

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

53

$$\log_y 3 = \frac{\lg 3}{\lg y}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} xy > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение относительно x

$$x^2 - 2x(y+2) - (3y^2 - 12y) = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}D &= (y+2)^2 + 3y^2 - 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = \\ &= 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1 = y+2 - 2y+2 = 4-y & (1) \\ x_2 = y+2 + 2y-2 = 3y & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим 2-ой случай (2)

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2} \quad x = 3y$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2}$$

$$y^{4\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{4\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2} \cdot \left(\frac{y^{\lg 3}}{3}\right)^{\lg 3y}$$

$$y^{4\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2} \cdot y^{\lg 3 \cdot \lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y}$$

$$4\lg 3y = 2\lg 3y^2 + \lg 3 \cdot \lg 3y$$

$$\lg 81y^4 - \lg 9y^4 = \lg 3 \lg 3y$$

$$\lg \frac{81y^4}{9y^4} = \lg 3 \lg 3y$$

$$\lg 9 = \lg 3 \lg 3y$$

$$2\lg 3 = \frac{\lg 3 \cdot \lg 3y}{\lg y}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4 \lg 3y = 2 \lg 3y^2 + \frac{\lg 3y \lg 3}{\lg y}$$

$$x = 4 - y$$

$$4 \lg 3y = 2 \lg \lg 9y^4$$

$$\lg 81y^4 - \lg 9y^4 = \frac{\lg 3y \lg 3}{\lg y} \left(\frac{y^5}{4-y} \right)^{\lg 4-y} = y^{2 \lg (4-y)y}$$

$$\lg \frac{81y^4}{\lg 9y^4}$$

$$\lg 81 = \frac{\lg 3y \lg 3}{\lg y}$$

$$\lg 3^4$$

$$4 \lg 3 = \frac{\lg 3y \lg 3}{\lg y}$$

$$4 = \frac{\lg 3y}{\lg y}$$

$$\lg 3y = 4 \lg y$$

$$\lg 3y = \lg y^4$$

$$3y = y^4$$

$$3 = y^3 \rightarrow y = \sqrt[3]{3}$$

$$x = 3 \sqrt[3]{3}$$

$$y = 1$$

$$z = 3$$

$$\left(\frac{1}{3} \right)^{\lg 3} = 1 \quad 2 \lg 3$$

$$\frac{3 - \lg 3}{\lg 3} = \frac{1}{3 \lg 3} = 1$$

$$\frac{\lg 3}{\lg 3}$$

$$3 \lg 3 \neq 1$$

$$\lg$$

$$\lg \frac{3}{10} =$$

$$\lg 3^{\lg 3} = 3 \lg 1000$$

$$\begin{aligned} & \lg 3^2 = \lg 9 \\ & \lg 3y = \lg y^2 \\ & 3y = y^2 \cdot 18 \\ & y = 3 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 = \frac{\lg 3y}{\lg y}$$

$$\lg 3y = 2 \cdot \lg y$$

$$\lg 3y = \lg y^2$$

$$3y = y^2 \quad | : y \quad y \neq 0 \text{ из ОДЗ}$$

$$3 = y \rightarrow x = 9$$

• Рассмотрим первый случай (1)

$$x = 4 - y$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2 \lg y(4-y)}$$

$$y^{5 \lg(4-y)} = y^{2 \lg y(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$\cancel{5 \lg(4-y)} = \cancel{2 \lg} \cdot \left(y^{\lg y(4-y)}\right)^{\lg(4-y)}$$

$$y^{5 \lg(4-y)} = y^{2 \lg y(4-y)} \cdot y^{\lg y(4-y) \cdot \lg(4-y)}$$

$$5 \lg(4-y) = 2 \lg y(4-y) + \lg y(4-y) \cdot \lg(4-y)$$

$$5 \lg(4-y) = 2 \lg y + 2 \lg(4-y) + \lg y(4-y) \cdot \lg(4-y)$$

$$\lg(4-y)^5 - \lg(4-y)^2 = 2 \lg y + \lg y(4-y) \cdot \lg(4-y)$$

$$\lg \frac{(4-y)^5}{(4-y)^2} = \lg(4-y)^3 = 3 \lg(4-y)$$

$$3 \lg(4-y) = 2 \lg y + \lg y(4-y) \cdot \lg(4-y)$$

$$\lg y(4-y) = \frac{\lg(4-y)}{\lg y}$$

$$\left(\frac{y^5}{(4-y)}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg y(4-y)}$$

