

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

3	3	7	5	3
1	1	2	5	3
	3	7	5	3
	1	2	5	5
		2	5	5
			5	5
				1

• $3375 = 3^3 \cdot 5^3$

• В пунктах или числах не могут входить никакие цифры, кроме 1, 3, 5, 9

• В любом числе будут только 3, 5



• Вставные 5 цифр - 3, 3, 3, 1, 1 или 3, 9, 1, 1, 1

1) Поставим 3, 5 на позиции:

— Их можно расставить на 8 позиций ~~8~~ способами: $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} =$

$= 8 \cdot 7 = 56$ способов

2) Далее расставим ~~3~~ 3 на 5 оставшихся позиций

— Их можно расставить: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$ способами

3) Вставные позиции занимают единицами или девятками способами

Всего чисел, содержащих цифры 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1 - $56 \cdot 10 \cdot 1 = 560$

4) Поставим 3, 5 на позиции - из пункта 1 - 56 способов

5) Расставим 3, 1 на 5 оставшихся мест

— $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$ способов

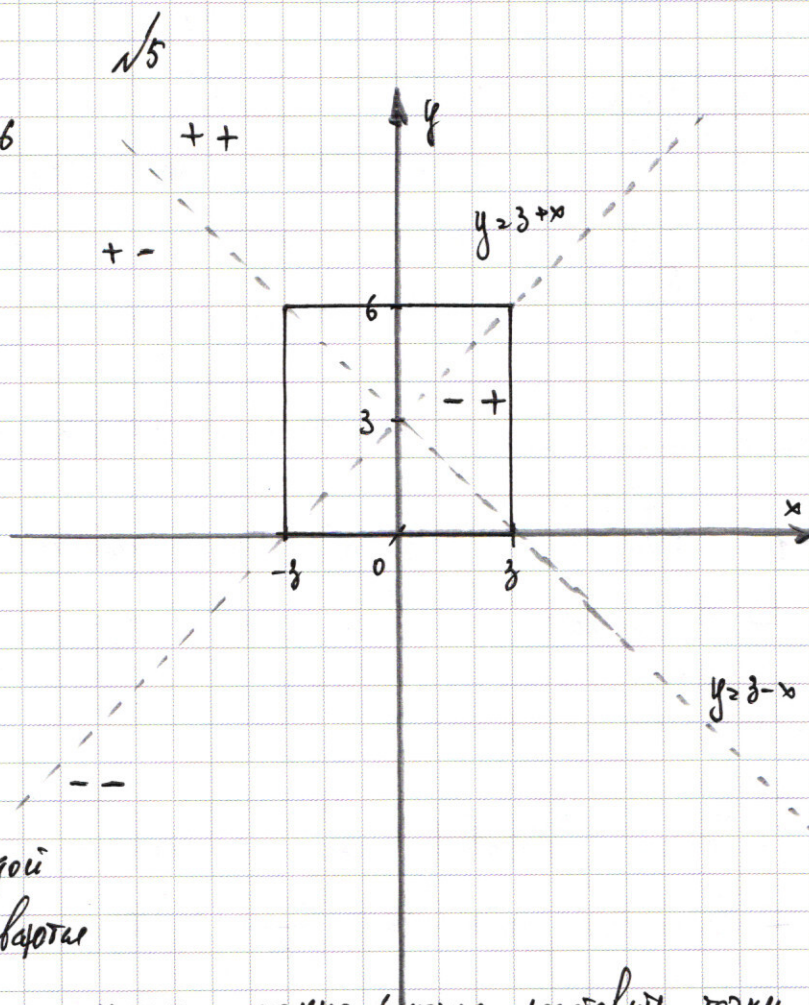
6) Расставить оставшиеся 3 и 9 на 2 места можно лишь двумя способами - 3, 9 или 9, 3

см. стр. 12

Всего чисел, содержащих цифры 5, 5, 5, 3, 3, 1, 1 - $56 \cdot 10 \cdot 2 = 1120$
 наименьшего возможного числа, произведение цифр каждого из которых
 равно 3375 $\rightarrow 1120 + 560 = 1680$

Ответ: 1680

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$



• Изобразим на координатной плоскости функции

$$y = 3 + x \text{ и } y = 3 - x$$

• Две прямые пересекаются в точке $(0; 3)$ и делят плоскость на 4 части, в каждой из которых 2 из уравнений раскрываются

одним определенным образом, как именно (можно подставить точки из этих областей):

