

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик

№1.

Разложим число 16875 на простые множители:

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Из этого следует, что наши восьмизначные числа состоят либо из 4^x пятёрок, 3^x троек и единиц, либо из 4^x пятёрок, $1^{\text{ой}}$ тройки, $1^{\text{ой}}$ девятки и 2^x единиц.

• Рассмотрим первый случай:

Всего вариантов восьмизначных чисел $8!$ из данного набора, но ~~нет~~ безразлично пятёрки одинаковые и тройки одинаковые $\Rightarrow$ чисел $\frac{8!}{4! \cdot 3!} = 280$

• Рассмотрим второй случай:

~~Аналогично~~ рассуждая: чисел $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = 840$

$$\Rightarrow \text{Ответ: } 840 + 280 = 1120$$

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x \Leftrightarrow$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x \Leftrightarrow$$

$$\cos 10x = \sqrt{2} \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) \Leftrightarrow$$

$$\cos^2 10x = 2 \cos^2 2x (1 - \sin 10x) \Leftrightarrow$$

$$(1 - \sin 10x)(1 + \sin 10x) = 2 \cos^2 2x \cdot \frac{(1 - \sin 10x)}{1 - \sin 10x} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin 10x = 1 \\ 2\cos^2 2x = 1 + \sin 10x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 10x = 1 \\ \cos 4x = \sin 10x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin 10x = 1 \\ \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \frac{\pi}{2} - 10x = \pm 4x + 2\pi k \end{cases} k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\text{Ответ: } x = \begin{cases} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} \\ \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \\ \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

N3.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

23:

$$\begin{cases} -xy > 0 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(1): \Leftrightarrow \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y} \Leftrightarrow$$

$$(-x)^{3\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{2\lg y} \Leftrightarrow$$

$$-x^3 = y^2 \cdot (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg y} y} \Leftrightarrow$$

$$-x^3 = y^2 \cdot (-x)^{\log_y(-x)} \Leftrightarrow$$

$$(-x)^{3 - \log_y(-x)} = y^2 \Leftrightarrow$$

$$2\log_{(-x)} y = 3 - \log_y(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{(-x)} y = t, t \neq 0 \\ t = 0 \text{ разберём отдельно} \end{cases}$$

$$2t = 3 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$t = \left[\frac{1}{2}, 1\right] \Leftrightarrow \log_{(-x)} y = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = y & (3) \\ -x = y^2 & (4) \end{cases}$$

Если $\log_{(-x)} y = 0$, то $y = 1 \Rightarrow$ подставляем в (2) и получаем:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{пары } (x; y) = \begin{bmatrix} (-2; 1) \\ (-3; 1) \end{bmatrix} \text{ подходят}$$

Подставим (3) ~~и (4)~~ в (2):

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = -4x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ не подходит} \\ x = -2 \Rightarrow \\ \Rightarrow y = -x = 2 \Rightarrow (x; y) = (-2; 2) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик.

N3 (продолжение)

Подставим (4) в (2):

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0 \quad y \neq 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$(y-2)(y^2+y-4) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$y = \begin{cases} 2 \\ \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad y > 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = \begin{cases} 2 \\ \frac{\sqrt{17}-1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} -4 \\ \frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(x; y) \in \left\{ (-2; 1); (-3; 1); (-2; 2); (-4; 2); \left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right) \right\}$

N5. а-?, 2 рещ.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Заметим, что график (2) - это 4 ^{окружности} ~~окр-та~~

радиусом $\sqrt{a}$ и с центрами $(-6; -8), (-6; 8), (6; -8), (6; 8)$

Так как $(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$ - уравнение окружности, а при добавлении модуля появляется возможность взять тот же аргумент с противоположным знаком.

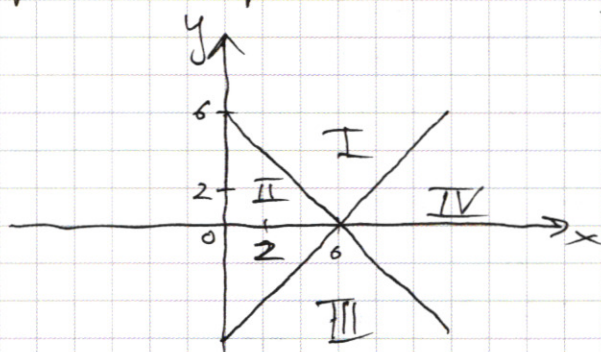
Чистовик.

