

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

т.о. к канальному случаю разложения двух функций перейдем со сложением разностей 5π и 3π , т.е. а для функции сложения т.е. т.о. всего таких 8-значных чисел $2 \cdot 8 \cdot 20 = 560$

Ответ: 560

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$ где $x \in \mathbb{R}$

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad \cdot \sqrt{2} \quad - 2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} + 2 \sin \frac{3x-11x}{2} \cdot \cos \frac{3x+11x}{2} = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x = \cos 14x$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 11x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 11x + \cos \frac{\pi}{4} \sin 3x - \sin \frac{\pi}{4} \cos 3x = \cos 14x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 11x \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 11x + 3x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 11x - 3x + \frac{\pi}{4}}{2} = \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$2 \sin \left(-4x \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) = \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x \cos 7x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) (\cos 7x + \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\text{или } \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right) + 2 \sin 4x = 0$$

$$\sin 7x = -\cos 7x$$

$$2 \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x \right) + 2 \sin 4x = 0$$

$$\text{или } \cos 7x = 0 \quad \sin 7x = 0, \text{ произведение, } \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x = 0$$

$$\text{т.к. } \cos 7x = 0 \text{ или } 7x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 4x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 4x}{2} = 0$$

$$\sin 7x = 0 \text{ или } 7x = \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.}$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} \right) = 0 \quad \text{или}$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2} \right) = 0$$

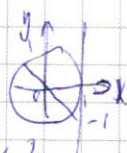
$$\cos 7x \neq 0, \text{ разделим обе части}$$

$$\frac{\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}}{\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, n \in \mathbb{Z}}$$

$$\frac{\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}}{\frac{11x}{2} = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2} + \pi k, n \in \mathbb{Z}}$$

$$\text{г.е. не } \cos 7x$$

$$\tan 7x = -1$$



$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{11x}{2} = -\frac{3\pi}{8} + \pi n$$

$$11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. (1) $\int \left(\frac{y}{x} \right)^5 dx = y^5 \ln xy$

QD3:

$x > 0$	$x > 0$
$xy > 0$	$y > 0$
$x > 0$	
$y > 0$	

$$(2) \quad x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 2y = 0$$

(2) $x^2 - (2y+4)x + 12y - 3y^2 = 0$ квадратное уравнение от-но x

$D = 6^2 \text{ - year}$

$$D^2 = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 = 16y^2 - 32y + 16 = 16(y^2 - 2y + 1) = 16(y-1)^2 = (4y-4)^2$$

$$K_{12} = \frac{a}{u+v+(u-v)} \quad (\text{дискриминант раскрывается без модуля, так как это}$$

$z_{1,2}^2 = \frac{u \pm 4 = (4y - 4)}{2}$ (используем формулу $\pm$ перед корнем)
 $7u + 4 = 4u - 4$ $3u = -8$ $u = -\frac{8}{3}$

$$k_1 = \frac{2 \sqrt{1+4}}{2} \quad k_2 = \frac{2 \sqrt{1+4}}{2}$$

$$x_1 = 3y \quad x_2 = 4 - y$$

$$(1) \quad \left(\frac{y}{x} \right)^3 \log x = y^2 \log xy$$

$$\frac{y^{5gx}}{x^{gx}} = y^{2gx+2gy}$$

$$\frac{y^{5/6x}}{x^{4/6x}} = y^{5/6x} \cdot y^{-2/6x} = y^{3/6x} = y^{1/2x} \quad x > 0 \quad y > 0$$

$$\frac{y^{2gx}}{x^{gx}} = y^{2gx}$$

$$\textcircled{1} \int \frac{y^{3/2} dx}{x^{1/2} y^x} = y^{2/2} dy \left(\frac{y^5}{x} \right) y^x y^{2/2} dy$$

$$r \quad x = zy \quad (1) \quad x = zy$$

$$x = 4 - y \quad \left(\frac{4-y}{2y}\right)^3 y^{3y} = y^{2y}$$

$$\left(\frac{y}{5}\right)^{y^y} = y^2 \frac{y^y}{y^2 y^y}$$

② $x = 4 - y$

$$\left(\frac{y}{y-1}\right)^3 \cdot \frac{y^{1/4}}{(y-1)^1} = y^{2/4} y^{1/4} / \cancel{y^{2/4}}$$