(обозначения $++$ означает, что $|y - 3 - x|$ - раскрывается с $+$,
 а $|y - 3 + x|$ - раскрывается с $-$)

$$++: y - 3 - x + y - 3 + x = 6 \Leftrightarrow 2y - 6 = 6 \Rightarrow y = 6$$

$$+-: y - 3 - x - y + 3 - x = 6 \Leftrightarrow -2x = 6 \Rightarrow x = -3$$

$$-+: -y + 3 + x + y - 3 + x = 6 \Leftrightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$--: -y + 3 - x - y + 3 - x = 6 \Leftrightarrow -2y + 6 = 6 \Rightarrow y = 0$$

см. стр. 1/8

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

• Рассмотрим $(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$

• Аналогично с первым уравнением мы имели
две уравнения $x \geq 0$ и $y \geq 0$, пересекающиеся в $(0; 0)$ и
делящие плоскость на 4 области, в каждой из которых знаки
раскрываются по-своему

Таким образом, это означает, что $|x|$ раскрывается с $+$, а $|y|$ с $-$

$$\begin{aligned} + + & (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = a \\ + - & (x - 4)^2 + (-y - 3)^2 = a \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = a \\ - + & (-x - 4)^2 + (y - 3)^2 = a \Leftrightarrow (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = a \\ - - & (-x - 4)^2 + (-y - 3)^2 = a \Leftrightarrow (x + 4)^2 + (y + 3)^2 = a \end{aligned}$$

Заметим, что это уравнение окружностей с центрами в точках

$A(4; 3)$; $B(4; -3)$; $C(-4; -3)$; $D(-4; +3)$

и радиусом $R = \sqrt{a}$, при этом, когда $a \geq 0$, окружности - это окружности - становятся точками. Изобразим на плоскости (стр. 4) (заметим, что окружности не выходят из своей области)

1) При $R \in [0; 1)$ - 0 решений

2) При $R = 1$ - происходит касание окружностями A и D квадрата - 2 реш.

3) $R \in (1; \sqrt{10})$ - окр. A и D пересекают квадрат в 2 точки - 4 реш.

4) $R \in (\sqrt{10}; 5)$ - т.к. все окружности расположены симметрично, то
окружности C и D , также A и B будут пересекать квадрат в одной точке, также
окружности A и D будут пересекать квадрат в еще одной точке - 4 решения

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x$$

$$11x = 7x + 4x; \quad 3x = 7x - 4x$$

$$\cos 11x = \cos(7x + 4x) = \cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x$$

$$\cos 3x = \cos(7x - 4x) = \cos 7x \cos 4x + \sin 7x \sin 4x$$

$$\sin 11x = \sin(7x + 4x) = \sin 7x \cos 4x + \sin 4x \cos 7x$$

$$\sin 11x = \sin(7x - 4x) = \sin 7x \cos 4x - \sin 4x \cos 7x$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = -2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x =$$

$$= -2\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x)$$

$$\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x = (\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$$

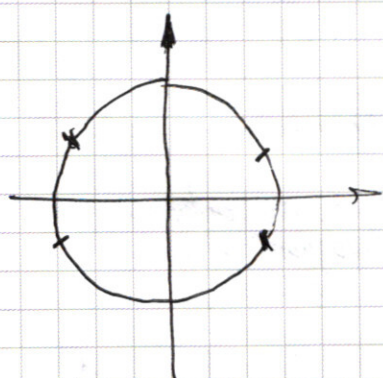
$$-2\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$$

$$1) \sin 7x + \cos 7x = 0 \Rightarrow \sin 7x = -\cos 7x \Rightarrow \operatorname{tg} 7x = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \quad k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) 2\sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$-\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \sin 7x \cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right)$$