$$\frac{y^{5\lg(4-y)}}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^{2\lg y(4-y)}$$

$$\log_y y = 1$$

$$\log_y(4-y) = \frac{\lg(4-y)}{\lg y}$$

$$y^{5\lg(4-y)} = y^{2\lg y(4-y)} \cdot (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y^{5\lg(4-y)} = y^{2\lg y(4-y)} \cdot y^{\log_y(4-y) \lg(4-y)}$$

$$y^{5\lg(4-y)} = y^{2\lg y(4-y)} \cdot y^{\log_y(4-y) \lg(4-y)}$$

$$5\lg(4-y) = 2\lg y(4-y) + \log_y(4-y) \lg(4-y)$$

$$\lg(4-y)^5 = 2\lg y + 2\lg(4-y) + \frac{\lg^2(4-y)}{\lg y}$$

$$\lg(4-y)^5 - \lg(4-y)^2$$

$$3\lg(4-y) = 2\lg y + \frac{\lg^2(4-y)}{\lg y}$$

$$\lg(4-y) = a$$

$$\lg y = b$$

$$3a = 2b + \frac{a^2}{b}$$

$$\frac{3ab - 2b^2 - a^2}{b} = 0$$

$$a^2 + 2b^2 - 3ab = 0$$

$$\Delta = 9a^2 - 8$$

$$\Delta = 9b^2 - 8b^2 = b^2 \rightarrow b$$

$$a_1 = \frac{3b - b}{2} = b$$

$$a_2 = \frac{3b + b}{2} = 2b$$

$$\lg(4-y) = \lg y$$

$$4-y = y$$

$$2y = 4 \quad y = 2 \rightarrow$$

$$\lg(4-y) = 2\lg y$$

$$4-y = y^2$$

$$y^2 + y + 4 = 0$$

$$\Delta < 0$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 125 \overline{) 12545} \\ + 875 \\ \hline \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3 \lg(4-y) = 2 \lg y + \frac{\lg^2(4-y)}{\lg y}$$

$$\lg(4-y) = a$$

$$\lg y = b$$

$$3a = 2b + \frac{a^2}{b}$$

$$\frac{2b^2 + a^2 - 3ab}{b} = 0$$

$$\begin{cases} 2b^2 + a^2 - 3ab = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим относительно a

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{3b+b}{2} = 2b & 1) \\ a_2 = \frac{3b-b}{2} = b & 2) \end{cases}$$

$$a) \lg(4-y) = \lg y \quad 1) \lg(4-y) = 2 \lg y$$

$$4-y = y$$

$$2y = 4$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x = 4 - \frac{\sqrt{17}-1}{2} =$$

$$= \frac{8 - \sqrt{17} + 1}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$4-y = y^2$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y_1 + y_2 = -1$$

$$y_1 \cdot y_2 = -4$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} y_1 = -4 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\rightarrow x = 4 - \frac{(-1 + \sqrt{17})}{2} =$$

$$= \frac{8 + 1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

Исходя из условия $x \cdot y > 0$
 $\Rightarrow$ эта пара не подходит

$$\text{Ответ: } (9; 3); (2; 2); \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$

$\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -(\cos 3x - \cos 11x) - (\sin 11x - \sin 3x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \cdot \sin 4x \sin 7x - 2 \cdot \cos 7x \sin 4x &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\ \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= 0 \\ \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= 0 \\ (\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x) &= 0 \\ (\cos 7x + \sin 7x) \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \sin 4x \right) &= 0 \\ (\cos 7x + \sin 7x) \cdot 2 \cdot \left(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x \right) &= 0 \\ \cancel{(\cos 7x + \sin 7x) \cdot 2 \cdot \left(2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 4x}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{4}}{2} \right)} & \\ (\cos 7x + \sin 7x) \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 4x}{2} \cos \frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos 7x + \sin 7x = 0 & 1) \\ \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x + 4x \right) = 0 & 2) \\ \cos \left(\frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2} \right) = 0 & 3) \end{cases}$$

$$2) \sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} \right) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi t$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} - \pi t$$

$$3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi t$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi t}{3}, t \in \mathbb{Z}$$

$$3) \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi h$$

$$11x = \frac{\pi}{4} + \pi + 2\pi h$$

$$11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi h$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi h}{11}, h \in \mathbb{Z}$$

$$1) \cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\lambda = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sin 7x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos 7x}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 7x \right) = 0$$

$$\frac{\pi}{4} + 7x = \pi k$$

$$7x = \pi k - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x \in \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k \in \mathbb{Z}$$