$$\frac{3y(4-y)}{(4-y)^2} = 1$$

$$\frac{2y^2y - y^2y}{3y^2y} = 1$$

$$y \cdot 2y^2 + 2y^2y - 2y^2y = 3y^2y$$

$$y \cdot 2y^2 = 3y^2y$$

$$10y^2 \cdot 2y^2 = 10y^2 \cdot 3y^2y$$

$$2y^2y \cdot y^2 = y^2y^2y \cdot y^2$$

$$y^2y^2 = y^2y^2y$$

$$y^2 = y^2y$$

$$y^2 - y^2y = 0$$

$$y(y - y^2) = 0$$

$$y = 0 \text{ или } y = 3$$

не считаем

$$(9, 3)$$

$$y \cdot 2y(4-y) - 2y^2y = (4-y) \cdot y(4-y)$$

$$y \cdot 2y(4-y) - 2y^2y = (4-y) \cdot y(4-y)$$

$$y \cdot 2y \frac{(4-y)^2}{y^2} = (4-y) \cdot y(4-y)$$

$$10y \cdot 2y \frac{(4-y)^2}{y^2} = 10y \cdot y(4-y) \cdot y(4-y)$$

$$2y \cdot (y(4-y)^2 - y^2y) = y^2(4-y)$$

$$y \cdot 2y(4-y) = y^2y \cdot (4-y) \cdot y(4-y)$$

$$10y \cdot 2y(4-y) = 10y \cdot 2y \cdot 10y(4-y) \cdot y(4-y)$$

$$3y^2y \cdot y(4-y) = 2y^2y + y^2(4-y)$$

$$2y^2y - 3y^2y(4-y) + y^2(4-y) = 0$$

$$\text{Корни } y_1 = a, y_2 = b \text{ и } y_3 = c$$

$$10^2 - 3ab + b^2 = 0 \text{ квадратное уравнение}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9a^2 - 3b^2 + b^2$$

$$a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$a_{1,2} = \frac{3b \pm b}{4}$$

$$a_1 = b$$

$$a_2 = \frac{b}{2}$$

$$y_1 = y(4-y)$$

$$y_2 = \frac{y(4-y)}{2}$$

$$y^2 = 4-y$$

$$2y^2 = y(4-y)$$

$$2y^2y$$

$$y^2y = y(4-y)$$

$$y^2 = 4-y$$

$$y^2 = 4-y$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$(2, 2)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ не считаем}$$

$$y_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}, \frac{1-\sqrt{17}+1}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2}$$

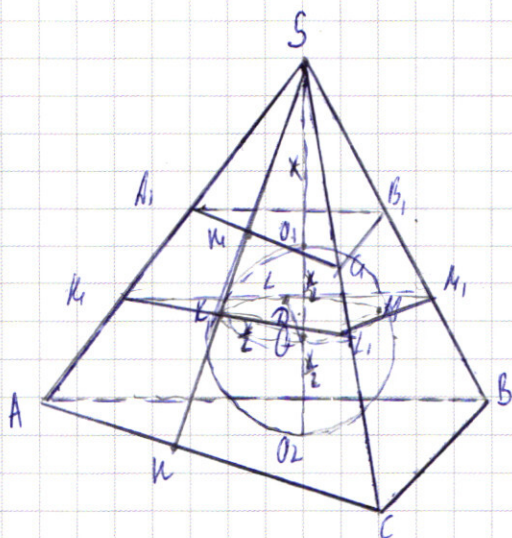
$$y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}, x = \frac{9-\sqrt{17}}{2}, \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$$

$$y \in (0, 4)$$

$$\text{Ответ: } (9, 3), (2, 2), \left(\frac{9-\sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{2} < 4, \sqrt{17}-1 < 8, \sqrt{17} < 9, \sqrt{17} < 9, \frac{\sqrt{17}-1}{2} < 4$$

4



Решение

$$OK = OL = OM = r_{\text{сф}} \quad \text{Через } SO \text{ проведем}$$

пл-ть, перпендикулярную SO и касающуюся

сферы. Сечение этой пл-ти трехгранным углом $-(A_1, B_1, C_1)$ и (ABC) . $SO \perp (A_1, B_1, C_1)$, $SO \perp (ABC)$, т.о. $(A_1, B_1, C_1) \parallel (ABC)$ (было перпендикуляр: если прямая перпендикулярна двум пл-тям, то эти пл-ти параллельны (или совпадают), т.к. их плоскости равны, они параллельны). т.о. $ABC, A_1B_1C_1$ — усеченная пирамида $SO \cap (A_1, B_1, C_1) = T.O_1$, $SO \cap (ABC) = T.O_2$

O_1, O_2 — высота усеченной пирамиды. Сфера вписана в усеченную пирамиду (касается боковых ребер и оснований), т.о. сфера вписана в круглую пирамиду $SA_1B_1C_1$. Центр вписанной в пирамиду сферы лежит на её высоте. $T.O \in SO_2$, SO_2 — высота пирамиды. $\triangle SA_1C_1 \sim \triangle SAC$, $\triangle SB_1C_1 \sim \triangle SBC$, $\triangle SA_1B_1 \sim \triangle SAB$ по двум углам ($\angle S$ — общий (при вершине), $\angle SA_1C_1 = \angle SAC$, $\angle SC_1B_1 = \angle SCB$, $\angle SA_1B_1 = \angle SAB$, т.к.

$A_1C_1 \parallel AC$, $B_1C_1 \parallel BC$, $A_1B_1 \parallel AB$ (соответственные углы)).

$$\frac{SA_1}{SA} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{SB_1}{SB} = \frac{A_1B_1}{AB}, \quad \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1B_1}{AB} = k, \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC \text{ по трем}$$

сторонами. Их площади относятся как квадрат коэффициента подобия

$$S_{A_1B_1C_1} = 1 \quad S_{ABC} = 4 \quad k = 2$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} = k^2 \quad k = 2$$

$$\frac{A_1C_1}{AC} = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{1}{2}, \text{ т.о.}$$

A_1B_1, A_1C_1, A_1B_1 — средние линии $\triangle SAB, SAC$ и SBC соответственно.