Рассмотрим функцию ②:

$x-6-y$ принимает положительные значения,
когда $y < x-6$

$x-6+y$ принимает положительные значения,
когда $y > 6-x$

Построим графики $y = x-6$ и $y = 6-x$



Эти 2 прямые
разбивают плоскость
на 4 части.

Процвердим их

Посмотрим на значение функции ① в зависимости
от части:

I: $y > x-6, y > 6-x \Rightarrow \textcircled{1} \Leftrightarrow y+6-x+x-6+y=12 \Rightarrow y=6$

II: $y > x-6, y < 6-x \Rightarrow \textcircled{1} \Leftrightarrow y+6-x+6-x-y=12 \Rightarrow x=0$

III: $y < x-6, y < 6-x \Rightarrow \textcircled{1} \Leftrightarrow x-6-y+6-x-y=12 \Rightarrow y=-6$

IV: $y < x-6, y > 6-x \Rightarrow \textcircled{1} \Leftrightarrow x-6-y+x-6+y=12 \Rightarrow x=12$

Из этого следует, что график ① - это
квадрат с вершинами в точках ~~кв~~
 $(0; -6); (0; 6); (12; 6); (12; -6)$

Построим ① и ② вместе и определим а

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Чистовик.

№5 (продолжение)

Из графика $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $\sqrt{a} > 2$

будет 4 решения,

т.к. окружности

с центрами в A и B

будут иметь по

2 общие точки

с квадратом $\Rightarrow$ они должны касаться его $\Rightarrow a = 4$

Допустим, что $\sqrt{a} > AK \Rightarrow \omega_A$ и ω_B с квадратом не имеют общих точек.

$$\sqrt{a} > AK = 2\sqrt{58}$$

Пока $\sqrt{a} < CM$, будет больше 2^х решений $\Rightarrow$

При $\sqrt{a} > CM$ нет решений

$\Rightarrow \sqrt{a} = CM$ — 2 решения $\Rightarrow$

$$CM = 2\sqrt{81+49} = 2\sqrt{130} \Rightarrow a = 520$$

Ответ: $a = \boxed{520}$.

№7.

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

1) Заметим, что при $x \leq 4$ нет решений, т.к. $4 \cdot 3^{81} > 85 + (3^{81} - 1)x$.
а 3^{81} сильно больше, чем остальные числа в неравенствах.

Чистовик.

N7 (продолжение)

2) Заметим, что при $x \geq 85$ нет решений, т.к., начиная с $x=81$, $3^x + 4 \cdot 3^{81} = 3^{81} \cdot (4 + 3^{x-81})$ и $(3^{x-81} + 4)$ растёт быстрее с ростом x , чем x .

при $x=85$ $3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ при $x > 85$ левая часть станет больше, а y не может быть больше наибольшего и меньше наименьшего одновременно.

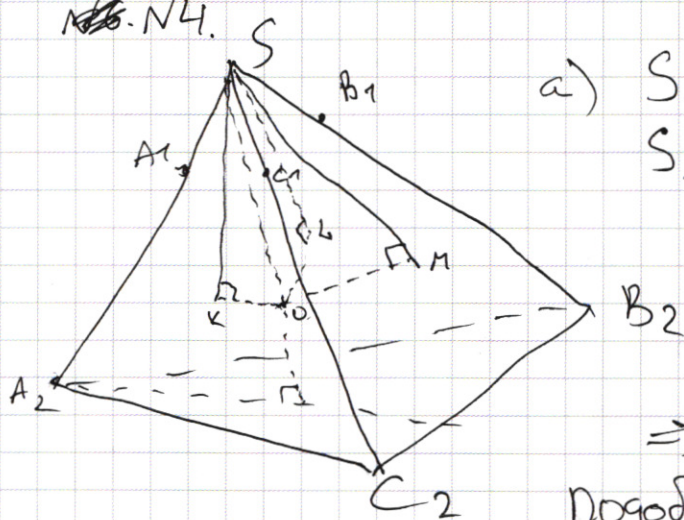
3) Посчитаем кол-во ~~вариантов~~ ^{наборов $(x; y)$} для $x \in [5; 84]$
 ~~$x=k$~~ $x=k$ будет $3^{81} \cdot (k-4) - 3^k + 85 - k$ ^{наборов}

4) $\Rightarrow$ кол-во пар $N = 3^{81}(1 + \dots + 80) - (3^5 + \dots + 3^{84}) + 85 \cdot 80 - (5 + \dots + 84) =$

$$= 3^{85} \cdot 40 - \frac{3^{85} - 3^5}{2} + 80^2 - 3^7 \cdot 40 = 3^{85} \cdot 39,5 + 3281,5$$

Ответ: $3^{85} \cdot 39,5 + 3281,5$.

