МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра(
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Заметим, что $3375 = 15^3 = 3^3 \cdot 5^3$. Т.к. произведение цифр $= 3375$, в нашем восьмизначном числе ~~должно быть~~ цифра 5 должна присутствовать ровно три раза (5 нельзя умножить ~~ни на что~~ ни на какое целое число, большее 1, чтобы получилось однозначное число, поэтому если в произведении 5^3, то должно быть три пятерки).

Теперь 3^3. $3 < 10$, $3 \cdot 3 < 10$, $3 \cdot 3 \cdot 3 > 10$. Поэтому возникают два варианта:

1) либо в числе три тройки, а остальные две цифры $- 1$ (т.к. в произведении нет ничего, кроме 5 и 3)

в этом случае вариантов $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 1 = 560$.

выбираем куда поставить 5; выбираем, куда поставить 3; остальные цифры -1.

2) либо в числе одна ~~тройка~~ "3", одна 9, а остальные три цифры $- 1$ по той же причине, что и в прошлом варианте.

Вариантов $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot 1 = 1120$.

выбираем три места, на которые поставим 5; выбираем место для 3; место для 9; однозначно определяются места для 1

Возможны оба варианта и больше никаких, т.к. разобраны все случаи, как можно получить такое ~~число~~ произведение цифр $\Rightarrow$ всего $560 + 1120 = 1680$ вариантов

Ответ: 1680.

№2

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x \Leftrightarrow$

$\sqrt{2}\cos 14x + (\sin 11x - \sin 3x) - (\cos 11x - \cos 3x) = 0. \Leftrightarrow$

$\sqrt{2}\cos 14x + 2\sin 4x\cos 7x + 2\sin 4x\sin 7x = 0. \quad |:\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$2\sin 4x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 7x\right) + \sin\left(14x + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$

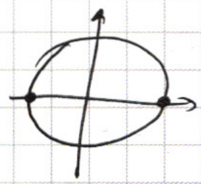
$2\sin 4x \cdot \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\sin 4x + \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\sin 4x + \sin\left(7x+\frac{3\pi}{4}\right)\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot 2\cdot\sin\left(5{,}5x+\frac{3\pi}{8}\right)\cdot\cos\left(1{,}5x+\frac{3\pi}{8}\right) = 0.$

а) $\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow$



$7x + \frac{\pi}{4} = \pi n, \; n\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \; n\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \quad x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, \; n\in\mathbb{Z}.$

б) $\sin\left(5{,}5x + \frac{3\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow 5{,}5x + \frac{3\pi}{8} = \pi k, \; k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\frac{11}{2}x = -\frac{3\pi}{8} + \pi k, \; k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, \; k\in\mathbb{Z}.$

в) $\cos\left(\frac{3}{2}x + \frac{3\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow$

$\frac{3}{2}x + \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi l, \; l\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\frac{3}{2}x = -\pi + \pi l, \; l\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x = \pi + \pi l, \; l\in\mathbb{Z},$

$x = \frac{2\pi}{3} + \frac{2}{3}\pi l, \; l\in\mathbb{Z}.$

Ответ: $x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, \; k\in\mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, \; n\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi l}{3}, \; l\in\mathbb{Z}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ: $x>0,\ y>0$.

Решим первое уравнение:

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \quad \Big| \lg \iff$$

$$\lg x \cdot \lg\left(\frac{y^5}{x}\right) = 2\lg xy \cdot \lg y \iff$$

$$\lg x \cdot (5\lg y - \lg x) = 2(\lg x + \lg y)\cdot \lg y \iff$$

$$\lg^2 x - 3\lg x \cdot \lg y + 2\lg^2 y = 0 \iff$$

$$(\lg x - \lg y)(\lg x - 2\lg y) = 0 \iff (\lg x - \lg y)\cdot(\lg x - \lg y^2) = 0 \iff$$

а) $\lg x = \lg y \iff$ (т.к. $\lg$ - возр. ф-я) $\quad x = y$

б) $\lg x = \lg y^2 \iff$ (т.к. $\lg$ - возр. ф-я) $\quad x = y^2$.

Подставим ответ из п.а во второе уравнение:

$$\begin{cases} x = y > 0 \\ x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y > 0 \\ 4x^2 - 8x = 0 \end{cases} \overset{\text{т.к. } x \neq 0}{\iff} \begin{cases} x = y > 0 \\ x = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Подставим ответ из п.б во второе уравнение:

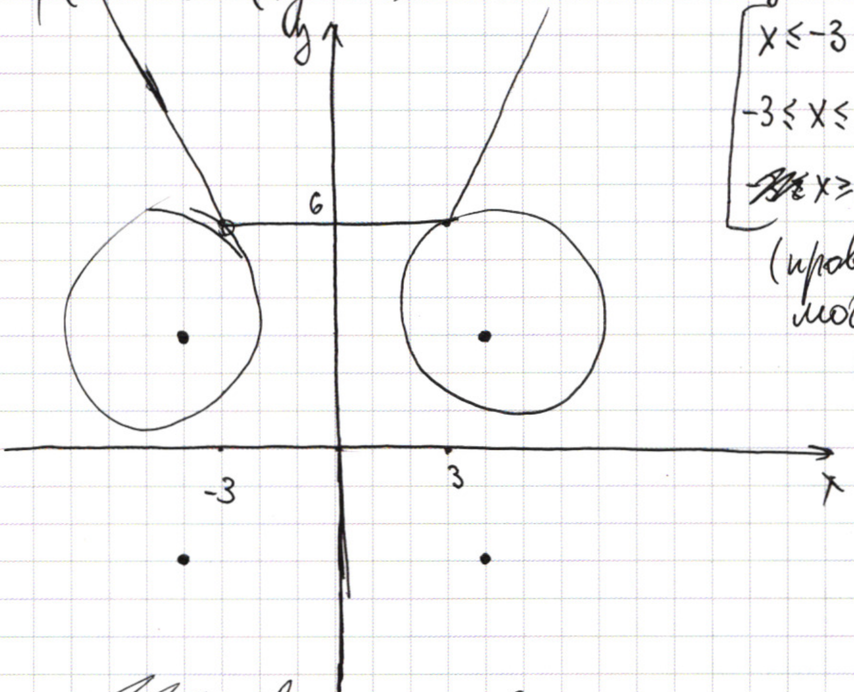
$$\begin{cases} x = y^2 \\ y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y^2 > 0 \\ y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0 \end{cases} \overset{\text{т.к. } y \neq 0}{\iff} \begin{cases} x = y^2 > 0 \\ y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} x = y^2 \\ (y-3)(y^2 + y - 4) = 0 \end{cases}$$

$\iff$ (продолжение см. на стр №5)

№5

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a \end{cases}$$



Первое уравнение задаёт на плоскости кривую следующего вида:

$$\begin{cases} x\leq -3: \; y=-2x \\ -3\leq x\leq 3: \; y=6 \\ x\geq 3: \; y=2x. \end{cases}$$

(проверяется раскрытием модулей по случаям)

~~при а~~ второе уравнение при $a<3$ задает 4 окружности радиусами $\sqrt{a}$ и с ц. в точках $(4,3)$, $(-4,3)$, $(4,-3)$, $(-4,-3)$.

Если $a>3$, то это тоже окружности, просто пересекающиеся.

Две точки пересечения, если верхние две окружности проходят через уголок,

т.е. $a=1+3^2=10$.

Ответ: 10.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

• $\begin{cases} y=3 \\ x=y^2=9 \end{cases}$

• $\begin{cases} y^2+y-4=0 \\ x=y^2 \end{cases} \Leftrightarrow$ ~~$y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\cdot4}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$~~

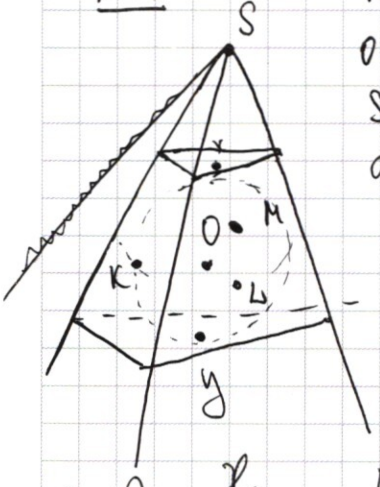
$y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\cdot4}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ (т.к. $y>0$)

$y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x=y^2=\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(1-2\sqrt{17}+17\right)=\frac{9}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Ответ: $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=9 \\ y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{9-\sqrt{17}}{2} \\ y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$

<u>№4</u>

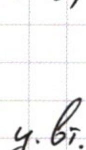


Пусть X и Y – точки касания сферы с плоскостями, о которых говорится в конце условия. (их площади $S_1=1$, $S_2=4$)

а) точки S, X, O, Y лежат на одной прямой. (в силу ~~симметрии чертежа~~ (т.к. плоскость площади S_1 касается сферы и перпендикулярна SO ⇒ проходит через точку пересечения сферы и SO. Аналогично для Y)

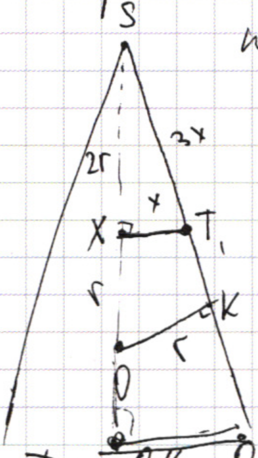
Пусть радиус сферы r, длина $SX=l$.

Тогда $\frac{l}{l+2r}=\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ (т.к. плоскости гомотетичны с ц. вт. S и коэффициентом $\frac{l}{l+r}$) $\Rightarrow r=\frac{1}{2}l$.



~~Заметим, что плоскость KLM параллельна плоскости касания~~ (т.к. $\Rightarrow SO=3r$, $OK=r \Rightarrow \angle KSO=\arcsin\left(\frac{OK}{SO}\right)=\arcsin\frac{1}{3}$

Рассмотрим сечение трехгранного угла, проходящее через S, O, K (точка T_1 — пересечения плоскости, касающейся сферы в т. X, с прямой SK)



$\Delta T_1SX \sim \Delta OSK$ по трем углам.