Решо: сфера с центром O вписана в трехгранный угол с вершиной S , касается его граней в T, K, L, M , площадь сечения угла пл-тью, касающейся сферы и перпендикулярной SO , равна 144

Найти: $\angle KSO$, площадь сечения (KLM)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta SKO_1 \sim \Delta SKO_2$ по двум углам.

$$m.o. \frac{H_2}{H_2}^2 \frac{SO_1}{SO_2}^2 \frac{1}{2}$$

$$SO_2 \rightleftharpoons 2SO_3$$

$$SD_1 \approx x$$

$\triangle A_1SK_1 \sim \triangle ASK$ по двум углам.

$$\frac{SA_1}{SA_2} = \frac{SK_1}{SK_2} = \frac{1}{2}$$

$$A_1 A_2^2 X, \quad O_1^2 A_2^2 = \frac{1}{2} \leq r_{cp}$$

OK 2 for 2

$$\Delta \text{ASKO} \approx \text{ASKO} \approx \text{KSO} = \frac{10}{50^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3K}{2^2} = \frac{1}{3}$$

$$\angle KSO = \arctg \frac{1}{3}$$

$\angle KSO = \arctg 3$.
 $\angle KSO_2 = \angle KSO_2 = \angle LSO$ по глубине наметки, т.о. вогнутая $\angle KSO$ не зависит от вогнутой
 несимметрично $\angle K$.

Векторы сферы n -многообразия (KLM) -аннуляторы, $SO_2 \perp (KLM)$, т. D -экспр $\{KLM$
от n (сферы), т. $K \in SO_2$, т.о. $SO_2 \perp (KLM)$, $SO_2 \perp (ABC)$, $(KLM) \parallel (ABC)$

КЛ попарно о пересечении двух параллельных и тех трех,
 $M, L, HBC, AC \cap K, L, K, M, HAB.$

$\Delta S \triangleq S_{L,L} \sim \Delta S_{AC}, \Delta S_{L,M} \sim \Delta S_{CB}, \Delta S_{M,K} \sim \Delta S_{BA}$ по глубине. Близко при
анализе равны как соответствующие углы

$$\frac{SK_1}{SA} = \frac{K_1 L_1}{AL} = \frac{SL_1}{SC} = \frac{M_1 L_1}{BC^2} = \frac{SK_1}{SB^2} = \frac{M_1 K_1}{AB}$$

$$\Delta S_{O_2} \approx \Delta S_{O_2 C} \text{ по формуле } \frac{S_{O_2}}{S_{O_2}} = \frac{S_{O_2}}{S_{O_2}} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_4}{5C} = \frac{3}{4} \quad k = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{H,K,L_1}}{S_{ABE}} = k^2 \frac{9}{16}$$

$$S_{K,K,L,2} = \frac{9}{16} S_{K,K,2} = \frac{9}{16} \cdot 42 = 23,25$$

Answer: $\angle KSO = \arctan \frac{1}{3}$, $S_{\text{area}} = 2,25$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. (1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

(2) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$

(1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

Построим на координатной плоскости прямые $y = x+3$ и $y = 3-x$ — линейные функции.

① при $\begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq 3-x \end{cases}$ (область А)

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$|y-3-x| = y-3-x$$

$$|y-3+x| = y-3+x$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y = 6$$

② область В.

$$\begin{cases} y \leq 3-x \\ y \geq x+3 \end{cases} \quad \begin{cases} |y-3-x| = y-3-x \\ |y-3+x| = 3-x-y \end{cases}$$

$$y-3-x + 3-x-y = 6$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

③ область С $\begin{cases} y \leq x+3 \\ y \leq 3-x \end{cases} \quad \begin{cases} |y-3-x| = x+3-y \\ |y-3+x| = 3-x-y \end{cases}$

$$x+3-y + 3-x-y = 6$$

$$y = 0$$

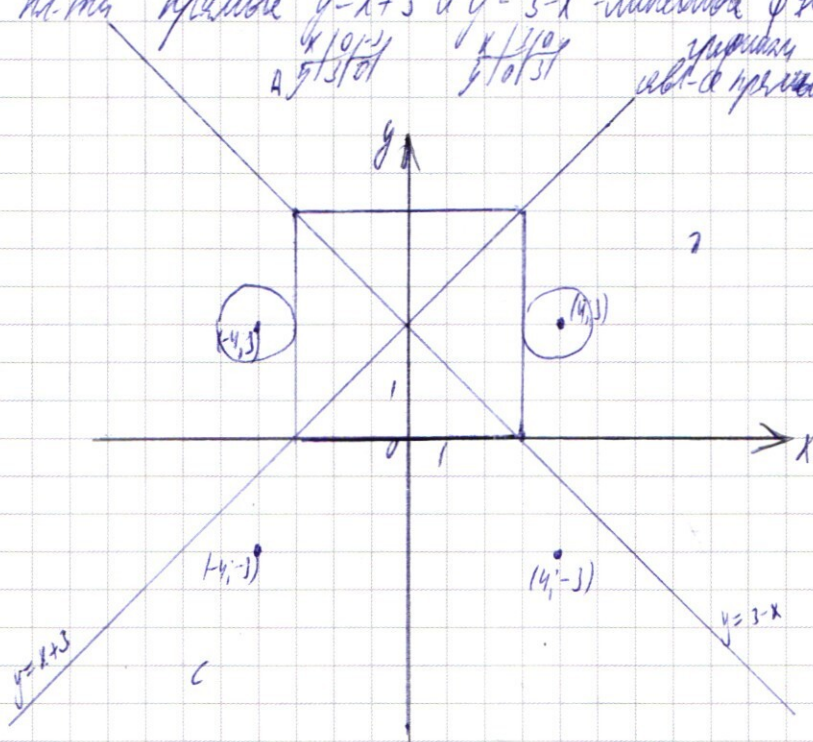
④ область D $\begin{cases} y \geq 3-x \\ y \leq x+3 \end{cases} \quad \begin{cases} |y-3-x| = x+3-y \\ |y-3+x| = y-3+x \end{cases}$