N4.



a) $S_{A_1B_1C_1} = 4$

$S_{A_2B_2C_2} = 9$

Заметим, что $(A_1B_1C_1) \parallel (A_2B_2C_2)$,

т.к. они обе $\perp SO \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Пирамиды $SA_1B_1C_1$ и $SA_2B_2C_2$

подобны $\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}}} \Leftrightarrow R$ ^{радиус сферы}

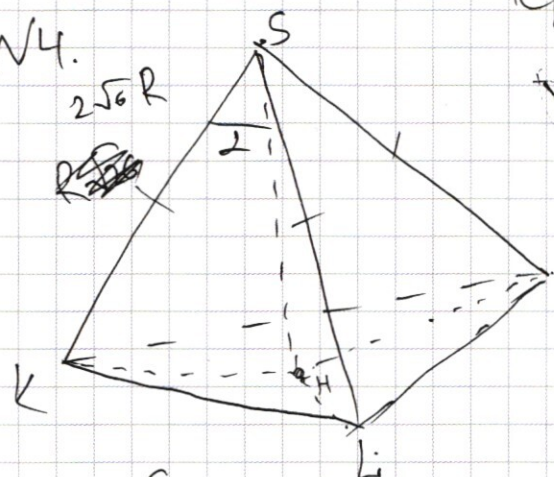
$\frac{SO-R}{SO+R} = \frac{2}{3} \Rightarrow SO = 5R \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$

8/1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик.

№4.



$$S_{\text{бок.}} = 4S_{KLM}$$

$$\sin \angle = \frac{1}{5}$$

$$\cos \angle = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$SH = \frac{24}{5}R \Rightarrow \frac{4}{x} = \frac{\frac{24}{5}R}{\frac{4R}{5}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{24}{5}$$

$$\text{Отв: } \frac{96}{5} = S_{\text{бок.}}$$

№2

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{4\pi\kappa}{12}$$

$$\frac{5\pi}{28} + \frac{4\pi\kappa}{28}$$

$$\frac{5\pi}{20} + \frac{4\pi\kappa}{20}$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{4\pi\kappa}{12}$$

$$\frac{5\pi}{28} + \frac{4\pi\kappa}{28}$$

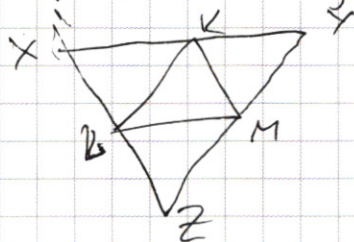
$$\frac{5\pi}{20} + \frac{4\pi\kappa}{20}$$

№6.

Чистовик

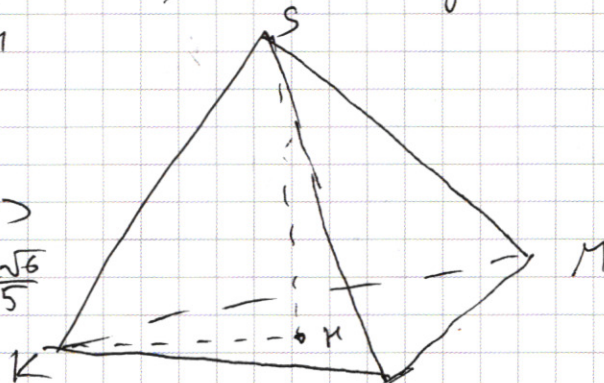
№4 (продолжение)

б) Заметим, что сечение Σ гранного угла плоскостью (KLM) — треугольник, подобный треугольнику KLM с коэффициентом 2 (т.к. SK = SL = SM)



$\Rightarrow$ нам нужно найти S_{KLM} .