Аналогично $\Delta T_2SX \sim \Delta OSL$, $\Delta T_3SX \sim \Delta OSM$, где T_2, T_3 — точки пересечения плоскости, касающейся сферы в т. X с прямыми SL и SM соответственно.

Т.к. $OK = OL = OM$, $\angle OSK = \angle OSL = \angle OSM$ (по построению), $SK = SM = SL$ — отрезки касательных, SX совпадает для всех $\Rightarrow$ Плоскость KML параллельна плоскости касания.

$SK = \sqrt{(3r)^2 - r^2} = 2\sqrt{2}r$.

$(2r)^2 + \left(\frac{ST_1}{3}\right)^2 = (ST_1)^2 \Rightarrow 4r^2 = \frac{8}{9}ST_1^2 \Rightarrow ST_1 = \frac{3}{\sqrt{2}}r$.

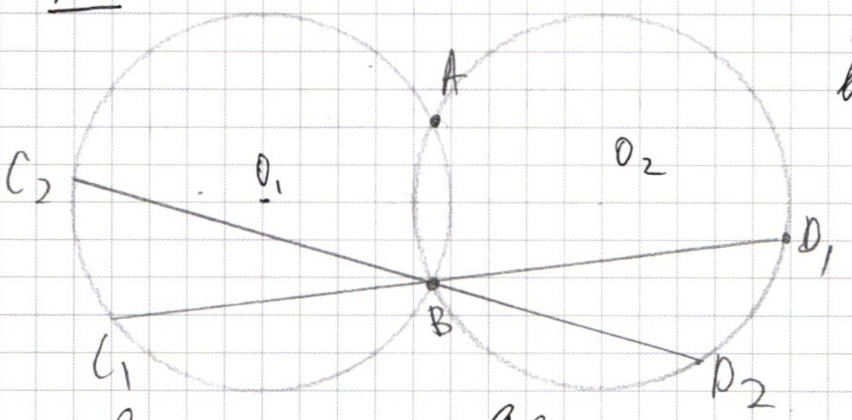
$$\Rightarrow \frac{S_{KLM}}{S_1} = \left(\frac{SK}{ST_1}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3/\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}.$$

Ответ: $\angle OSK = \arcsin\frac{1}{3}$,

$S_{KLM} = \frac{16}{9}$

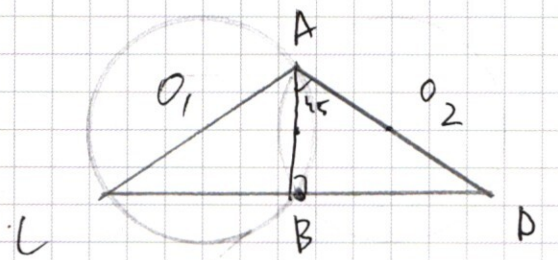
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



Будем проводить всевозможные прямые C_iD_i. Заметим, что $\angle C_1AC_2 = \angle D_1AD_2$ из симметрии (из заданного угла при A) для любых двух прямых.

Тогда если мы проведем через B CD так, что он параллелен O_1O_2, то $CAD = 90^\circ$.

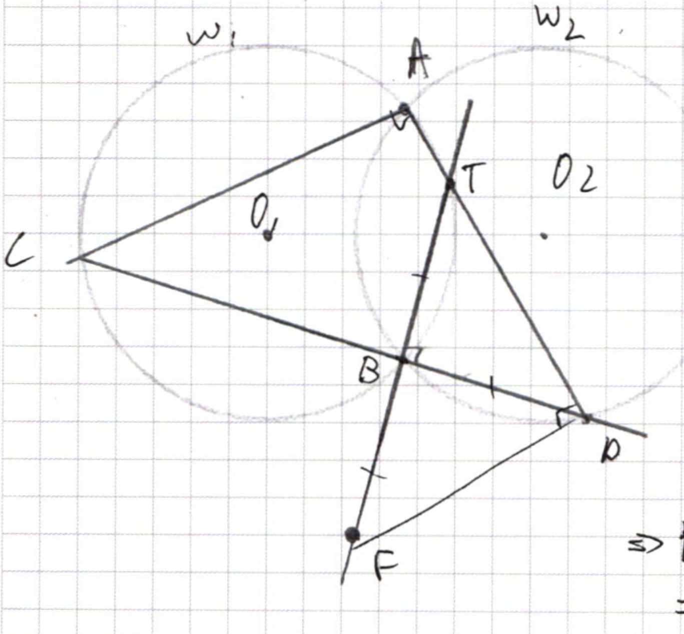


Из симметрии $\angle ABD = \angle CAD = 45^\circ$.

$\Rightarrow CB = BD = AB = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \cos 45 = \frac{5}{\sqrt{2}} \Rightarrow O_1AO_2B$ – квадрат

$\Rightarrow O_1O_2 = 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$.

(т.к. O_2B и O_2D симметричны относ. прямой, проход. через $O_2 \perp O_1O_2$).