~~✗~~

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi t}{3}, t \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi h}{11}, h \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3375 делится на 125, т.к. имеет 3 цифры, делится на 125 (цифры окр. число)

$$\begin{array}{r} 3375 \\ - 250 \\ \hline 875 \\ - 875 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

- 1) число может состоять из цифр 1, 5, 3, 9
2) число может состоять только из цифр 1, 3, 5

1) нам необходимы перестановки с повторениями,

где цифр 5 должно быть 3

цифр 3 → 1
цифр 9 → 1
цифр 1 → 3

↑ чтобы у нас было в итоге всевозможное число

$$P(3, 1, 1, 3) = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 56 \cdot 20 = 1120$$

2) нам необходимы перестановки с повторениями,

где цифр 5 должно быть 3

цифр 3 → 3
цифр 1 → 2

$$P(3, 3, 2) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 10 \cdot 56 = 560$$

$$\text{Итого } 1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680

NS

Построим график первого уравнения

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

используемся методом
биссектрис

Строим прямые:

$$\begin{aligned} 1. y &= 3+x \\ 2. y &= 3-x \end{aligned}$$

С помощью пробных точек
строим график

$$\text{I) } (3; 2)$$

$$\begin{aligned} -y + 3 + x + y - 3 + x &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{II) } (0; 5)$$

$$\begin{aligned} + + \\ y - 3 - x + y - 3 + x &= 6 \end{aligned}$$

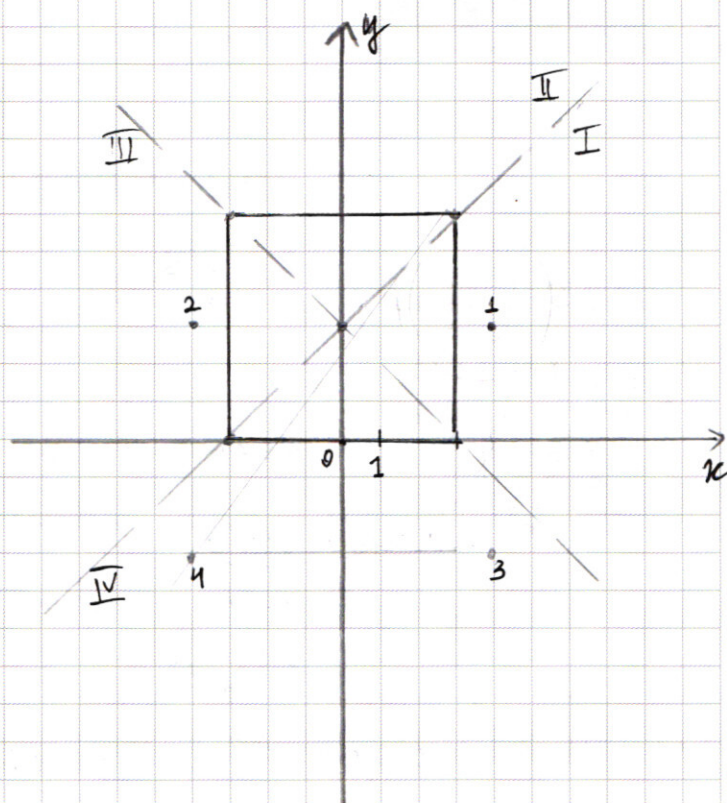
$$\begin{aligned} 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\text{III) } (-3; 1)$$

$$\begin{aligned} + - \\ y - 3 - x - y + 3 - x &= 6 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\text{IV) } (0; 1)$$

$$\begin{aligned} - - \\ -y + 3 + x - y + 3 - x &= 6 \\ -2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$



а второе уравнение имеет

но окружности в точках

- 1) $(4; 3)$ с $R = \sqrt{a}$
- 2) $(-4; 3)$ с $R = \sqrt{a}$
- 3) $(4; -3)$ с $R = \sqrt{a}$
- 4) $(-4; -3)$ с $R = \sqrt{a}$

Рассмотрим случаи:

- 1) когда 1 и 2 окружности касаются
(они симметричны относительно
Oy) по оси квадрата, а окр 3 и 4
еще не пересекают квадрат
т.е. 1 окр касается прямой $x = 3$

$$\begin{aligned} (x-4)^2 + (y-3)^2 &= a \\ (y-3)^2 &= a - 1 \\ y^2 - 6y + 9 &= a - 1 \\ y^2 - 6y + 10 - a &= 0 \\ \Delta D &= 36 - 40 + 4a = 0 \\ -4 + 4a &= 0 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