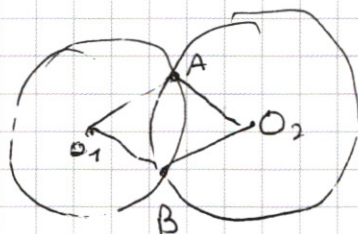
$$\sin \angle KSO = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \angle KSO = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$



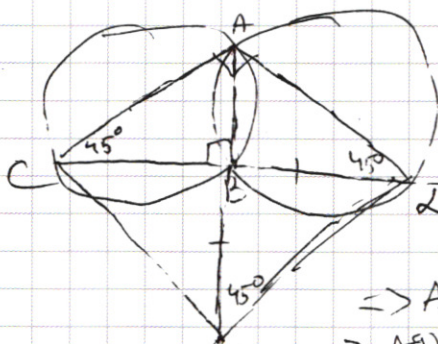
По теореме Пифагора для ΔKSO : $KS = 2\sqrt{6}R \Rightarrow SH = \frac{24}{5}R$
 $(KLM) \parallel (A_1B_1C_1) \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{S_{KLM}}} = \frac{4R}{\frac{24}{5}R} \Rightarrow S_{KLM} = \frac{144}{25} \Rightarrow S_{\text{сеч.}} = \frac{576}{25}$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}$; $S_{\text{сеч.}} = \frac{576}{25} = 23,04$

№6.



а) $O_1A = O_1B = O_2A = O_2B$ по условию $\Rightarrow \Rightarrow$ это ромб $\Rightarrow \angle AO_1B = \angle AO_2B$



$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AO_1B = \frac{1}{2} \angle AO_2B = \angle ADB \Rightarrow \Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta ACD$ — равнобедр. $\Rightarrow A, B, F \in$ одной плоскости
 $CB = AB = BD$

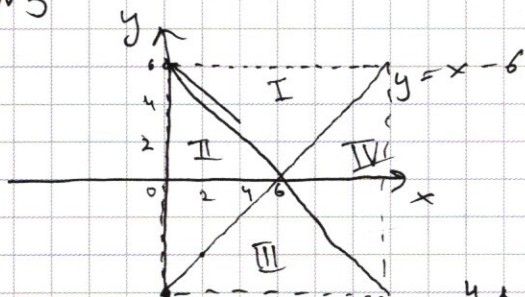
$\Rightarrow ACDF$ — квадрат. $AB = 13\sqrt{2}$, т.к. AO_1B — прямой.

б) $S_{ACF} = \frac{26^2}{2} = 338 \Rightarrow AD = 13\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 26 = CF$ Ответ: $CF = 26$
 Ответ: $S_{ACF} = 338$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Черновик

N5



$$\text{I: } y + 6 - x + x - 6 + 6 = 12 \Rightarrow y = 6$$

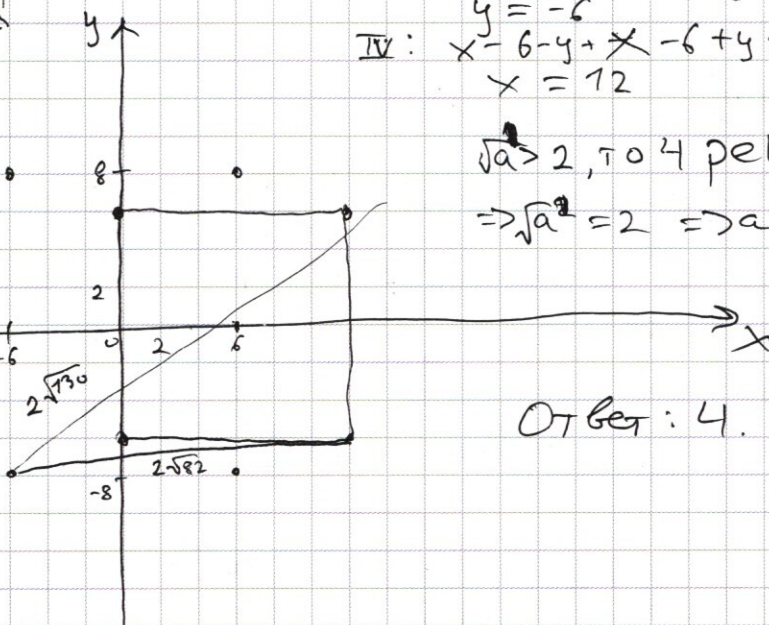
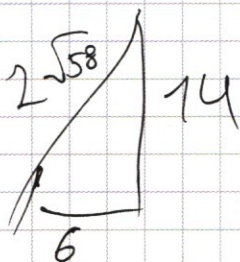
$$\text{II: } y + 6 - x + 6 - x - y = 12 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{III: } x - 6 - y + 6 - x - y = 12 \Rightarrow y = -6$$