а) Пусть T – точка пересечения AD и BF. Т.к. $\angle CAT = \angle CBT = 90^\circ$
$\Rightarrow C, A, T, B \in w_1$ (w_1 – исх. окр.)

Т.к. $\angle AO_1B = 90^\circ \Rightarrow \angle ACB = 45^\circ$
$\Rightarrow \angle BTD = 45^\circ$ (внешний угол вписанного четырехугольника)
$\Rightarrow BTD$ – р/б прямоуг. треугольник.
$\Rightarrow BT = BD = BF$, (и $\angle TDF = 90^\circ$)
т.е. $AC \parallel DF$.

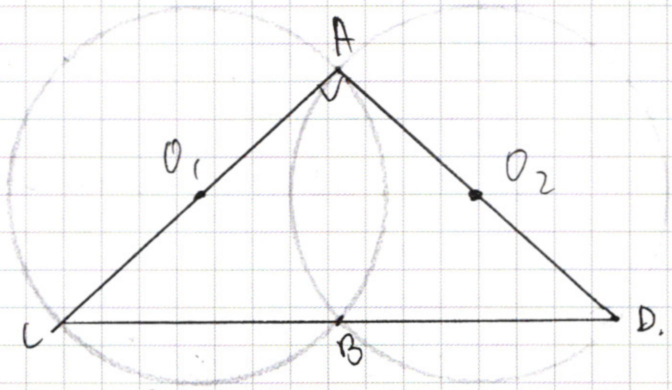
$\Rightarrow CF = CT = 2r = 10$
т.к. CT – диаметр, т.к. $\angle CAT = 90^\circ$

Ответ: 10.

б) т.к. $AC \parallel DF$, то $S_{ACF} = S_{ADC}$
по прошлому пункту

Заметим, что S_{ADC} не зависит от выбора C, D (простое следствие рассуждения, которым начинается решение)

Поэтому посчитаем её в удобном нам случае:
когда $CD \parallel O_1O_2$.



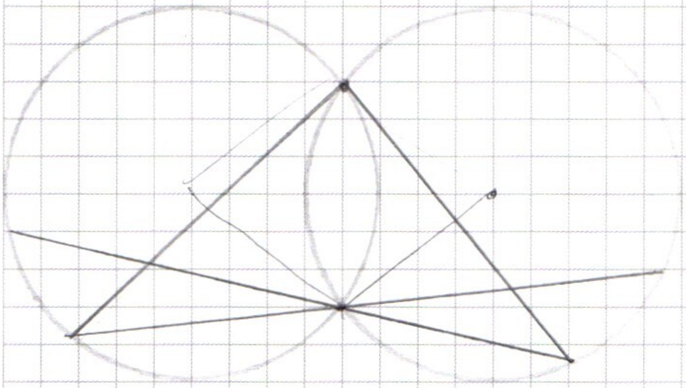
$$S = \frac{AC \cdot AD \cdot \sin 90}{2} = \frac{(2r)^2}{2} = 2r^2 =$$
$$= 2 \cdot 25 = 50.$$

Ответ: 50.

Ответ: п. а) 10

п. б). 50.

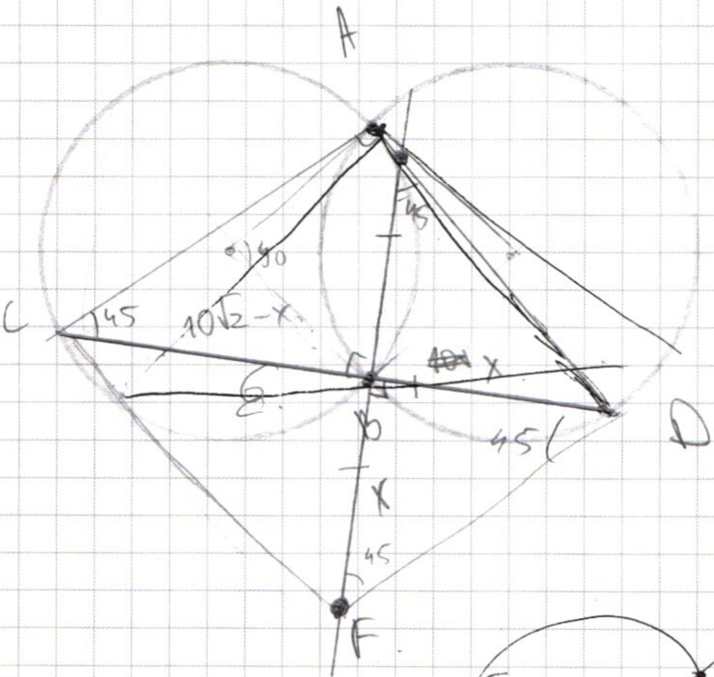
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



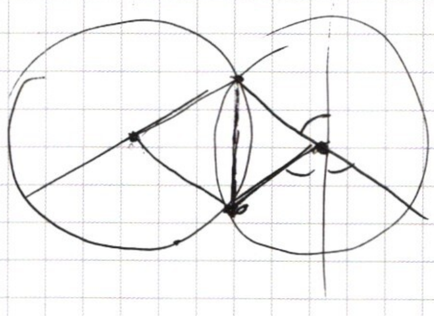
10 $\quad 10\sqrt{2}$

$\frac{6}{\sin\alpha} = 10$

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$



~~10~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3375 | 3
1125 | 3
375 | 3
125 | 5
25 | 5
5 | 5
1

$= 3^3 \cdot 5^3$

5 – 3 штуки.