$$x+3-y + y-3+x = 6$$

$$x = 3$$

$$x+3+y+y-3+x = 6$$

$$x = 3$$



(2) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$

① $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$
график является окружностью с центром (4, 3) радиуса $\sqrt{a}$, $a \geq 0$

② $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+4)^2 + (y+3)^2 = a \end{cases}$
окр-та с центром (-4, -3) радиуса $\sqrt{a}$

③ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-4)^2 + (y+3)^2 = a \end{cases}$
окр-та с центром (4, -3) радиуса $\sqrt{a}$

④ $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$
окр-та с центром (-4, 3) радиуса $\sqrt{a}$

график (1) у нас является окружностью с центром, отмеченным на графике.
 Система уравнений имеет 2 решения тогда, когда графики (1) и (2) пересекаются
 только в 2х точках. Окружность должна касаться графика (1). Если
 выбрать радиус такой окружности так, что две точки касания окружности, векторов
 которых симметричны относительно Oy , то окружности (1) график, две вершины
 окружности тоже будут его пересекаться (они находятся ближе к началу), тогда точек
 пересечения будет больше, чем 2. Значит, график (1) должен пересекаться
 только две вершины окружности (векторов которых тангенсы симметричны относительно Oy),
 касаясь касанием (обе окружности должны касаться графика (1)).
 По графику видно, что тогда радиус окружности должен быть равен 1, т.е. $R=1$.
 Проверим это. Расстояние от точки до центра вычисляется по
 формуле $\frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = r$, где (x_0, y_0) - координаты точки, A, B, C - коэффи-
 циенты при x, y , свободный член соответственно.

Рассмотрим окружность с центром $(4, 3)$ и радиусом $R=1$ $x + 0 \cdot y - 5 = 0$

$$\frac{|1 \cdot 4 + 0 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = r \quad r = \frac{|1|}{1^2 + 0^2} = 1 \quad R=1 \quad a=1$$

Рассмотрим окружность с центром $(-4, 3)$ и радиусом $R=1$ $-x + 0 \cdot y + 5 = 0$

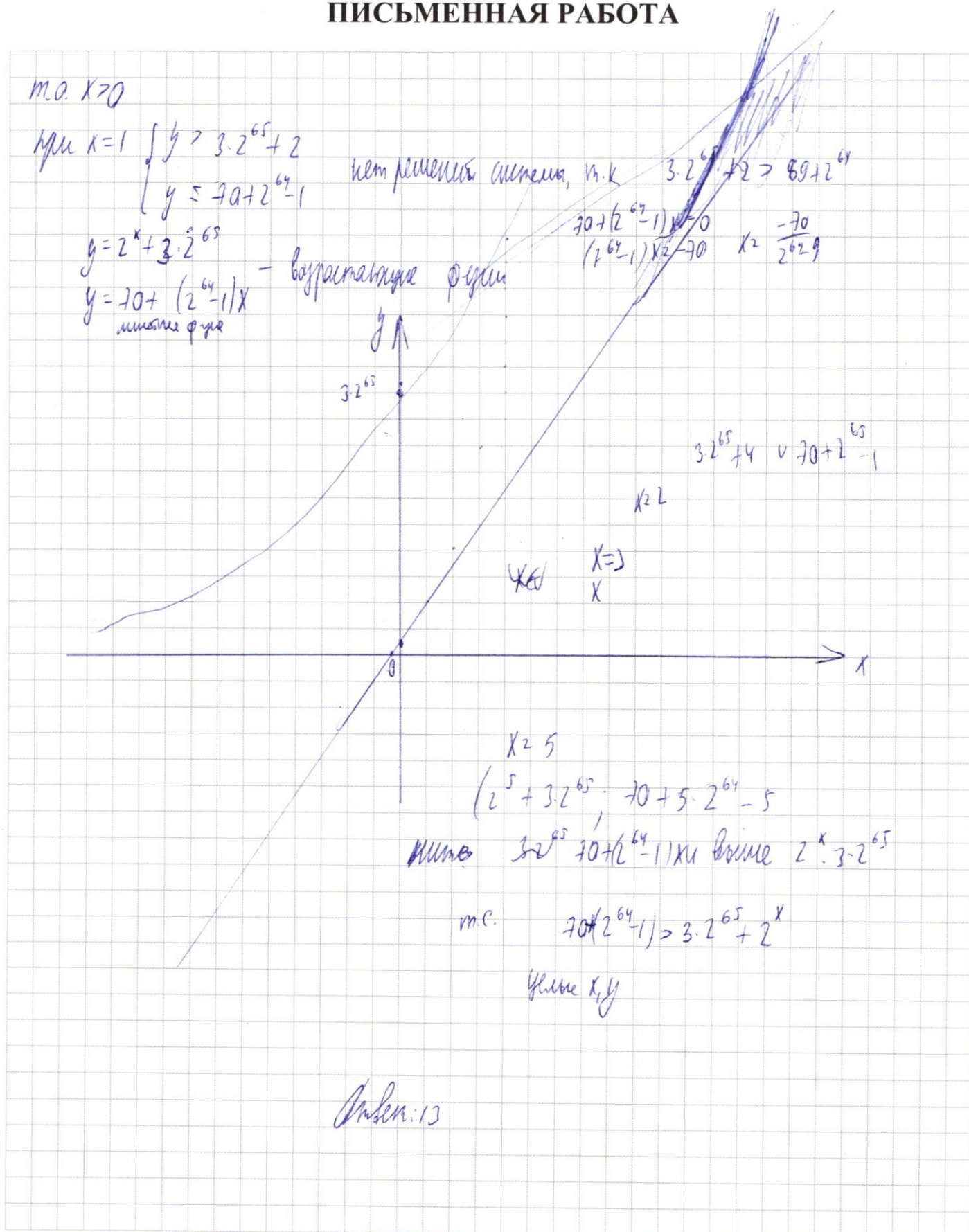
$$\frac{|1 \cdot (-4) + 0 \cdot 3 + 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = r \quad r = \frac{|1|}{1^2 + 0^2} = 1 \quad R=1 \quad a=-1$$