$$\sin(-4x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$$

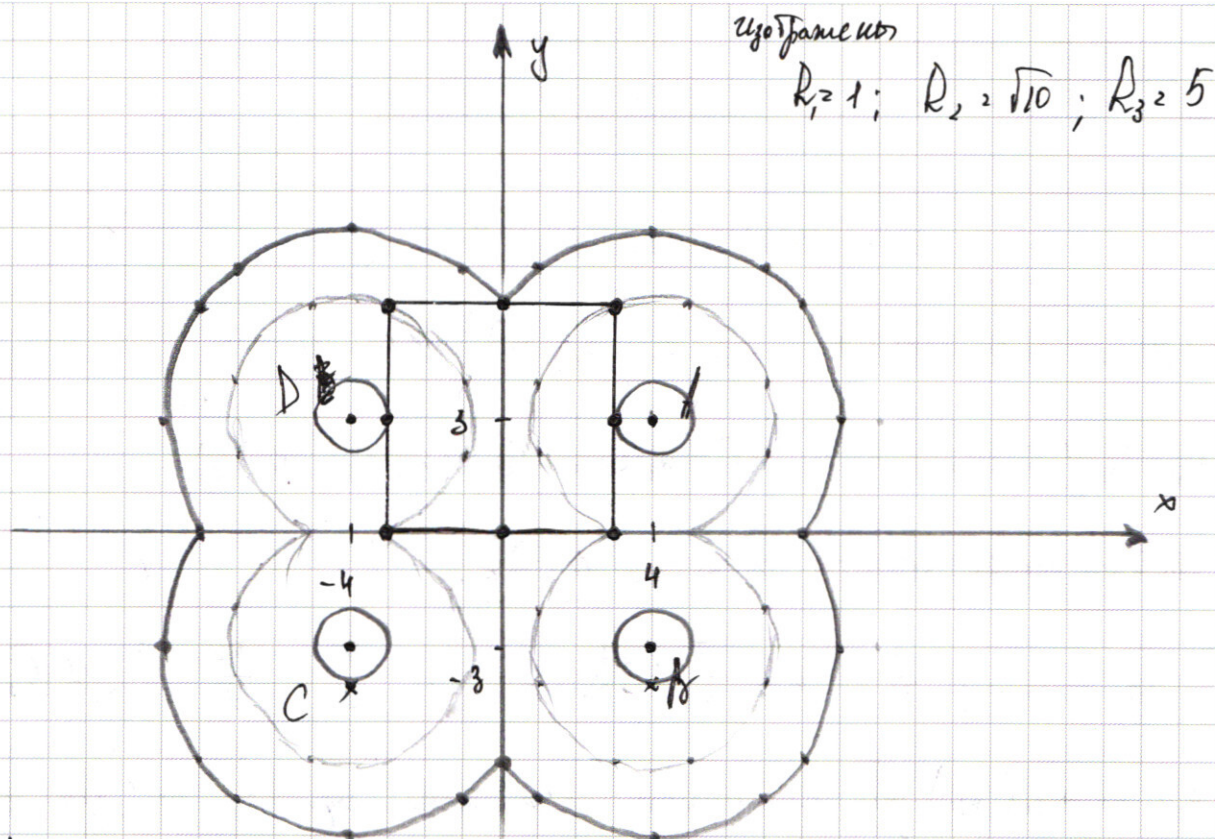
$$\sin 4x = \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2.1) 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$k = -k$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k = 3x \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2.2) 4x \neq 7x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \Rightarrow 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}$$



5) При $R = 5$ изобразений симметрии будут 2 точки пересечения с квадратом — $(0;0)$ и $(0;6)$

6) При $R > 5$ точек пересечения с квадратом не будет

Нам подходит $R = 1$ и $R = 5 \Leftrightarrow \underline{a = 1 \text{ или } a = 25}$

Ответ: $a = 1$ или $a = 25$

$\sqrt{2}$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 11x = \cos (7x + 4x) = \cos 7x \cos 4x - \sin 4x \sin 7x$$

$$\cos 3x = \cos (7x - 4x) = \cos 7x \cos 4x + \sin 4x \sin 7x$$

$$\sin 11x = \sin (7x + 4x) = \sin 7x \cos 4x + \sin 4x \cos 7x$$

$$\sin 3x = \sin (7x - 4x) = \sin 7x \cos 4x - \sin 4x \cos 7x$$

$$\begin{aligned} (\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) &= (-2 \sin 7x \sin 4x) - (2 \sin 4x \cos 7x) = \\ &= -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) \end{aligned}$$

см. стр №5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\sin 2x + \cos 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 2x + \cos 2x) = \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$$

$$1) \sin 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

$$\operatorname{tg} 2x = -1 \Rightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