- 2) когда 1 и 2 окружности уже не
пересекают квадрат, а 3 и 4
пересекают каждый в одной
точке, а именно $(3; 6)$, так как
она находится на линии биссектрисы
Рассмотрим ее центра в отрезке
отрезок вершины (для окружности 4)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$$

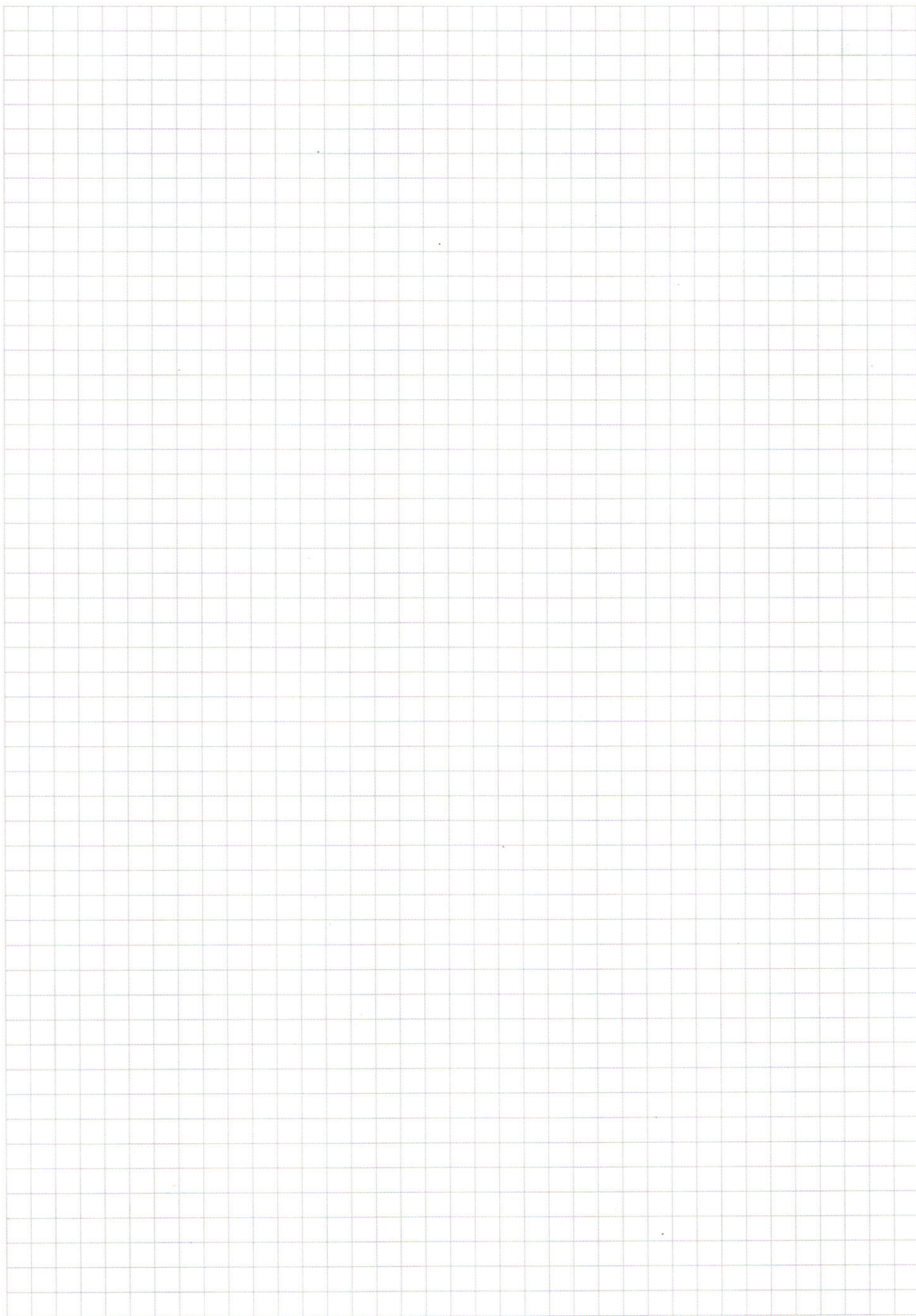
$$(-3-4)^2 + (-6-3)^2 = a$$

$$49 + ~~18~~ 81 = a$$

$$130 = a \quad ~~81~~$$

3)