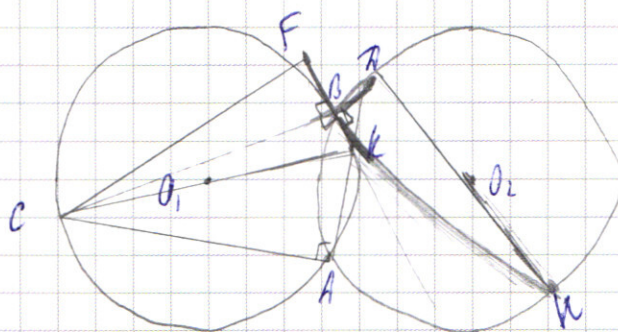
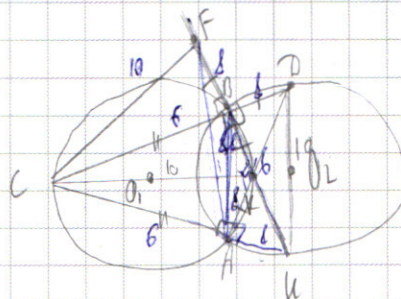
т.е. при $a=1$ система уравнений имеет ровно 2 решения

Ответ: 1.

$$\begin{aligned}
 & y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\
 & y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \\
 & y \in (2^x + 3 \cdot 2^{65}, 70 + (2^{64} - 1)x] \\
 & \text{при } x < 0 \quad 70 + x(2^{64} - 1) < 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\
 & (70 - a < 3 \cdot 2^{65}) \\
 & a = -x(2^{64} - 1)
 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$AK \perp BK$, $\Delta CBK \sim \Delta BAK$ по катету и углу, и $CK = BK$ и $BK \perp AK$

Воскр $\Delta CBF = \Delta CBF$ по двум катетам, $CF = CK$ как соответственные в равных треугольниках, $\Delta CBF - \mu / 6$, $CF = CK = 10$

g) $kl = 6$

Всего, Восьми из Моряны $Вс^{22} Сл^{22} В^{22}$ 64

$$bl = M = 6$$

OK 2d

$$I_{ACFR} = I_{ACF} + I_{AKR} - I_{AKF}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -24 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ - 64 \\ \hline 132 \end{array}$$

$$S_{ACE} = \frac{1}{2} \cdot 86^2 + 46^2 + 24^2 \quad S_{ACK} = S_{BCK}$$

MC

AF² 196-642 132 (BDFM)

$$AF = \sqrt{130} = \sqrt{11+12} = \sqrt{23}$$

Amber. a/10

772-255

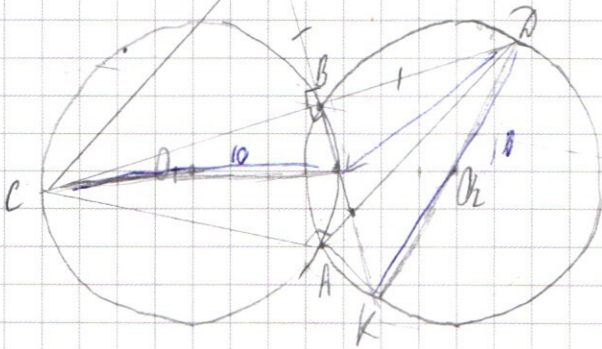
$\int_{AC} F_k \cdot 24 \cdot 32 \cdot 72$
 $\int_{AB} F_k \cdot 72 - 2 \sqrt{33}$

$$\int_{AFC} = 72 - \int_{ABF}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. Дано: две окружности $r=5$ пересекаются в Γ, H и Γ, D , $\Gamma, C \in l$, $\Gamma, D \in l$, $\Gamma, B \in CD$, $\angle CAD = 90^\circ$, на перпендикуляре к CD , проведенном через Γ, B , выбрано Γ, F , $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от CD), доказать: CF