3, 9

3, 3, 3.

$15 \times 15 = 225$

$225 \times 15 = 3375$

555

333

11

$C_8^3 \cdot C_5^3$

$\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2} \cdot \frac{5\cdot4\cdot3}{2\cdot1}$

$56 \cdot 10 = 560$.

555

9

3

111.

$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1$

$\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2} \cdot 5 \cdot 4$.

$C_8^3 = \frac{8!}{3!\,5!} = \frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1} = 56$

$C_5^3 = \frac{5!}{3!\cdot2!} = \frac{4\cdot5}{2}$

$56\cdot5\cdot4 =$

$= 560\cdot2 = 1120$

$1120 + 560 = 1680$.

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

$\cos 11x - \cos 3x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cos 14x$.

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\cdot\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$.

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 14x + \sin 4x\cos 7x + \sin 7x \sin 4x = 0$.

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 14x + \cancel{\frac{1}{2}\sin 4x}($

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos^2 7x - \sin^2 7x) + \sin 4x\cos 7x + \sin 7x \sin 4x = 0$.

$\cos 7x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 7x + \sin 4x\right) + \sin 7x\left(\sin 4x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 7x\right) = 0$.

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\frac{1}{\sqrt2}\cos 11x - \frac{1}{\sqrt2}\sin 11x) + \frac{1}{\sqrt2}\sin 3x - \frac{1}{\sqrt2}\cos 3x) = \cos 14x$

~~sin cos - sin cos~~

sin

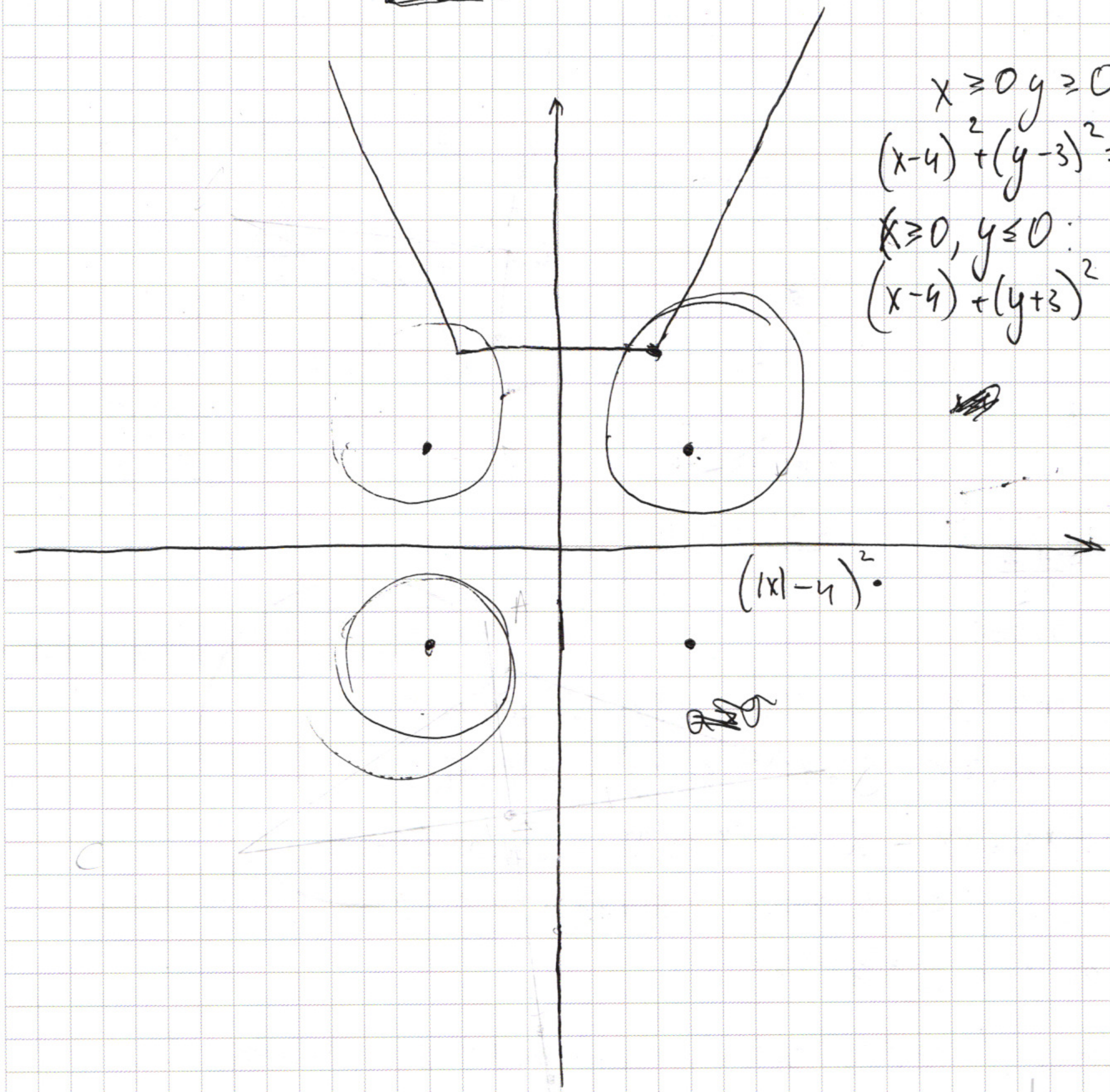
$\sin(3x - \frac{\pi}{4}) - \sin(11x - \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$