Ответ: $a = 130$; $a = 1$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\sqrt{2} \cos 14x = \cos(2+11x) = \sqrt{2}(\cos 3x \cos 11x - \sin 3x \sin 11x)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 11x + \sqrt{2} \sin 3x \sin 11x$$

53

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2x(y+2) - (3y^2 - 12y) = 0$$

$$\frac{1}{4D} = (y+2)^2 + 3y^2 - 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2$$

$$x_1 = y+2-2y-2 = -y$$

$$x_2 = y+2+2y+2 = 3y+4$$

$$(x+y)(x-3y+4) = x^2 - 3yx + 4x - 3y^2 + 4y = x^2 - 2yx + 4x + 4y - 3y^2$$

$$x_1 = -y+2+2y-2 = 3y$$

$$x_2 = y+2-2y+2 = 4-y$$

$$(x-3y)(x-4+y) \Rightarrow x^2 - 4x + xy - 3yx + 12y - 3y^2 = x^2 - 4x - 2xy + 12y - 3y^2$$

$$1) x = 3y$$

$$2) x = 4-y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\frac{y^4 \lg 3y}{3 \lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$3^{\lg 3y} = 3^{\lg}$$

$$\lg 3y = \lg 3y = \lg y \lg 3y^2$$

$$\lg 3y = \lg y$$

$$y^4 \lg 3y = y^{2 \lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3y} \cdot \lg 3y$$

$$(10^{\lg 3y})^{\lg 3y}$$

$$y^4 \lg 3y = y^{2 \lg 3y^2} \cdot (y^{\lg 3})^{\lg 3y}$$

$$4 \lg 3y = 2 \lg 3y^2 + \lg y 3 \cdot \lg 3y$$

$$4 \lg 3y =$$

$$\log_y 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_y y}$$

$$8^1 \cdot 2^2 \cdot 7^1 \cdot 8^1 \cdot 11^1$$

$$2^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 8^1 \cdot 11^1$$

$$10^1 \cdot 5^1 \cdot 6^1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 125} \\ - 250 \\ \hline 875 \\ - 875 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline 375 \\ + 1250 \\ \hline 875 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{1} \\ 5 \ 5 \ 5 \ 3 \ 3 \ 3 \quad (5, 3) \\ 25, 5, 3, 3, 3 \quad (25, 5, 3) \\ 125, 3, 3, 3 \quad (125, 3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 125, 27 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5^3 \quad 3^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sin^2 \sin \\ \cos - \cos \end{array}$$

8 значений

$$P(3, 3, 2) = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 560$$

через
с повт = $4 \times 4 \times 5 \times 7 = 560$

2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-(\cos 3x - \cos 11x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-(2 \sin 4x \sin 7x) - (2 \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\cos 2x = \cos (x+x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} \cos 7x - \sin 7x + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x) = 0$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\begin{array}{l} -1 \leq \cos 7x \leq 1 \\ -2 \leq \cos 7x - \sin 7x \leq 2 \end{array}$$

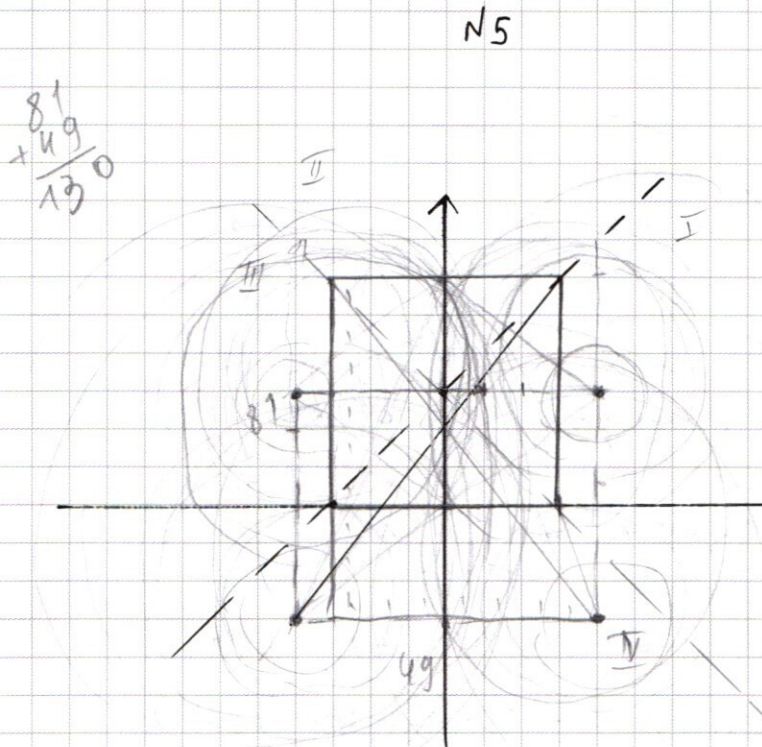
$$\begin{array}{l} -1 \leq \sin 7x \leq 1 \\ -1 \leq \sin 7x \leq 1 \\ 1 \geq -\sin 7x \geq -1 \\ -1 \leq -\sin 7x \leq 1 \end{array}$$