1) $BC = 6$ найти $\angle F$ $\angle KCF$



$FB \perp CD$

CL и DK - диаметры

$\angle KCF = 2$

$$7 \quad y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \quad x=0 \quad y > .$$

$$a) \quad y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$y \text{ при } x < 0 \quad (2) \quad y \leq 70 - 2^{64} + 1x$$

$$- \frac{1}{2^{64}} \quad x_2 = -\frac{1}{2^{64}} \quad \text{или } y > 3 \cdot 2^{65} \quad (2^x \geq 0)$$

$$x=0$$

$$y > 3 \cdot 2^{65} + 1$$

$$y > 3 \cdot 2^{65} + 1$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$y \leq 2^{64} + 68$$

$$2^x + 1 \cdot 2^{65} < 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$x_2 = 2 \quad 4 + 3 \cdot 1^{65} < 70 + 1^{65} \cdot 2$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2^{65} = 2^{65} \cdot 6$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

5 5 5 3 3 3

3

5 5 5 . . .
5 5 . 5 . .
5 5 . . 5 .
5 5 . . . 5
5 . 5 5 0 .
5 . 5 5
5 . 5 5
5 . 5 5
5 . 5 5
5 . 5 5

3 3 3 . . .
3 3 . 3 . .
3 3 . . 3 .
3 3 . . . 3
3 . 3 3 . .
3 . 3 3
3 . 3 3
3 . 3 3
3 . 3 3
3 . 3 3

1 1 . . .

10

1 . 1 . .

1 . 1 . .

1 . 1 . .

6.54.

$6+5+4+1$ $7+6+5+4+3+2+1$
~ $13+9+1+3$
~ $12+6+2+4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 Найдите все значения параметра a , при которых система имеет ровно 2 решения

(1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

$3+x \geq 3-x$

(2) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$

$2x \geq 0$
 $x \geq 0$

$y \geq 3+x$
 $y \geq 3-x$

(1) $y-3-x$

$\rightarrow y$

$y-3+x \geq 0$
 $y \geq 3-x$

$6 \geq 3+x$
 $6 \geq 3-x$

$y-3-x + y-3+x = 6$

$x \geq 3$
 $x \geq -3$

$2y \geq 3+x$

$y \geq 3-x$

$x-3-x+3-x-y=6$

$-2x=6$

$x=-3$

$y \geq 0$
 $y \leq 6$
 $y \in [0, 6] | x=-3$

3) $y < 3+x$
 $y \geq 3-x$

$x+3-y+y-3+x=6$

$x=3$

$y < 6$
 $y \geq 0$
 $x=3$

$x \neq 0$

$x \neq 1$

$(0-3+3) + (0-3-3) = 6$
 $2y=12$
 $y=6$

$x \in [-3, 3]$

1) $y < 3+x$
 $y < 3-x$

$3+x-y+3-x-y=6$

$-2y=0$
 $y=0$
 $x-3 \geq 0$
 $3-x \geq 0$
 $x \geq 3$
 $x \leq 3$

$y=0$
 $x \in [-3, 3]$

(2) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$

$x \geq 0$
 $y \geq 0$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a^2$

у нас есть 4 точки (4,3)
радиус a

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a^2$
 $(x+4)^2 + (y-3)^2 = a^2$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$(x+4)^2 + (y+3)^2 = a^2$

$y=x$

уравнения (2) у нас есть 4 точки

они имеют 4 точки касания графика

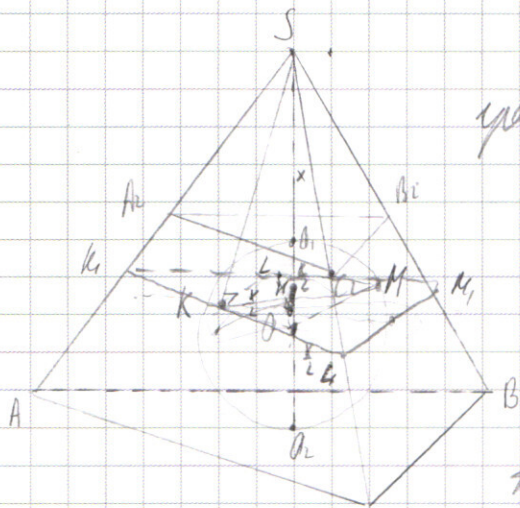
на графике и вершины квадрата (1) график

должны пересекать только вершины 2 точек (или 4) - 6 вариантов

радиус окружности - 1
 $a=1$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



$AO, BO, CO, AO_1, BO_1, CO_1$ - средние линии, стороны граней параллельны

$$SO_1 = AO_1 = CO_1 = x, AO_1 = BO_1 = CO_1 = \frac{1}{2}$$

$$BO_1KO_1 \sim \triangle KSO_1 \quad \frac{BO_1}{SO_1} = \frac{KO_1}{O_1S} \Rightarrow \frac{1/2}{x} = \frac{x}{1/2} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\angle KSO_1 = \arctg \frac{1}{3}$$

(Все ребра параллельны от высоты, угол равен т.к. $\triangle KSO_1 \sim \triangle MO_1S \sim \triangle LO_1S$ по двум катетам, следовательно равны.