$-(\sin(11x - \frac{\pi}{4}) - \sin(3x - \frac{\pi}{4})) = \cos 14x$

$-2 \cdot \sin(7x\ \ ) \cos($

$-2\sin(4x)\cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \underline{\cos 14x}$

$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2$



$x \geq 0\ y \geq 0$:

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 0$

$x \geq 0,\ y \leq 0$:

$(x-4) + (y+3)^2$

$(|x|-4)^2$

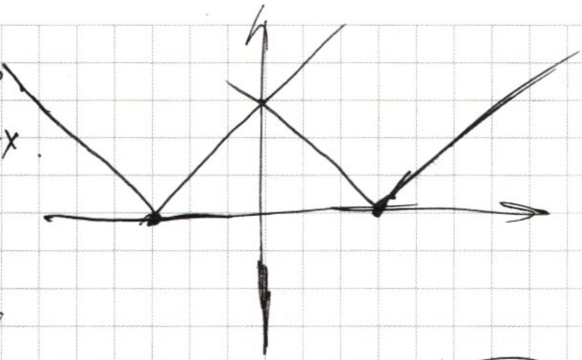
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = x+3$

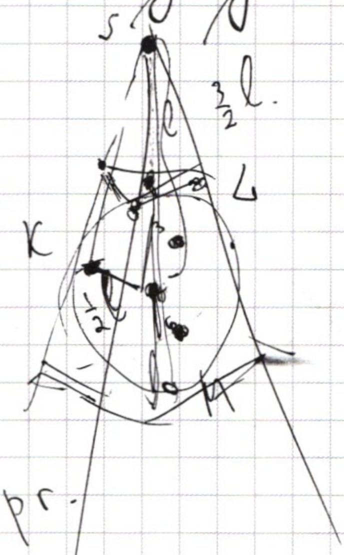
$y = 3-x$



3r

$x \le -3$: $x+3-y-x+3-y=0$ $\boxed{y=3}$.

$x+3-y+y-3+x \Rightarrow \boxed{x}$.



$\frac{l}{l+x} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ $\frac{l}{l+x} = \frac{1}{2}$

$\frac{l}{\frac{3}{2}l} =$ $\sqrt{\frac{2}{3}}$

$\frac{9}{4}$

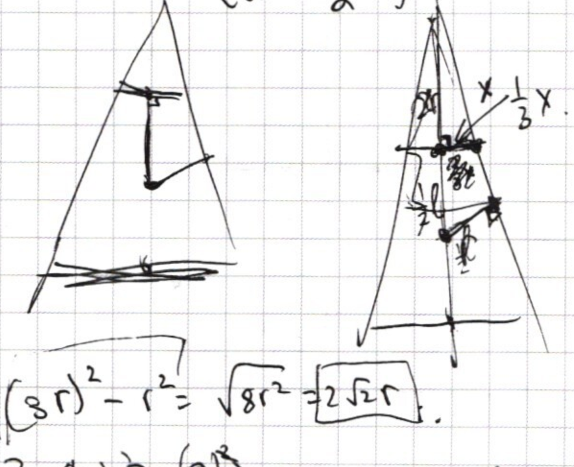
$S = pr$.

$SX \cdot XO = ST \cdot TK$.

$2r \cdot r = ST \cdot TK$.

$\arcsin\left(\frac{1}{2}l : \frac{3}{2}l\right) = \arcsin\frac{1}{3}$.

$\operatorname{arctg}\frac{1}{3}$.



$\frac{l}{x} = \frac{\frac{3}{2}l}{3}$

$(2r)^2 + (x)^2 = (3x)^2$.

$4r^2 + x^2 = 9x^2$.

$8x^2 = 4r^2$.

$\frac{x^2}{r^2} = \frac{1}{2}$ $\frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}r$.

$\frac{2r}{x} = \frac{t}{3l} \Rightarrow \frac{x}{t} =$

$(3r)^2 - r^2 = \sqrt{8r^2} = \boxed{2\sqrt{2}r}$.

$(r)^2 + (t)^2 = (3r)^2$.

