

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$3375 = 5^3 \cdot 3^3$. Т.к. числитель показателя — это цифра
то эти восьмизнач. числа могут состоять
только из двух наборов:

I: 5; 5; 5; 3; 3; 3; 1; 1

II: 5; 5; 5; 9; 3; 1; 1; 1

Кол-во чисел из I набора:

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2!} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 = 560$$

вариантов для
расстав 5

вар-ов для
расстав 3
(остаток 5 мест)

вар-ов для
расстав 1
(остаток 2 места)

Кол-во чисел из II

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1!} \cdot \frac{4}{1!} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!} = 56 \cdot 5 \cdot 4 = 1120$$

вар-ов для
расстав 5
(было 8 мест)

вар-ов для
расст. 9
(остаток 5
мест)

вар-ов для
расстав. 3.
(остаток 4
мест)

вар-ов для
расстав. 1.
(остаток 3 места)

Тогда всего таких чисел: $(1120 + 560) = 1680$

Ответ: 1680

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 7x$$

$$-2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \cdot \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 7x = -\cos 7x & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2} \cdot \sin 4x & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \sin 7x = -\cos 7x$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}$$

$$(2): \sin 7x - \cos 7x = \sqrt{2} \cdot \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \left(\sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{4x}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\alpha - \beta}{2} = \pi n \\ \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m \end{cases}$$

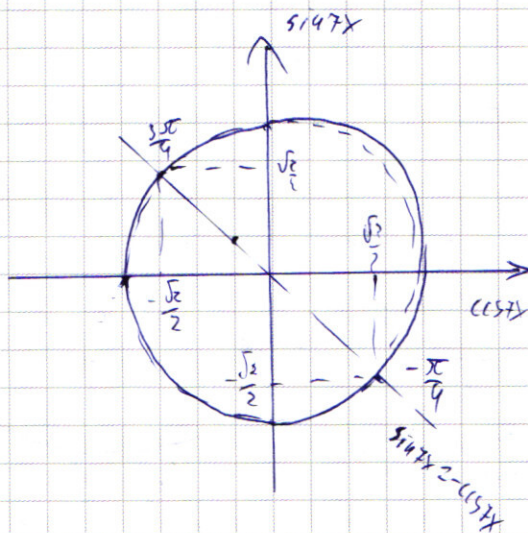
$$\begin{cases} \alpha - \beta = 2\pi n \\ \alpha + \beta = \pi + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - \frac{\pi}{4} - 4x = 2\pi n \\ 7x - \frac{\pi}{4} + 4x = \pi + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11} \end{cases}$$

$$\text{Answer: } \left(\frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \right); \left(\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \right); \left(\frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11} \right), m, n, k \in \mathbb{Z}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y} \quad \text{№ 3}$$

$$(1) \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 17y = 0 \quad (2)$$

(1) Прологарифмируем обе части:

$$\lg x \cdot \lg \left(\frac{y^5}{x} \right) = 2 \lg x y \cdot \lg y$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = (2 \lg x + 2 \lg y) \cdot \lg y$$

$$5 \lg x \cdot \lg y - \lg^2 x = 2 \cdot \lg x \cdot \lg y + 2 \lg^2 y$$

$$3 \lg x \cdot \lg y = \lg^2 x + 2 \lg^2 y$$

$$\lg x (\lg y - \lg x) = 2 \lg y (\lg y - \lg x)$$

$$(\lg y - \lg x) (2 \lg y - \lg x) = 0$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg y \\ 2 \lg y = \lg x \end{cases} \quad \begin{cases} x = y \\ x = y^2 \end{cases}$$

(2) При $x = y$:

$$y^2 - 2y^2 - 4y - 3y^2 + 17y = 0$$

$$4y^2 - 8y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (\neq \text{ОДЗ}) \\ \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \end{matrix}$$

(2) Найдем $x = y^2$:

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 & (\notin \mathbb{Q}) \\ y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \end{cases}$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

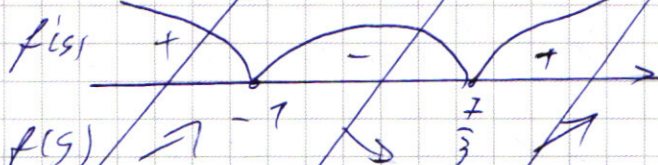
	1	-2	-7	12
3	1	3	-12	
	7	1	-4	0

$$f(y) = y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$f'(y) = 3y^2 - 4y - 7$$