2) $(\sin 2x + \cos 2x) \neq 0 \Rightarrow$ можно обе части разделить на эту скобку

$$-2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$-\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x$$

$$\text{Заметим, что } \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\sin 4x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x$$

$$-\sin 4x = \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right)$$

$$\sin(-4x) = \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \quad | \cdot (-1)$$

$$\sin 4x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

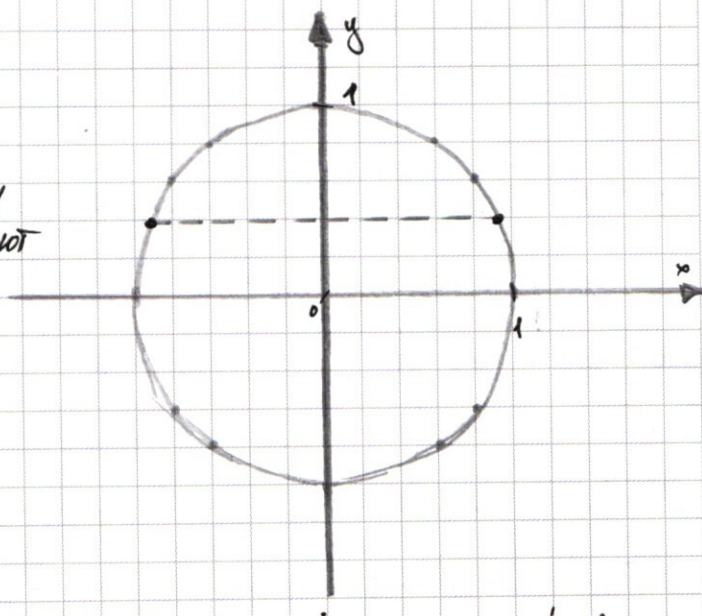
• Заметим, что одному углу соответствуют 2 точки на окружности; значит:

$$2.1) 4x + 2\pi k_2 = 2x + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k_2 = 2x$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k_2}{2}; k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \alpha = -\sin(-\alpha)$$



ан. стр. №5

$$2.2) \quad 4x + 7x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k_3$$

$$11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k_3$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k_3}{11}$$

$$k_3 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k_1}{7}$$

$$k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k_2}{3}$$

$$k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{или } x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k_3}{11}$$

$$k_3 \in \mathbb{Z}$$

✓ (проверка) (пошагово н/д)

$$63 + 62 + \dots + 1 = \frac{1+63}{2} \cdot 64 = 2^{11}$$

$$2^7 + 2^8 + \dots + 2^{63} = 2^7 (1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{56}) = 2^7 (2^{57} - 1) = 2^{64} - 2^7$$

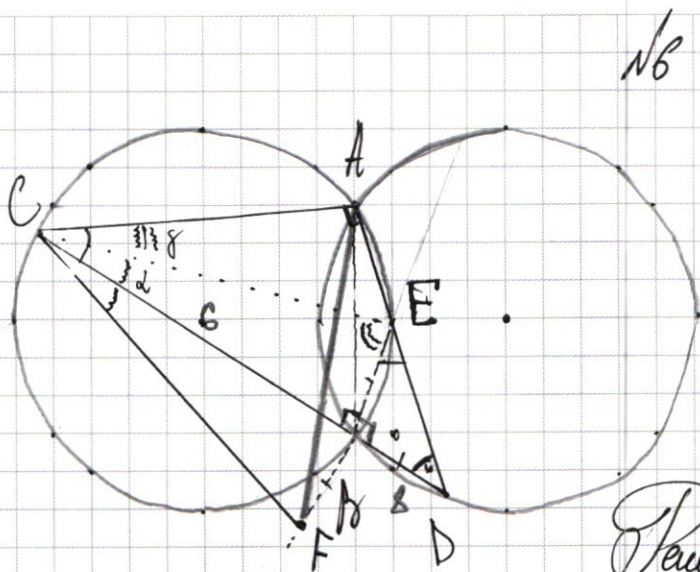
$$2^{64} (1 + 2 + \dots + 63) = 2^{11} \cdot 2^{64} = 2^{75}$$

$$\text{Суммарное кол-во кар} \rightarrow 2^{11} (2^{64} + 1) - 2^7 (2^{63} - 1)$$

$$\text{Рез: } 2^{11} (2^{64} + 1) - 2^7 (2^{63} - 1)$$

во.ср. №7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF = BD$$

$$CB = 6$$

$$R_1 = R_2 = 5$$

а) Найти CF

б) Найти $\angle ACF$

Решение

Пусть AD пересекает дугу из окружностей в точке E
т.к. $\angle A = 90^\circ$, то CE - диаметр $CE = 2R_1 = 10$
Заметим, что $\angle CBE = 90^\circ$, т.к. CE - диаметр $\Rightarrow E$ лежит на окружности к CD, проводим через точку B