$(2)^2 + (k)^2 = (3k)^2$

$4r^2 + \frac{r^2}{2} = \frac{9}{2}r^2$

$\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\frac{2}{3}$

$4r + \frac{ST_1^2}{9} = ST_1^2$. $4r = \frac{8}{9}ST_1$

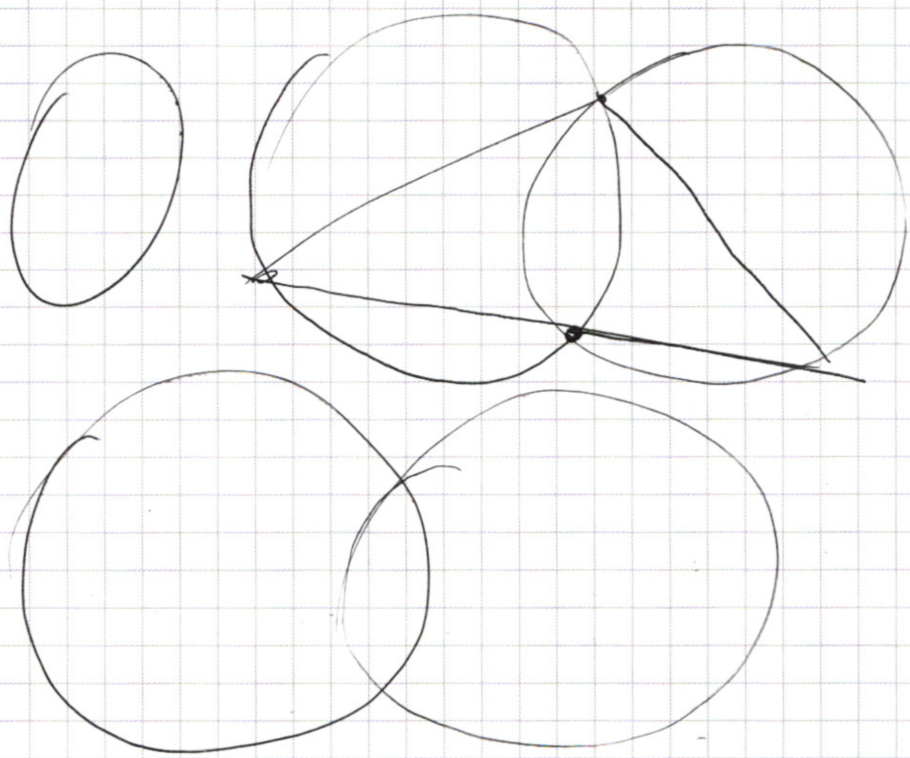
$4 = 8k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{2}}$

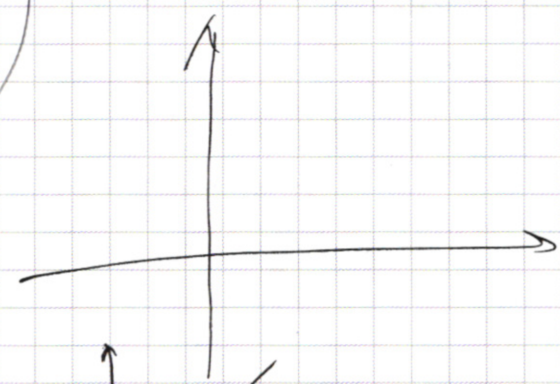
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$ST_1^2 = \sqrt{\frac{9}{2}}$