Крит. точки:

$$\begin{cases} y = \frac{7}{3} \\ y = -1 \end{cases}$$



$$\text{На } \mathbb{Q}: y > 0,$$

тогда берем значения

$f(y)$ при $y > 0$ получается в минимуме $y = \frac{7}{3}$, т.е. при $y = \frac{7}{3}$.

$$f\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{7^3}{3^3} - 2 \cdot \frac{7^2}{3^2} - 7 \cdot \frac{7}{3} + 12 = 0 = \frac{7^3 - 2 \cdot 7^2 \cdot 3 - 7^2 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3^3}{3^3} =$$

$$= \frac{7^2(7 - 6 - 9) + 12 \cdot 27}{3^3} =$$

$$(2y-3)(y^2 - y - 4) = 0$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} (\notin \mathbb{Q}) \\ y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = y \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{y^2 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Где-то: $(y, x); \left(\frac{y - \sqrt{17}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right); (2, 2)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\arcsin \frac{4}{3}$; $\frac{16}{9}$

15

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Построим графы в м-ти x, y :

(1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$ — фигура, образованная:

1) $y-3-x + y-3+x = 6 \quad y=6$ при $\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \quad -3 \leq x \leq 3$

2) $y-3-x - y-3+x = 6 \quad x=-3$ при $\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \leq 0 \end{cases} \quad 0 \leq y \leq 6$

3) $-y+3+x - y+3-x = 6 \quad y=0$ при $\begin{cases} y-3-x \leq 0 \\ y-3+x \leq 0 \end{cases} \quad -3 \leq x \leq 3$

4) $-y+3+x + y-3+x = 6 \quad x=3$ при $\begin{cases} y-3-x \leq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \quad 0 \leq y \leq 6$

(2) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a \quad (a > 0, a \leq 0 \text{ — не имеет})$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a \rightarrow \text{окр-ть с ц. } (4; 3); R = \sqrt{a}$

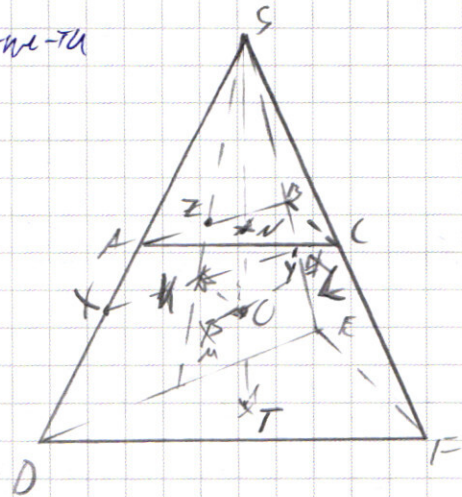
$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a \rightarrow \text{левая часть — симм. отн. осям.}$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a \rightarrow \text{выглядит как отрезок в верхнем. Попробуем следующие:}$



№4

По условию $SO \perp (DEF)$ и т.б. $(DEF) \perp (ABC)$ и т.б.
 (каковыми) высотой SO — высота
 пирамиды $DEFS$
 т.к. $SO \perp (ABC)$ и $SO \perp (DEF)$, то
 $(ABC) \parallel (DEF)$, тогда
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (по св-ву
 тетраэдра) или т.б. кат.



их подобия равен корню из отношения их площадей:

$$k_1 = \sqrt{\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}, \text{ тогда } \frac{SA}{SD} = \frac{1}{3}, \text{ т.к. } A \text{ — вер } DS$$

Таким образом пирамиды $ABCS$ и $DEFS$ (по св-ву
 тетраэдра) с тем же кат. подобия. SN и ST —
 высоты данных тетр, тогда $\frac{SN}{ST} = \frac{1}{3}$. Заметим, что
 $ON = OT = r_{\text{сф}}$. Тогда: $\frac{SN}{SN+2r} = \frac{1}{3} \quad 2SN = SN+2r$

$$SN = 2r.$$

$OK \perp DSE$, т.к. K — точка касания, тогда $\angle SKO = 50^\circ$, т.к.
 $\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{r}{SN+ON} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3}$, т.к. $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$

т.б. сечения (KLM) будет представлять собой $\triangle$ со
 сторонами, т.б. сторонами $\triangle ABC$, т.к. эти KLM
 будут подобны. Найдем их φ кат. подобия.