$$\text{IV: } x - 6 - y + x - 6 + y = 12 \Rightarrow x = 12$$

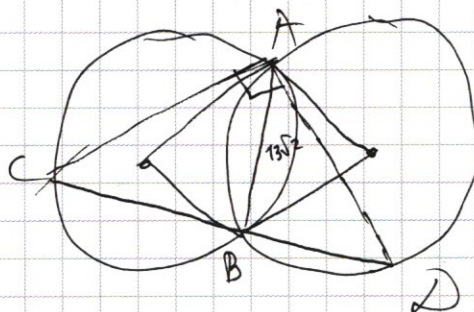
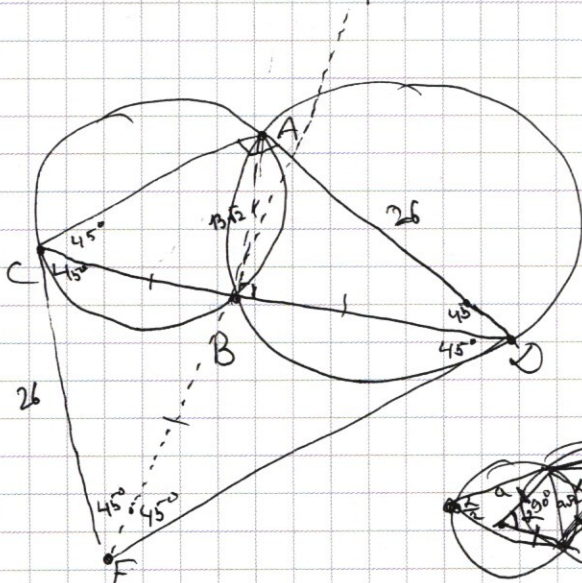
$$\sqrt{a} > 2, \text{ то 4 реш. } \Rightarrow \sqrt{a^2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

Ответ: 4.



N6.

a)



$\triangle AED$ — равнобедр.



Черновик

N7.

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 3^4 + 4 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Очевидно, что при $x \leq 4$ нет реш.

$$x=5 \quad \begin{cases} y \leq 85 + 5 \cdot 3^{81} \\ y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81} \end{cases} \xrightarrow{\text{по к-бу}} \begin{cases} y < 3^{81} \\ y \geq 163 \end{cases} \quad 3^{81} - 163 \text{ реш.}$$

$$x=6 \quad \begin{cases} y < 2 \cdot 3^{81} \\ y \geq 3^6 - 79 \end{cases} \quad 2 \cdot 3^{81} - 3^6 + 79 \text{ реш.}$$

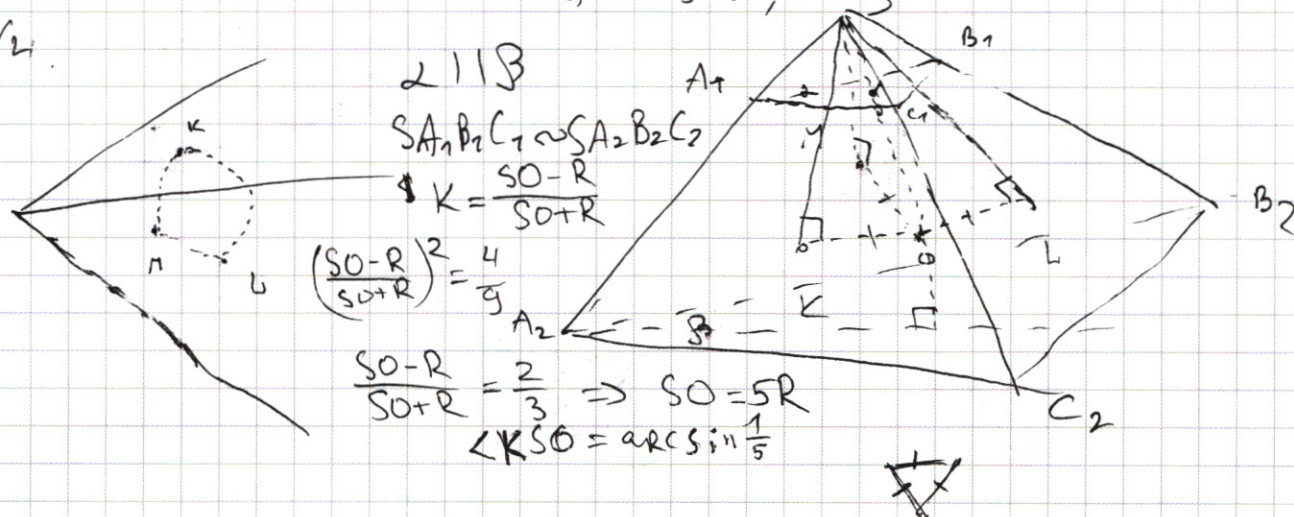
$x \geq 85$ нет реш.

