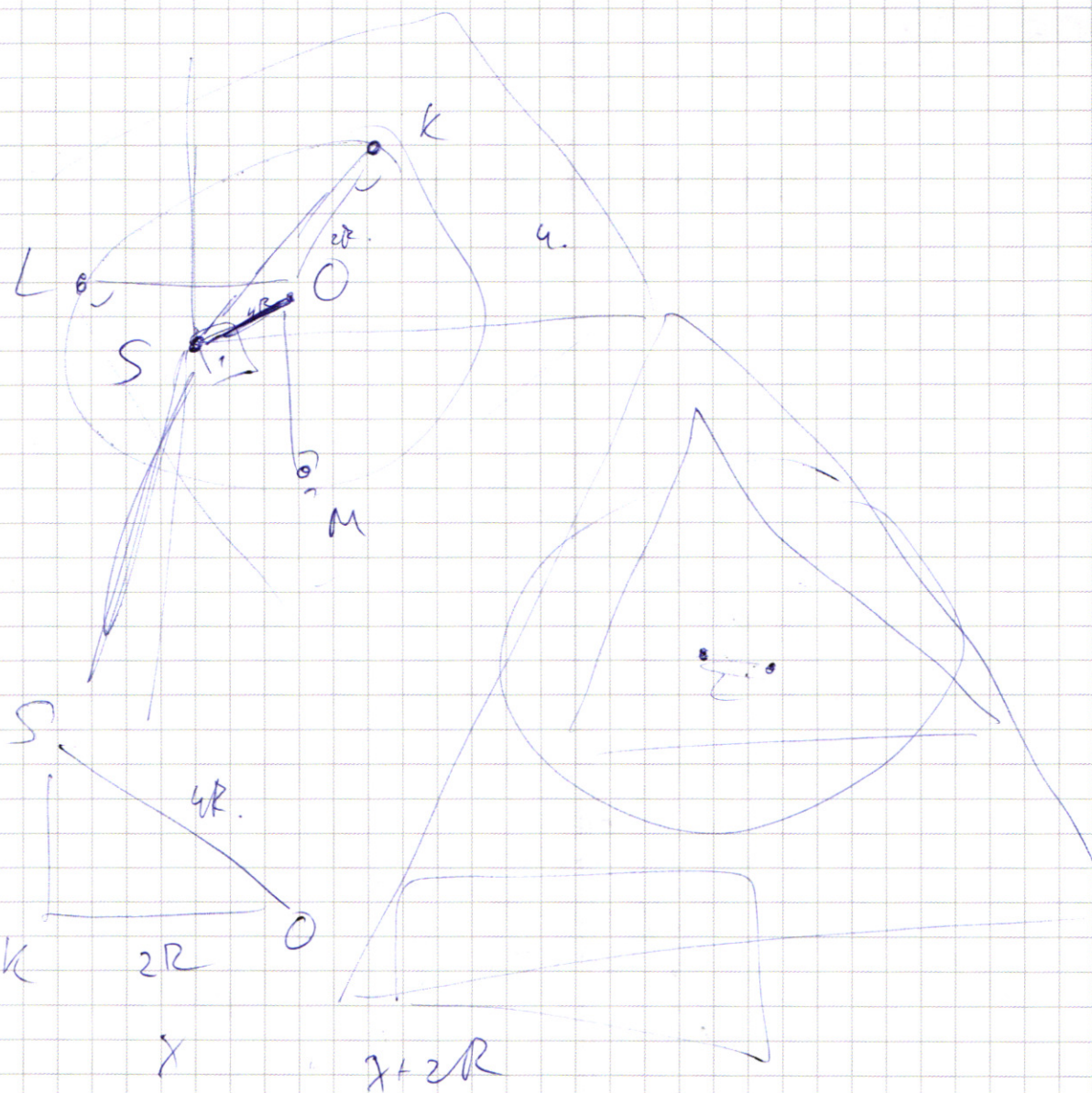
$$CH^2 + HF^2 =$$

$$(CH^2 + (FO - CH)^2)$$

$$100 - 20CH = 100$$

$$2CH^2 - 20CH = 0$$

$$CH = 10$$



$$2x = x + 2R$$

$$x = 2R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $3375 = 3 \cdot 1125 = 3 \cdot 5 \cdot 225 = 3 \cdot 5^2 \cdot 45 = 3^3 \cdot 5^3$

$$15 \cdot 25 = \begin{array}{r} 12 \\ 225 \\ \times 15 \\ \hline 1125 \\ 2250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