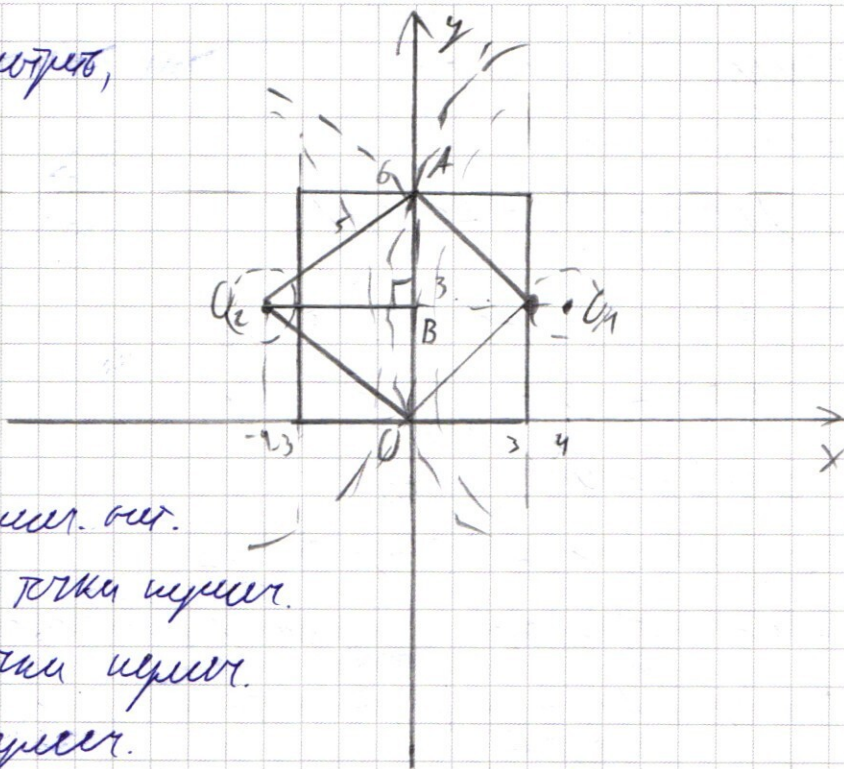
$$k_2 = \frac{XY}{AB} = \frac{SK}{SZ}. \quad SK = SO - \cos \angle SKO = 3r \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3r \cdot 2\sqrt{2}}{3} =$$

$$SZ = \frac{SN}{\cos \angle KSO} = \frac{2r \cdot 3}{2\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{2}}{2}$$

$$k_2 = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot r}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{4}{3}. \text{ Тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{\text{сеч}}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2, \quad S_{\text{сеч}} = \frac{S_{ABC} \cdot 16}{9} = \frac{16}{9}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Раньше лучше посмотреть,
какие у стр-тей с
г. BO_2 и CO_2 и радиусом
Я решил з
точных пересечений
с квадратом:



при $\beta_a < 1$ - ток не упрет. вст.

$\chi_{\text{пр.д.}} = 1$ - полосу 2 точки имеют.

если $1 < \sqrt{a} < 5$ - 4 точки перес.

при $\sqrt{a} = 5 - 2$ точка перес.

(Т. перес. сыр-тэй солбоодт с пересет. владарта)

($\triangle ABC$: $\angle B = 90^\circ$; $\angle C = 4^\circ$; $\angle A = 3^\circ$; $\text{P.P. } CA = 5$)

лучи $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$ — 4 точки пересечения

лучи $\lambda_a > \lambda_{30}$ - нет общ. точк.

Т.е. система будет иметь 2 решения в духе

мы знаем: $\begin{cases} \sqrt{a} = 1 \\ \sqrt{a} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ a = 25 \end{cases}$

$G \rightarrow f = 25; 7$

Заметьте, что если

$\angle ACB \cong \angle A'DB$

сигналы на ову
хоруж. Т-а ову-ти
набави, то

$$\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ \text{ (isosceles triangle)}$$

T.N. $FB \perp CD$, $\angle BFE = \angle FDE$, $\angle$

↳ BFD - 4/5 u prof, 7-9.