Заметим, что т.к. $R_1 = R_2$, то $\angle BOA = \angle BOA$, а т.к. $\angle A = 90^\circ$, то
 $\angle ACD = \angle ADC = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

Тогда $\angle BDE = \angle BED = 45^\circ$, т.к. $\angle BDE = 45^\circ$, а $\angle B = 90^\circ$

Значит $\triangle BDE$ - равнобедренный $\Rightarrow BD = BE \Rightarrow BE = BF \Rightarrow$

$CE = CF$, т.к. $\triangle CEB = \triangle CFB$ по двум сторонам и углу между ними

Значит $CF = 10$

$CB = 6$; $\angle B = 90^\circ \Rightarrow BF = BE = BD = 8 \Rightarrow CD = 6 + 8 = 14 \Rightarrow AC = AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$ (из равноб. $\triangle ACD$)

См. стр. №8

Заметим, что, если $\angle ECB = \alpha$, то

$$\sin \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

Пусть $\angle ACE = \beta$, т.к. $\alpha + \beta = 45^\circ$:

$$\sin 45^\circ = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos 45^\circ = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \beta (\cos \alpha + \sin \alpha) = \cos \beta (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$\sin \beta \cdot \frac{7}{5} = -\cos \beta \cdot \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = -\cos \beta \Rightarrow \tan \beta = -\frac{1}{7} \Rightarrow \cos \beta = \frac{7}{5\sqrt{2}}; \sin \beta = -\frac{1}{5\sqrt{2}}, \text{ т.к.}$$

$-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$ (А несут на отрезке ED, а не наоборот)

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - \frac{32}{25} = -\frac{7}{25}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \frac{24}{25} \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} + \frac{7}{25\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{25 \cdot 7}{25 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$$S_{ACE} = \frac{1}{2} AC \cdot CE \cdot \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7}{5\sqrt{2}} = 49$$

Ответ: $S_{ACE} = 49$; $CE = 10$

ав. гр. 19

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\lg \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^2 \lg xy$$

$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = 2 \lg xy \cdot \lg y$$

$$\lg y^5 = 2 \lg xy^2 \Rightarrow \lg y^5 = \lg x^2 y^4$$

$$y^5 = x^2 y^4 \quad | : y^4 \neq 0 \Rightarrow y = x^2$$

Подставим во второе уравнение:

$$x^2 - 2x^3 - 4x - 3x^4 + 12x^2 \geq 0$$

$$3x^4 + 2x^3 - 13x^2 + 4x \geq 0 \quad | : x \neq 0$$

$$3x^3 + 2x^2 - 13x + 4 \geq 0$$

$$x \geq 1 \Rightarrow 3 + 2 + 4 - 13 \neq 0 (< 0)$$

$$x \geq 2 \Rightarrow 24 + 8 - 26 + 4 \neq 0 (> 0)$$

$$x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{9}$$

~~Всего~~

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 2x^2 - 13x + 4 \\ 3x^3 - 1x^2 \\ \hline 3x^2 - 13x + 4 \end{array}$$

$$3x^2 - 13x$$

$$3x^2 - x$$

$$-12x + 4$$

$$-12x + 4$$

0

$$x \neq 0 \quad y \neq 0$$

$$\frac{y^5}{x} > 0 \quad x > 0; \quad xy > 0 \Rightarrow y > 0$$

$$\text{Значит } \frac{y^5}{x} > 0$$

Т.е. функция монотонна:

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \rightarrow 4 (< 0)$$

$$\boxed{x \geq \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{2}{9} - \frac{13}{3} + 4 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \geq 0$$

$$x - \frac{1}{3}$$

$$3x^2 + 3x - 12 = 3(x^2 + x - 4)$$

Лит. сф. №10

$$x^2 + x - 4 = 0 \Rightarrow D = 1 + 16 = (\sqrt{17})^2$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$y = x^2 = \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)^2 = \frac{17 - 2\sqrt{17} + 1}{4} = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\right) \text{ и } \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2}\right)$$

№ 7

• Пусть $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$

Заметим, что при $x = 65$ — $f(x) > 3 \cdot 2^{65}$

• Пусть $g(x) = 70 + (2^{64} - 1)x$

Заметим, что при $x \leq 1$ $g(x) < 2^{65} \Rightarrow$ нам нужен промежут.