Сечение сферическое (KLM) - окружность, $AO \perp (KLM)$ (по диаметру) по $AO \perp (ABC)$, то $(KLM) \parallel (ABC)$ Если провести 2 плоскости параллельно, то они совпадают!

то все проведен сечение трехгранного угла и много (KLM)

$\angle (KLM) \parallel (ABC)$, попарные пересечения двух параллельных прямых параллельны, $KL \parallel AC, LM \parallel AB, MK \parallel BC$, ... т.е. $\triangle SKL \sim \triangle SO_1A$ по двум углам (2 уг.)

$$\frac{KL}{AC} = \frac{KO_1}{AO_1} = \frac{KO_1}{1/2}$$

$$\triangle SKL \sim \triangle SO_1A \text{ по двум углам}$$

$$\text{Же } BO_1KO_1 \text{ по теореме } AO_1^2 = KO_1^2 + BO_1^2 \quad KO_1 = \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = \frac{10}{4}$$

$$\triangle SO_1K_1 \sim \triangle SO_1A \text{ по двум углам}$$

$$\frac{3x}{\frac{1}{2}} = \frac{AO_1}{O_1A}$$

$$\frac{3x}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3x}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{KL}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{S_{KLM}}{S_{ABC}} = \frac{9}{16}$$

$$S_{KLM} = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64} \quad \frac{9}{64} = \frac{9}{64} \quad \frac{9}{64} = \frac{9}{64} \quad \frac{9}{64} = \frac{9}{64}$$

Ответ: $\arctg \frac{1}{3}, 24$

55533311

8-7-6-5-4-3-2-1

55533311
55511333
41555333
11255555
22355577
20315555

$$\frac{y^2}{3y^3} = y^{2/3} \cdot y^{-1} = y^{-1/3}$$

$$y^{2/3} - y^{2/3} = 3y^{2/3}$$

$$y^{2/3} = 3y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$10y^{2/3} - 10y^{2/3}$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$3y^3 = y^3$$

$$x = 4 - y \quad x > 0 \quad 4 - y > 0 \quad y < 4$$

$$\left(\frac{y}{4-y}\right)^3 = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$x = 4 - y \quad x > 0 \quad 4 - y > 0 \quad y < 4$$

$$\left(\frac{y}{4-y}\right)^3 = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

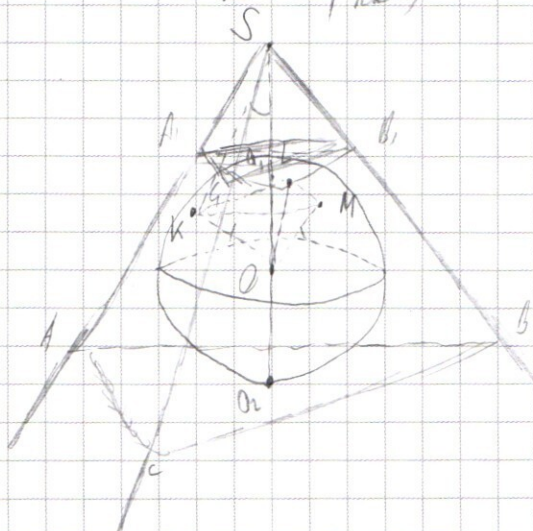
$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

$$\frac{y^3}{(4-y)^3} = y^{2/3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Дано: сфера с центром O вписана в трехгранный угол S и касается его граней в точках K, L, M (во плоские грани равносторонние), также сечение 3-гранного угла плоскостью, параллельной сфере, перпендикулярной SO , равно 1:4. Найти: $\angle KSO$ и $\sin$ угла наклона (к SO)



$$OK = OL = OM$$

$ABCA_1B_1C_1$ - усеченная пирамида

$$SO \perp (ABC) \quad S_{ABC} = 1$$

$$SO \perp (A_1B_1C_1) \quad S_{A_1B_1C_1} = 4$$

центр сферы вписан в усеченную пирамиду $SABC$ $ABCA_1B_1C_1$
(касается всех ребер и боковых

граней, сфера вписана в пирамиду $SABC$. Центр вписанной в пирамиду сферы лежит на ее высоте (по доказательству), но $SO \perp (ABC)$

$$OK \perp (ASC)$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} = k^2 \quad k = 2$$

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ по трем сторонам (доказательство)

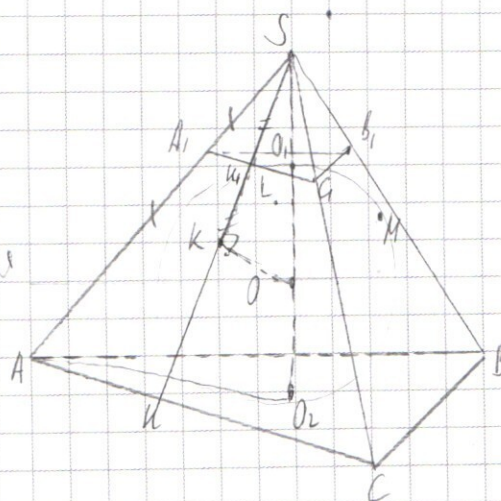
и поэтому пропорциональны в боковых гранях:

$$\triangle ASK \sim \triangle ASL \text{ по двум углам} \quad \frac{KS}{AS} = \frac{AL}{AS} = \frac{1}{2}$$

$$\angle KLS = \angle ASL \quad KS = 2AS \quad AS = \frac{1}{2}KS \quad AS = AL$$

$$SK = SL$$

$$\triangle SKO \sim \triangle SLO \text{ по двум углам} \quad SO = SO \quad KO = LO$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $\int \left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} = y^{24xy}$ Ans: $x > 0$ $\int x > 0$
 $xy > 0$ $\int y > 0$