$\angle BDF = 45^\circ$, тогда

$$\angle ADF = \angle ADC' + \angle B'DF =$$

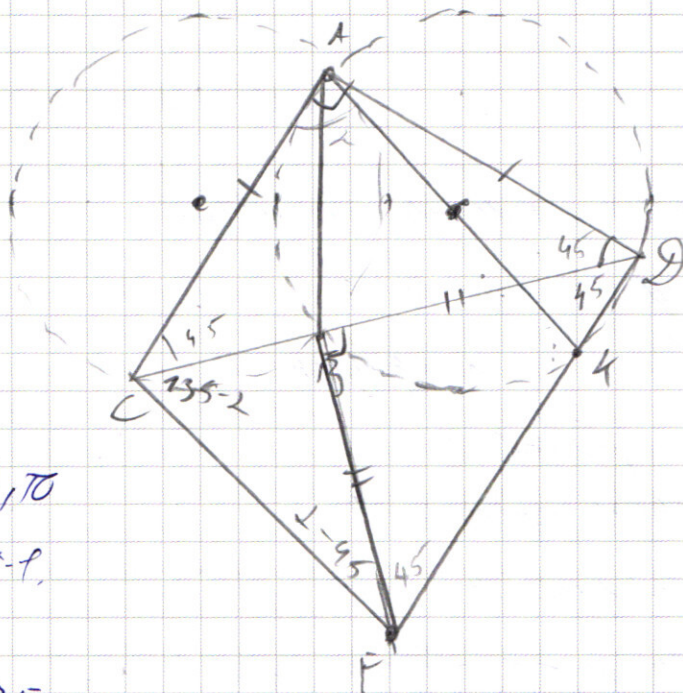
$$= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ, \text{ тогда } AK - \text{гипотенуза, т.е. } AK = 70$$

∴ $\angle CAD + \angle ADF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, $\therefore AC \parallel DF$

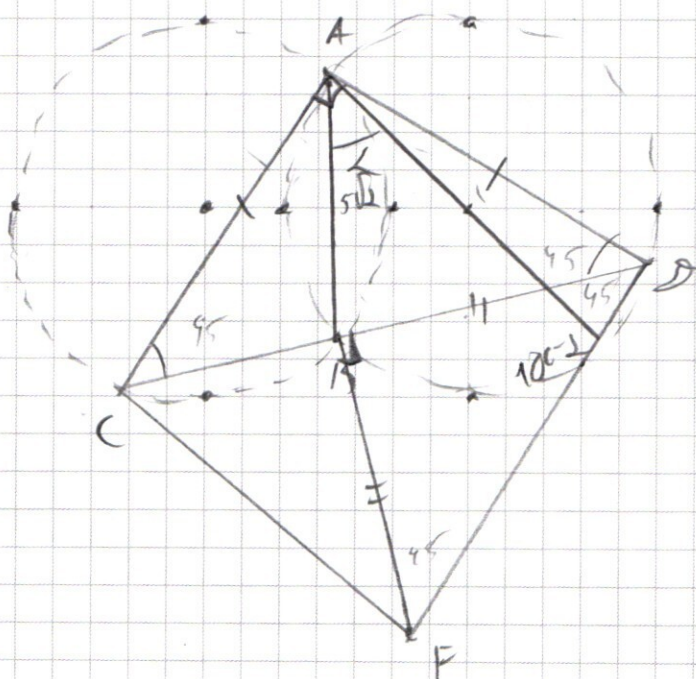
Если $\angle CAK = \alpha$, то $\angle ACF = 73,5^\circ - \alpha$ (то же самое, но меньше), тогда $\angle KAC + \angle ACF =$

$$\Rightarrow \angle + 45^\circ + 135^\circ - \angle = 100^\circ, \text{ T.P. } \Delta K, \angle F, \text{ T.P.}$$

ACFK - map - mu (AC || DF; AK || CF) , т.е. FC = AK = 10



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



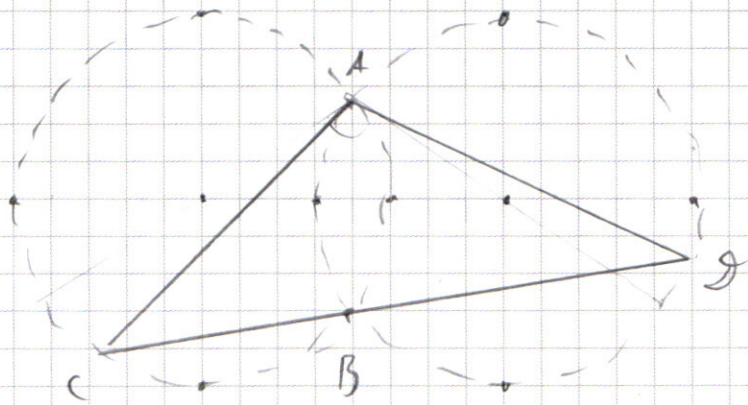
$$90 + 45 + 100 + \angle B = 360^\circ$$