$$\sin (7x - 3x) = \sin 7x \cos 3x - \sin 3x \cos 7x$$

$$\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 7x \cos 3x - 2 \sin 3x \cos 7x$$

$$\sin 3x (\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 7x \cos 3x - 2 \sin 3x \cos 7x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y - 3 - x > 0$$

$$y - 3 + x > 0$$

$$y = 3 + x$$

$$y = -x + 3$$

$$\mathbb{I}(3, 2)$$

$$2-3-3$$

$$- + 2-3+3$$

$$-y + 3 + x + y - 3 + x = 6$$

$$2x = 6$$

$x = 3$

$$\text{II) } (0; 4)$$

4 - 3

+		+
---	--	---

$$y - 3 - x + y - 3 + x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

IV -- $8 - y + 3 + x \rightarrow -y + 3 - x = 6$

$$y = 0$$

III) $(-3; 2)$

$2 - 3 + 3$

$$2-3-3$$

$$\begin{array}{r} + \quad \quad \quad - \\ y - 3 - x - y + 3 - x \\ \hline -2x = 6 \\ x = -3 \end{array}$$

$$x = 3$$

$$4; 3 \quad R = a$$

- 1) 2 нап касаются если одна кас $\rightarrow$ кас другая
- 2) 2 больше в одну
- 3) 2 больше касаются (слик

$$(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$$

$$(-x-4)^2 +$$

$$(x-4)^2 + (-y-3)^2 = a$$

$$(x-4)^2 + \cancel{9} - (-x-4)^2 = \cancel{9}$$

$$x^2 - 8x + 16 - x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 - x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(-y-3)^2 = 9 - (-x-4)^2$$

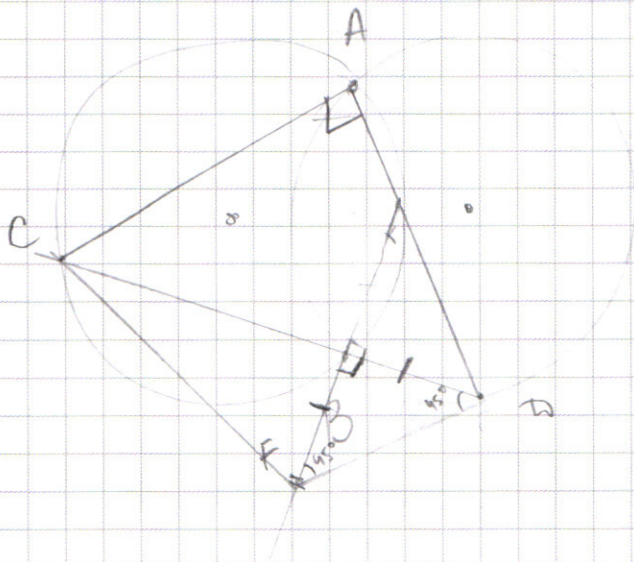
$$16 + (-y-3)^2 = a$$

$$-16 \times = 0$$

$x = 0$

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 12 \\ \hline 35 \end{array}$$

18



CF ?

$\sqrt{2} \cos$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 3x - \cos 11x + \sqrt{2} \cos 14x = -\sin 11x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \sin 4x \sin 7x + \sqrt{2} \cos 14x = -\sin 3x - \sin 11x$$

$$2 \sin 4x \sin 7x + \sqrt{2} \cos 14x = -2 \cdot \sin 4x \cos 7x$$

$$2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) + \sqrt{2} \cos 14x = 0$$

$$2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) + \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) = 0$$

$$2 (\sin 7x + \cos 7x) (2 \sin 4x + \sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x) = 0$$

$$2 \sin 4x \cos 2x \quad \sin 4x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x$$

$$\cos 7x (\cos 7x = \sin 4x - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right)) = 0$$

$$\sin 45^\circ \sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x$$

$$\sin 4x + \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = 2 \cdot \sin \frac{4x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2} \cdot \cos \frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} \right) \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right)$$