Вам есть "0":

(или нет, где стоит 0)

$$9 \cdot 10^4 - 9^8 =$$

$$= 9 (10^4 - 9^4)$$

0 нет

Вам нет "0":

3 раза встречается 5

$$9 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1$$

$$+ C_8^3 \cdot C_5^3$$

$$C_8^3 (C_5^3 + C_5^1 \cdot C_4^1) =$$

$$= C_8^3 \left(\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2} + 5 \cdot 4 \right)$$

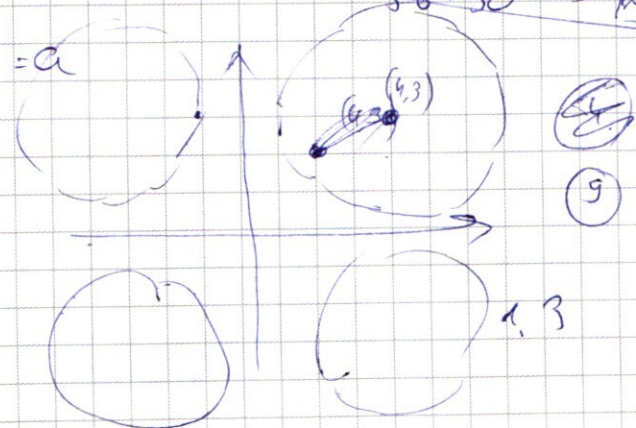
$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot 30 = 1680$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(11-4)^2 + (11-3)^2 = a$$

$$y-3 \geq x:$$

$$y > x+3:$$



$\sqrt{2}$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 4x$$

$$11x = \alpha; \quad 3x = \beta$$

$$\cos 2 - \sin \beta + \sin \beta - \cos \beta = \sqrt{2} \cdot \cos (\alpha + \beta)$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha \right) =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos \left(\beta + \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= \sqrt{2} \cos (\alpha + \beta)$$

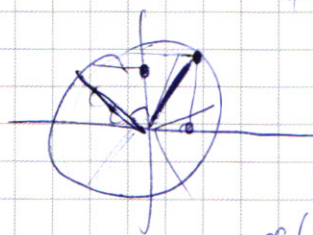
$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(\beta + \frac{\pi}{4} \right) = \cos (\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta &= \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} \cdot \frac{\cos 2\beta + 1}{2} - \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \\ \sin 2\alpha \cos 2\beta - \sin 2\beta \cos 2\alpha &= \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} \cdot \frac{\cos 2\beta + 1}{2} - \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \end{aligned}$$

$$= \sin 2\alpha \cos 2\beta - \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta +$$

$$+ \cos^2 \alpha \sin \beta \cos \beta + \sin^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha$$



$$\sin 2\alpha \cos 2\beta - \sin 2\beta \cos 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha - \sin 2\beta$$

$$1 - \cos (\alpha + \beta) = \frac{2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{2} =$$

$$\cos 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\alpha \sin 2\beta = \cos (2\alpha - 2\beta)$$

$$1 + \cos^2 (\alpha + \beta) + 2 \cos (\alpha + \beta) \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos 2\alpha \cos 2\beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$$

$$1 + \cos 2\alpha \cos 2\beta + \sin 2\alpha \sin 2\beta$$

$$\begin{aligned} & (\cos 2\alpha + 1)(\cos 2\beta + 1) - (1 - \cos 2\alpha)(1 - \cos 2\beta) = 2 \left(\frac{\cos 2\alpha + 1}{2} \cdot \frac{\cos 2\beta + 1}{2} - \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \cdot \frac{1 - \cos 2\beta}{2} \right) \\ & 1 + \cos 2\alpha \cos 2\beta + \cos 2\alpha + \cos 2\beta - (1 + \cos 2\alpha \cos 2\beta - \cos 2\alpha - \cos 2\beta) = \frac{2(\cos 2\alpha + \cos 2\beta)}{2} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \sin 4x \cos 2x = \cos 4x \cos 2x - \sin 4x \sin 2x$$

$$\sin 4x \cos 2x (\sin 4x - \cos 2x) = -\sin 4x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sin 4x = \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) - \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