$$\angle B = 245$$

$$100 - 2 + 45 =$$

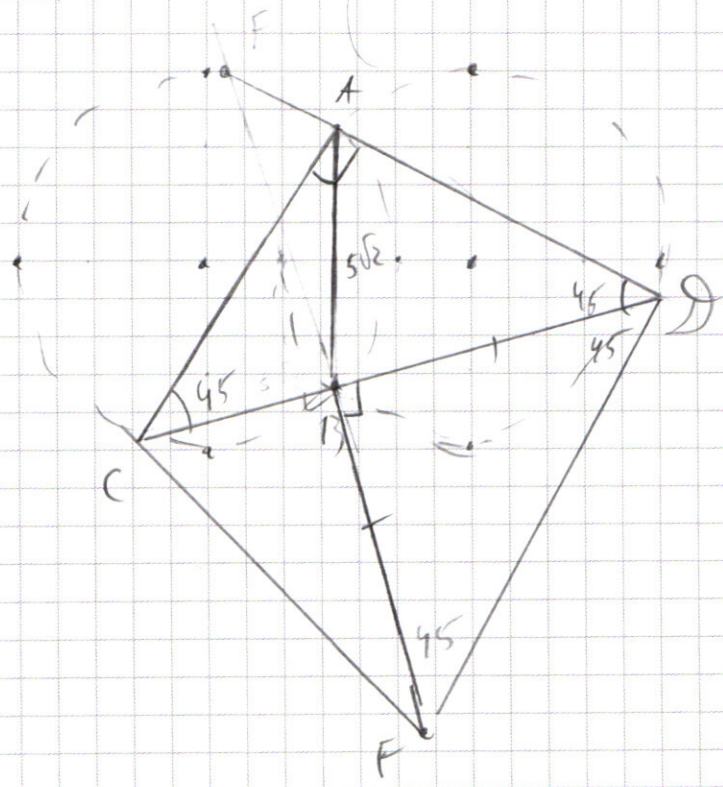
$$90 - 135 + 2 =$$

$$= 2 - 45$$



c o

$$\frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$70 + (2^{64} - 1)x \geq y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + x \cdot 2^{64} - 1 > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