$$\begin{aligned} & 3^{81} - 3^5 + 85 - 5 + 2 \cdot 3^{81} - 3^6 + 85 - 6 + \dots + 80 \cdot 3^{81} - 3^{84} + 85 - 84 = \\ & = 3^{81} (1 + \dots + 80) - (3^5 + \dots + 3^{84}) + 85 \cdot 80 - (5 + \dots + 84) = \\ & \left[\begin{aligned} 1 + \dots + 80 &= \frac{81 \cdot 80}{2} = 3^4 \cdot 40 \\ 3^5 + \dots + 3^{84} &= \frac{3^5 \cdot (3^{80} - 1)}{2} = \frac{3^{85} - 3^5}{2} \\ 5 + \dots + 84 &= \frac{80 \cdot 89}{2} = 5 \cdot 80 + 8^4 \cdot 40 \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = 3^{85} \cdot 40 - \frac{3^{85} - 3^5}{2} + 80^2 - 3^4 \cdot 40 = \\ & = 3^{85} \cdot 39,5 + 121,5 + 6400 - 3240 = 3^{85} \cdot 39,5 + 3281,5 \end{aligned}$$

Ответ: $3^{85} \cdot 39,5 + 3281,5$

N4.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

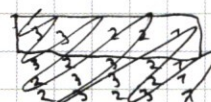
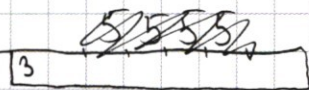
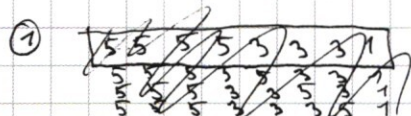
Черновик.

№1.

$$16875 = 5 \cdot 3375 = 5^2 \cdot 675 = 5^3 \cdot 135 = 5^4 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$$

4 пятёрки, 3 тройки, 1 единица ①

4 пятёрки, 1 девятка, 1 тройка, 2 единицы ②



$$\frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 280 \cdot 3 = 840$$

$\Rightarrow$ Ответ: 1120

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad -2 \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 10x = \sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x)$$

$$\cos 10x = \cos 2x \cdot 2 \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 10x = \cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \left(2 \cdot \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \cos \left(10x + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin 10x$$

$$\cos^2 10x = 2 \cos^2 2x (1 - \sin 10x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin 10x = 0 & \textcircled{2} \\ 2 \cos^2 2x = 1 + \sin 10x & \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}: \cos 4x = \sin 10x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 10x \right)$$

$$\frac{\pi}{2} - 10x = \pm 4x + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 6x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ 14x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3} \\ x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{2}: \sin 10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Черновик

N3.

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$$

003: $-xy > 0 \Rightarrow xy < 0$
 $y > 0 \Rightarrow x < 0$

(1): $\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

$$(-x)^{3\lg y} = y^{2\lg y} \cdot (-x)^{\lg(-x)}$$

$$-x^3 = y^2 \cdot (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg y}} \Rightarrow -x^3 = y^2 \cdot (-x)^{\lg y(-x)}$$

$$y^2 = (-x)^{3 - \lg y(-x)}$$

$$t = \lg_{(-x)} y$$

$$3 - \lg_{(-x)}(-x) = 2 \lg_{(-x)} y \Leftrightarrow$$

$$2t = 3 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow t \neq 0$$

$t=0$ рассмотрим отдельно

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$y=1 \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(2t-1)(t-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lg_{(-x)} y = \begin{cases} 1 \Rightarrow -x = y & (3) \\ \frac{1}{2} \Rightarrow -x = y^2 & (4) \end{cases}$$

(3): по (2)

~~2x^2~~

~~2x^2~~

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

(4)

$$2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$(y-2)(y^2 + y - 4) = 0$$

$$x = -4$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y^2 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$1 \quad -1 \quad -6 \quad 8$$

$$-1 \quad 1 \quad 0 \quad -6 \quad 2$$

$$-1 \quad 1 \quad -2 \quad -4 \quad 12$$

$$2 \quad 1 \quad 1 \quad -4 \quad 0$$

Ответ: $(x; y) \in \left\{ (-2; 1); (-3; 1); (-2; 2); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right) \right\}$