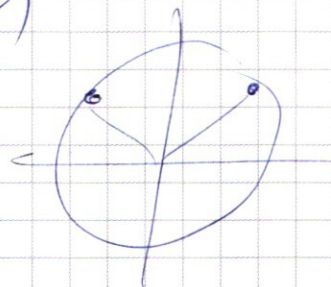
$$\sin 4x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - 8x \right)$$

$$4x = \frac{\pi}{2} - 8x + 2\pi k_2$$

$$4x = 2\pi - \frac{\pi}{2} + 8x + 2\pi k_3$$

$$6x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k_3$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k_3}{3}, k_3 \in \mathbb{Z}$$



$$22x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k_2}{11}$$

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi k_1)$$

①, ②, ⑤

$$3 \log_x - 2 \log_y = x \log_x$$

$$(x + y - 4)(x - 3y)$$

$$3 \log_y x - 2 \log_x y = x \log_y x$$

$$\frac{y}{y^2} = \frac{x^3}{y^2}$$

$$\frac{x^3}{y^2} = x^{\log_y x}$$

$$x^3 = y^{\log_y x}$$

$$y^2 = x^{3 - \log_y x}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^3 \lg y = \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg y$$

$$y^{3(\lg x + \lg y) - 5 \lg y} = x^{\lg y - \lg y}$$

$$\boxed{y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}}$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{5}}{2} + \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$3^{\frac{2}{1 \pm \sqrt{5}}} \cdot 3$$

$$2^{\log_{10} 2}$$

$$3^{\frac{2}{1 \pm \sqrt{5}}} - \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$3^{\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

$$X = \lg y \cdot \lg 10^{\lg x}$$

$$\boxed{y^{3-2 \lg x y}} = x = y^{\lg y x}$$

> 0

< 3

$$3 - 2 \lg x y = \lg y x$$

$$\lg y (3 \lg y - 2 \lg x) = 10^{\lg y x}$$

$$t = \lg y x = 3 - 2 \lg y$$

$$t = 3 - \frac{2}{t}$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = \frac{9 - 4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\cancel{y = 10^{\lg y}}$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\boxed{y = 3}$$

$$\boxed{x \neq 1}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = 3$$

$$y = 3^{\frac{2}{1 \pm \sqrt{5}}} (3^5)^0$$

$$1 = 3^{2 \lg 3}$$

$$x = 3^{\lg y}$$

$$2 \lg^2 3 = 0$$

$$1 = 10^{2 \lg^2 3}$$

$$\lg y \cdot 3y = \sqrt{\lg y^3 + 1} y = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} = x$$

$$\lg y x = \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$3 - 2 \lg y = \lg y x$$

$$\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \lg y = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \lg y$$

$$x = 3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\lg 3} = \frac{1}{3}$$

$$y = 1$$

$$t = 3 - \frac{2}{t}$$

$$t^2$$

$$2t^2 - 3t + 1$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x < y - 3$$

$$x > y - 3$$

$$y > x + 3$$

$$y < x + 3$$

$$y - 3 - x + y - 3 + x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$-y + 3 - x - y + 3 - x$$