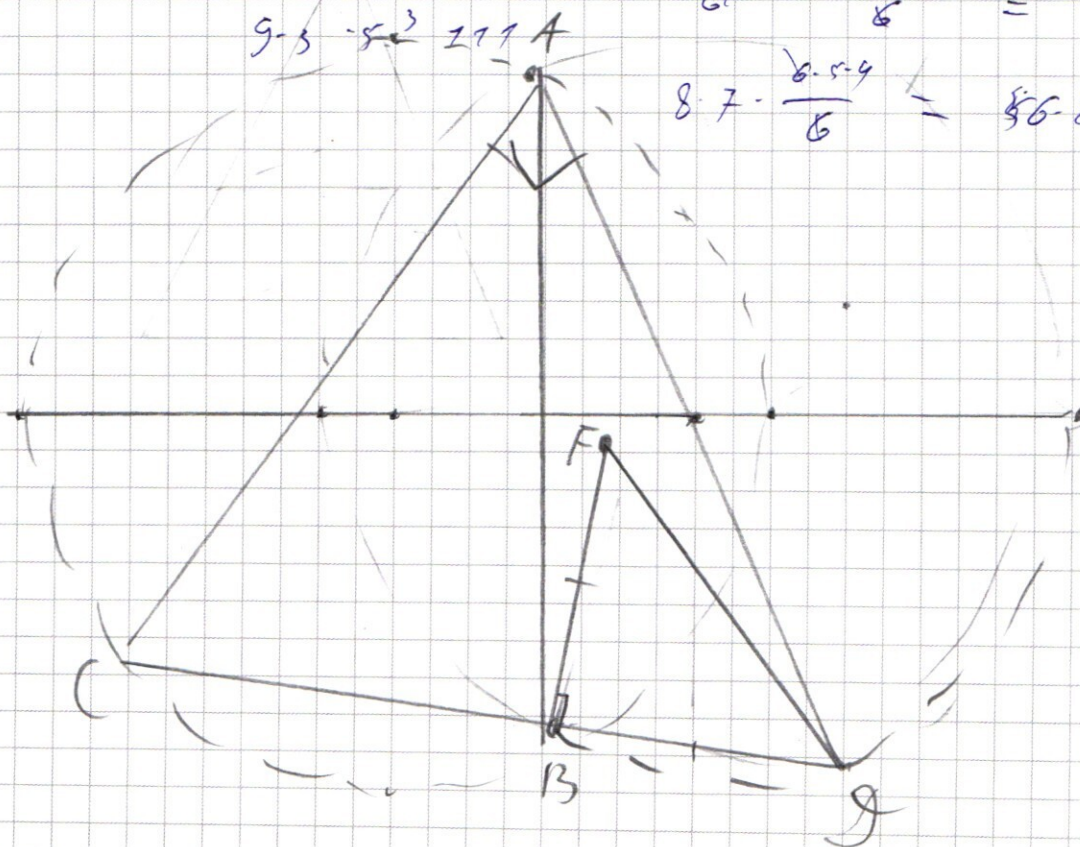
$$70 + 2^{64}(x - 6) > 2^x + 18$$

$$3 \cdot 2^{65} \quad 11$$

$$9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^{11} \cdot 4$$

$$\frac{8 \cdot 76}{6} \cdot \frac{59 \cdot 54}{6} = 560$$

$$8 \cdot 7 \cdot \frac{8 \cdot 54}{6} = 56 \cdot 20 = 1120$$



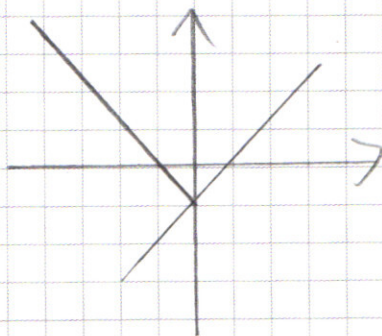
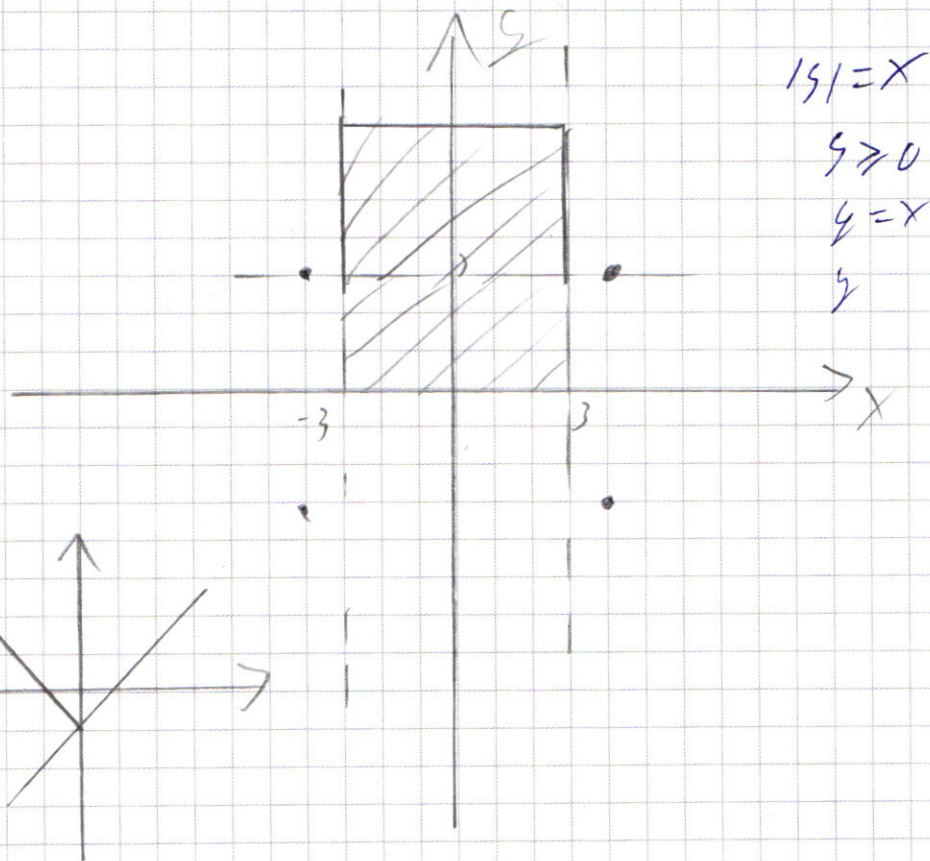
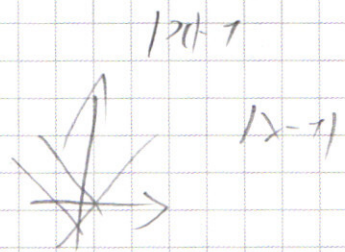
$$y - 3 + x + y - 3 + x = 6 \quad y = 3$$