$= \frac{3}{2}$

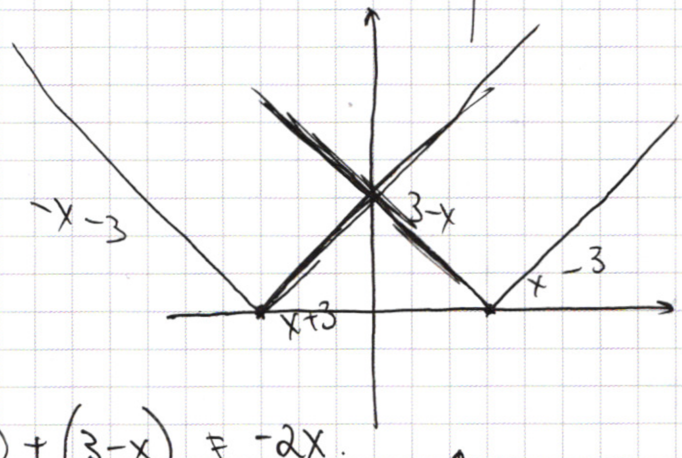




$$|y-3-x|+|y-3+x|=6.$$

$y = x+3$

$y = 3-x$



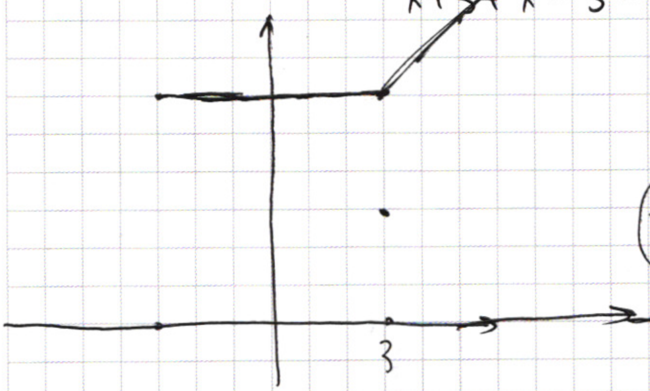
$3+x-y+$

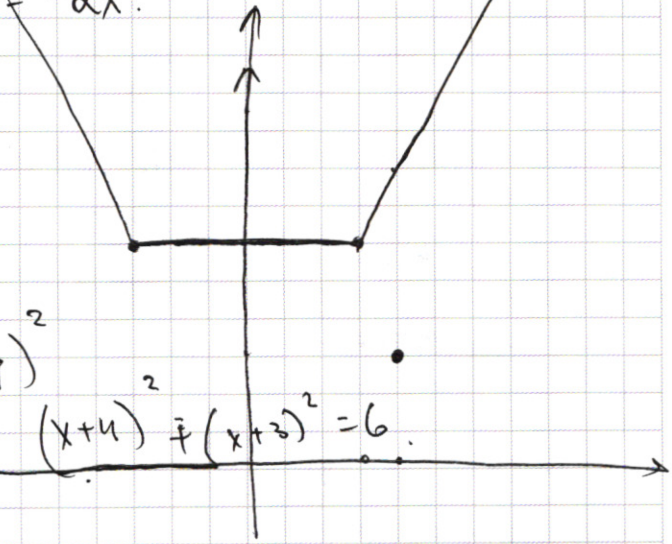
$$(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a.$$

$$(-x-3)+(3-x) = -2x.$$

$$x+3+3-x=6.$$

$$x+3+x-3=2x.$$





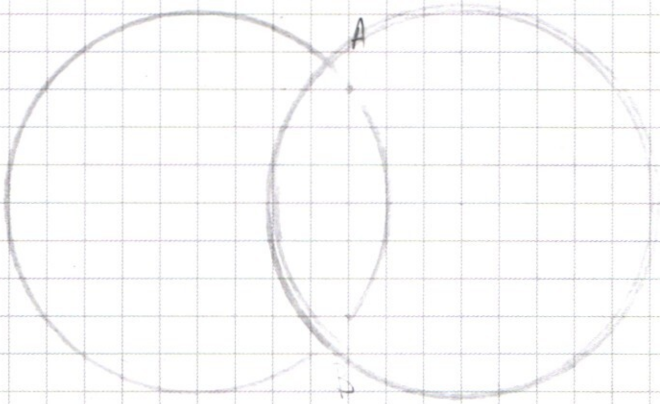
$(-x-4)^2$

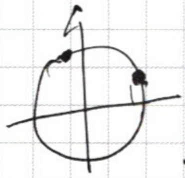
$$(x+4)^2+(x+3)^2=6.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}=$

$\cos 11x - \cancel{\sin} 11x.$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x^2-2xy+y^2 \cancel{+12} -4x-4y^2+12y=0$

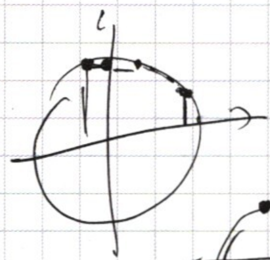
$\cancel{(x-y)}$

$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\left(11x+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$

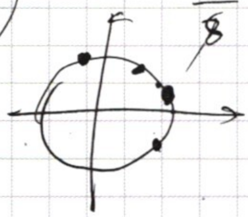
$\cancel{2\cos}$

$2\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$



$\frac{\pi}{2}$

$\frac{3\pi}{8}\cdot\frac{2}{11}$



$\cos 11x-\cos 3x = -2\sin 4x\sin 7x.$

$\sin 11x-\sin 3x = 2\sin 4x\cos 7x.$

$2\sin 4x(\cos 7x+\sin 7x)+\sqrt{2}\cos 14x=0$

$2\sin 4x(\cancel{\cos}\sin(7x+\frac{\pi}{4})+$

$\cancel{\sin}\left(\frac{\pi}{2}+14x\right). = \cancel{2}\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right).$

$=\sin\left(14x-\frac{\pi}{2}\right) = -2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right).$

$\sin$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin 4x+\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\right)=0$

$\left(\sin 4x+\cancel{\sin}\left(7x+\frac{3\pi}{4}\right)\right)=0.$

$2\sin\left(3{,}5x+\frac{3\pi}{8}\right)\cos\left(1{,}5x+\frac{3\pi}{8}\right)=0.$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$ $\Big|\, \lg$

$\lg x \cdot (\lg y^5 - \lg x) = 2\lg(xy) \cdot \lg y$

$5\lg x \cdot \lg y - \lg^2 x = 2\lg x \lg y + 2\lg^2 y$

$\lg^2 x - 3\lg x \lg y + 2\lg^2 y = 0$

$(\lg x - \lg y)(\lg x - 2\lg y) = 0$

$\lg x = \lg y \Rightarrow x = y > 0$

$\lg x = \lg y^2 \Rightarrow x = y^2 \quad y > 0$

$x = y^2$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$y = x:\quad x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$4x^2 - 8x = 0 \qquad x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x = y^2:\quad y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$

$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$

$27 - 18 - 21 + 12 = 0$

$(y-3)(y^2 + y - 4)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)