$$-2y = 0$$

$$y = 0$$

$$y - 3 - x - y + 3 - x$$

$$x = -3$$

$$-y + 3 - x - y + 3 - x$$

$$|-3 - 3 + 3| + |-3 - 3 - 3|$$

$$3 - 3 - 3$$

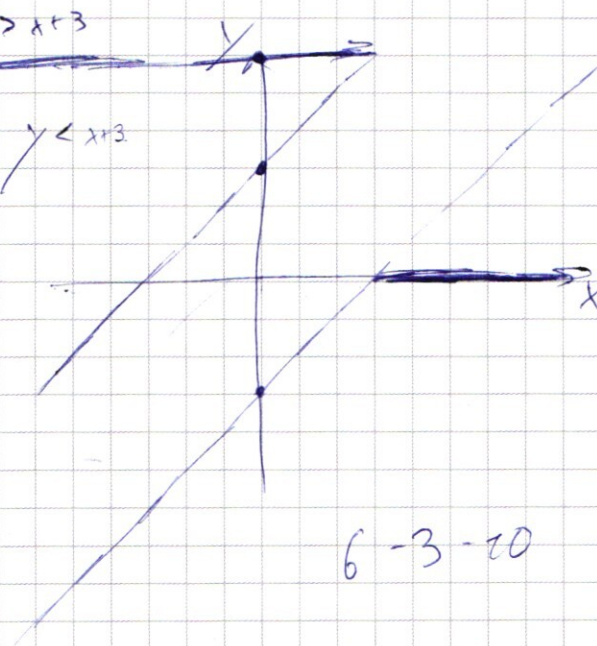
$$4, 3$$

$$3 - 3 + 3$$

$$4 - 3 = 3$$

$$-2$$

$$4 - 3 + 3$$



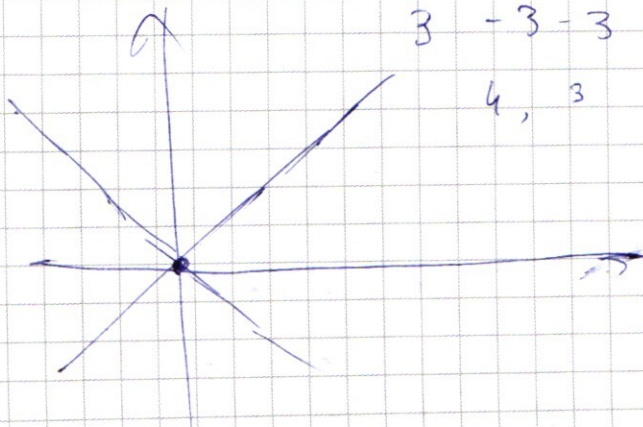
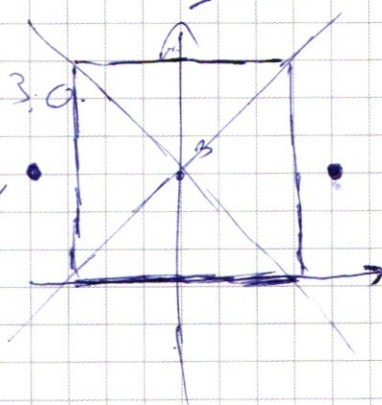
$$6 - 3 = 3$$

$$a = 1$$

$$-3$$

$$-3$$

$$y - 3 - x$$



$$\left(\frac{x^5}{x}\right)^{\lg x} = x^2 \lg x$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-1)^2 - 9x - 4y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 \leq 4$$

$$x^2 + a_1x + a_2y + a_3 = 0 \quad (x + a_1/2)^2 + y^2 = (a_1/2)^2 + a_2y + a_3$$

$$a_2 a_4 = (-3)$$

$a_3 = -4$

$$a_n = 3$$

$$a_2 = 1$$

$$CF = \sqrt{\quad}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 - y \end{cases}$$

$$\underline{(x + y - 9)(x - 3y) = 0}$$

$$\left(\frac{x^5}{3y}\right)^{\lg x} = y^2 \lg 3 y^2$$

$$\binom{4}{3} \lg 3^4 = 4 \lg 3^3$$

$$x^2 - 3x + x - 3x^2 = 0x + 12x$$

$$-2x$$

$$1 \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 50 + (2^{64} - 1)x$$

$$y \leq 40 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 2^{66} + 2^{65} \rightarrow \lg 3 = a :$$

$$20 + (2^{124} + \dots + 2^{63}) \times \frac{4a}{3^a} = y$$

$$10^a = 3y$$

$$10^6 = 34^2 = (10^3) \cdot 4$$

$$\gamma = 10^{b-a}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^a = y^{26}$$

$$\left(\frac{10^{b-a}}{3}\right)^a = 10^{2b(b-a)}$$

10 $ab - a^2$

$$3^9 \cdot 10^{26^2 - 246}$$

$\cdot 10^{\frac{2}{4}}$

$$6 \cdot \frac{12}{2} = 36$$