$$y - 3 - x - y + 3 - x = 6 \quad x = -3$$

$$-y + 3 + x - y + 3 - x = 6 \quad y = 0$$

$$\cancel{-y + 3 + x} = \cancel{-y + 3 - x} = 6$$

$$-y + 3 + x + y - 3 + x = 6 \quad x = 3$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} = y^{24+4}$$

$$3y^2 - 4y - 7 = 0$$

$$D = 4 + 11 = 15$$

$$y = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4) - 4 - 3(y^2 - 4y + 4) + 12 - 2xy = 0$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 + 8 - 2xy = 0$$

$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = 2 \lg(xy) \cdot \lg y$$

$$\lg x + (5 \lg y - \lg x) = (2 \lg x + 2 \lg y) \cdot \lg y$$

$$5 \lg x \cdot \lg y - \lg^2 x = 2 \lg x \cdot \lg y + 2 \lg^2 y$$

$$3 \lg x \cdot \lg y = \lg^2 x + 2 \lg^2 y$$

$$\lg x (\lg y - \lg x) = 2 \lg y (\lg y - \lg x)$$

$$(\lg x - 2 \lg y) (\lg y - \lg x) = 0$$

$$\lg x = \lg y^2$$

$$x = y$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & -7 & 12 & \\ & 2 & 0 & & \\ \hline -7 & 0 & -7 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & -2 & -7 & 12 & \\ & 4 & -9 & & \\ \hline -2 & -2 & 2 & -11 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -2 \quad -7 \quad 12 \\ \quad 6 \\ \quad 49 \\ \quad 1 \quad 7 \\ \quad 39 \quad 3 \\ \quad -9 \quad 8 \\ \quad 29 \quad 5 \\ \quad -4 \quad 9 \\ \quad 19 \quad 6 \end{array}$$

$$49$$

$$\begin{array}{r} 7^3 - 2 \cdot 7^2 - 7^2 + 12 \\ \quad 1 \\ \quad 49 \\ \quad -2 \\ \quad 48 \end{array}$$

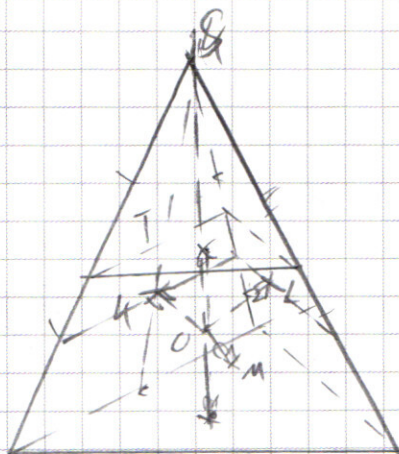
$$\begin{array}{r} 7 \\ 49 \\ + 8 \\ \hline 392 \end{array}$$

$$3 \cdot 7^3 - 2 \cdot 3 \cdot 7^2 - \frac{49}{3} + 72 = 0$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} & & & & 1 & -2 & -7 & 12 \\ & & & & & 3 & 3 & -12 \\ \hline 3 \sqrt{ } & 1 & & 1 & -4 & & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 154 \\ 27 \\ 329 \end{array}$$