$x^2 - 4xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} = y^{4x(1+y)}$ $y^{4x(1+y)}$ y^{4x+4xy} $y^{4x} \cdot y^{4xy}$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x} = y^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x}$ $y^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x}$ $y^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x}$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{4x} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x} = y^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x}$ $x^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x} = 10 y^{4x} \cdot y^{4xy} \cdot \frac{1}{y^2 \cdot 4x}$

$$1/x^3 \cdot y^2 \cdot y^2$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 4xy - 3y^2 + 12y = 0 \quad \text{изобразим уравнение относительно } x$$

$$x^2 - (4y+4)x + 12y - 3y^2 = 0$$

$$D = b^{\frac{1}{2}} \text{ max}$$

$$D^2 = 4y^2 + 16y + 16 - 4(12y - 3y^2) = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 = 16y^2 - 32y + 16 =$$

$$= 16 \sqrt[4]{y^2 - 2y + 1} = 16 \sqrt[4]{(y-1)^2}$$

$$K_2 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{2y-1}{2} = (y-\frac{1}{2})$$

$$K_2 = \frac{2y+4 + 4y-8}{2}$$

$$x_2 = \frac{2y+4-4y+4}{2}$$

42 3y

$$K_2 = \frac{8-2y}{2}$$

$$K_2 = 4 - y$$

$x = 34$

$$\left(\frac{y^3}{y^2}\right)^{y^2y} = y^{2y}$$

$$\frac{1}{3} \frac{1}{y^2} \frac{1}{y^2} = \frac{1}{3} \frac{1}{y^4}$$

$$\frac{y^{243y}}{383y} = y^{24y} / y^{24y}$$

$$\int \left(\frac{y^3}{x} \right) dy = y^2 \cdot y$$

$$\int x = xy$$

$$x = y - y$$

$$\Gamma X = \mathbb{Z}g$$

$$x = 4 - y$$

$$y^{2\log y} = y^{\log y^2}$$

$$26 \quad 2622 - 2622$$

✓ 2 g 2183 + Gy - 89h

29285

$$\frac{2 \log 2}{2 \log 2 \cdot 3 \log 2} = 1$$

29

3834

$$j^2 = -1$$

1. a b c d e f g h - данное 8-значное число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 3375$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3, \text{ т.о.}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ 5 \quad 5 \quad 5 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375/5 \\ 30 \overline{) 1675} \\ \underline{30} \\ 375 \\ \underline{30} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675/5 \\ 135 \overline{) 875} \\ \underline{135} \\ 175 \\ \underline{135} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135/5 \\ 27 \overline{) 135} \\ \underline{135} \\ 0 \end{array}$$

В данном восьмизначном числе обязательно есть три пятерки,

3 тройки, 2 единицы

$$5 \ 5 \ 5 \ 3 \ 3 \ 3 \ 1 \ 1$$

$$87654321$$

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 56 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 56 \cdot 30 \cdot 24 = 720 \cdot 56 =$$

$$= 40320$$

$$\text{Ответ: } 40320$$

$$\begin{array}{r} 720 \quad 72 \\ \times 56 \quad 56 \\ \hline 432 \\ 360 \\ \hline 40320 \end{array}$$

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$

ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$

$$-2 \sin 7x \cos 4x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - (2 \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x = 0$$

$$\sin 7x = -\cos 7x \quad | : \cos 7x$$

$$\tan 7x = -1 \quad (\cos 7x \neq 0)$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{5} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}$$

$$\cos 2 - \cos 32$$

$$= -2 \sin \frac{2+32}{2} \sin \frac{2-32}{2}$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cos 7x - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin 7x + 2 \sin 4x = 0$$

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - 2 \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x + 2 \sin 4x = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin 4x = 0$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 4x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 4x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\frac{\pi}{4} - 3x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 11x}{2} = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) = 0 \quad \text{или} \quad \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{11x}{2} = -\frac{3\pi}{8} + \pi n$$

$$11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \quad x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 11x)) - \sqrt{2} \cos 4x \\ & \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 11x) - \cos 4x \\ & 2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 11x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 11x}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin 7x \cos 4x - \sqrt{2} (\sin 7x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \sin \frac{\pi}{4}) - \cos 4x \sin \frac{\pi}{4} \\ & = \sqrt{2} (\sin 7x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 7x \sin \frac{\pi}{4}) - \cos 4x \sin \frac{\pi}{4} \\ & = \sqrt{2} (\sin 7x \cos 11x - \cos 7x \sin 11x) - \cos 4x \sin 11x \\ & = \sqrt{2} (\sin(7x - 11x)) - \cos 4x \sin 11x \end{aligned}$$