• Заметим, что ~~при $x = 65$~~ $g(x)$ имеет точку, где

$f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + 0$

$g'(x) = 2^{64} - 1$

$f(x) = (1 + 3 \cdot 2^{65-x}) \cdot 2^x$

$g(x) = 70 + (2^{32} + 1)(2^{32} - 1)x$

Если $x = 32$, то $f(x) = (1 + 3 \cdot 2^{33}) \cdot 2^{32}$

$g(x) = 70 + (2^{64} - 1) \cdot 2^5$

$g(x) = 70 + 2^{69} - 2^5$

$f(x) = 2^{32} + 3 \cdot 2^{65}$

см. стр. № 10

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть $x = 6 \Rightarrow f(x) = 2^6 + 3 \cdot 2^{65} = 64 + 3 \cdot 2^{65}$

$g(x) = (20 - 6) \cdot 2^{64} \cdot 6 = 14 \cdot 2^{64} \cdot 6 = 84 \cdot 2^{64} = 64 + 3 \cdot 2^{65}$

Пусть $x = 8 \Rightarrow f(x) = 2^8 + 3 \cdot 2^{65} = 256 + 2^{66} + 2^{65}$
 $g(x) = 62 + 2^{67} = 64 - 2 + 2^{66} + 2^{66}$

$y_1 = y - 2^{66} \Rightarrow \begin{cases} y_1 > 256 + 2^{65} \\ y_1 \leq 62 + 2^{65} + 2^{65} \end{cases}$

$y_2 = y_1 - 2^{65} \Rightarrow \begin{cases} y_2 > 256 \\ y_2 \leq 62 + 2^{65} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 62 \\ \hline 194 \end{array}$$

$y_3 = y_2 - 256 \Rightarrow \begin{cases} y_3 > 0 \\ y_3 \leq 2^{65} - 194 \end{cases} \rightarrow 2^{65} - 194$ разность у нас

$x = 8$

Пусть $x = 9 \Rightarrow f(x) = 128 + 3 \cdot 2^{65} = 128 + 2^{66} + 2^{65}$
 $g(x) = 62 + 2^{64} \cdot 9 = 62 \cdot 2^{64} + 2^{65} + 2^{64}$

$y_4 = y - (2^{66} + 2^{65} + 128) \Rightarrow \begin{cases} y_4 > 0 \\ y_4 < 2^{64} - 62 \Rightarrow 2^{64} - 62 \end{cases}$ разность у нас

$x = 9$

см. стр. NR

$$x \geq 9 \Rightarrow f(x) = 2^9 + 3 \cdot 2^{65} = 2^9 + 2^{66} + 2^{65}$$

$$g(x) = 70 + 2^{64} \cdot 9 - 9 = 61 + 2^{66} + 2^{66} + 2^{64} = 61 + 2^{66} + 2^{65} + 2^{64}$$

$$\begin{cases} y_5 = y - (2^9 + 2^{66} + 2^{65}) \Rightarrow \\ y_5 \geq 0 \\ y_5 \leq 61 + 2^{64} + 2^{65} - 2^9 \end{cases}$$

$$x \geq 10 \Rightarrow f(x) = 2^{10} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$g(x) = 60 + 2^{64} \cdot 10 = 60 + 2^{67} + 2^{65} = 60 + 2^{66} + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y_6 = y - f(10) \Rightarrow \begin{cases} y_6 \geq 0 \\ y_6 \leq 60 + 2^{66} - 2^{10} \end{cases}$$

$$f(11) = 2^{11} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$g(11) = 59 + 2^{67} + 2^{65} + 2^{64}$$

$$y_7 = y - f(11) \Rightarrow \begin{cases} y_7 \geq 0 \\ y_7 \leq 59 + 2^{66} + 2^{64} - 2^{11} \end{cases}$$

...

$$f(70) = 2^{70} + 3 \cdot 2^{65} = 2^{65} \cdot 35$$

$$g(70) = 2^{64} \cdot 70 = 35 \cdot 2^{64}$$

Значит для всех $x \in (7; 70)$ будут выполняться:

Рассчитаем все y : ~~$(62 - 2^9 + 2^{65}) + 63$~~

$$(63 - 2^7 + 2^{64}) + (62 + 2 \cdot 2^{64} - 2^5) + (61 + 3 \cdot 2^{64} - 2^9) + \dots + (1 - 2^{69} + 63 \cdot 2^{64}) =$$

См. стр. № 7