$$|5-3-x| + |5-3+x| = 6$$



$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{47}}{2}$$

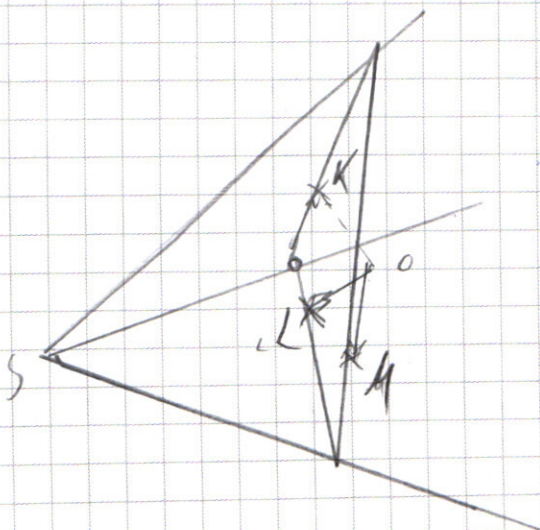
$$\frac{ST}{SL} = \frac{Z(3 - \frac{1}{2})}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{Z}{2+h} =$$

$$S_4 = 3\sqrt{5} \approx 7,4$$

$$\frac{SH}{CH} = \frac{ST}{TD}$$

$$\frac{450}{2} = 225$$

$$\frac{10 - 2\sqrt{7}}{4} = \frac{5 - \sqrt{7}}{2}$$



$$20 + (2^{64} - 7) \times 2^2 + 3 \times 2^{65}$$

$$2x^2 - x - 2^{04} + 3 - 2^{05} - 70 < 0$$

$$2x - 2^{59} (x - 6) - 70 \leq 0$$

$$\angle NSO = \arcsin \frac{1}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{4} \sqrt{2} \cdot \cos 7x$$

$$-2 \cdot (\sin 7x \cdot \sin 8x + 2i - (\sin 11x - \sin 3x)) = \sqrt{2} \cdot \cos 7x$$

$$-2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 8x + 2 \cdot \sin 7x - \sin 4x = \sqrt{2} \cos 7x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 8x - \sin 4x) = \sqrt{2} \cos 7x$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 15} \\ -30 \\ 37 \\ -55 \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 125} \\ -50 \\ 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 25 \\ 525 \\ 145 \\ 58 \\ 25 \\ 135 \\ 54 \\ 675 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 125 \\ 124 \\ 875 \\ 250 \\ 3375 \end{array}$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 93000$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 00$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 125 \\ 124 \\ 875 \\ 250 \\ 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 840 \\ 1280 \\ 1120 \end{array}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!}$$

1) Кеплер 5:

$$3 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4^2}{8} = 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 3 \\ 5 \\ 140 \end{array}$$

$$\frac{7 \cdot 6}{2} \cdot 5$$

1) Кеплер 5: $3 \cdot \frac{7 \cdot 6}{8} \cdot 5 \cdot 4^2 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2$

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{8} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3$$

$$420 + 140 + 140 + 1120 + 1120 =$$

Кеплер 3: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 4 = 7 \cdot 5 \cdot 4$

Кеплер 5: $7 \cdot 5 \cdot 4$

2) Кеплер 5: $\frac{7 \cdot 6}{8} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

Кеплер 3: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

$$1120$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg x y$$

$$x^2 - 2x5 - 450 - 35^2 + 175 = 0$$

$$(x-2)^2 + (x-5)^2$$

$$\lg x \cdot (\lg y^5 - \lg x) = 2 \lg x y \lg y^2$$

$$\lg x (5 \lg y - \lg x) = (2 \lg x + 2 \lg y) (2 \lg y)$$

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x = 4 \lg x \lg y + 4 \lg^2 y$$

$$\lg x \cdot \lg y = \lg^2 x - 4 \lg^2 y$$

$$\cos 2 - \cos 5 = -2 \cdot \sin \frac{2+5}{2} \cdot \sin \frac{2-5}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -2 \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$$

$$0 - \frac{\pi}{6} = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\sin 2 - \sin 5 = 2 \cdot \sin \frac{2+5}{2} \cdot \cos \frac{2-5}{2}$$

$$-2 \cdot \sin 7x - \sin 4x + 2 \cdot \sin(-4x) - \cos 7x = \sqrt{2} \cos 7x$$

$$-2 \cdot \sin 4x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} \cdot \sin 7x$$

$$-2 \cdot \sin 4x (\sin 7x - \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = -2 \sin 4x (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$(\cos 7x - \sin 7x) (\sqrt{2} \cos 7x + \sqrt{2} \sin 7x - 2 \sin 4x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x \right) = \sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin 4x$$

$$\sin 2$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

