

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в рабо
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x=y$$

Подставим во второе уравнение

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0, \quad x(x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 - \text{не угод. (м.к.} > 0) \\ x=2 \end{cases}$$

↓

$$x=y=2$$

2) $\lg x = 2 \lg y$

$$\lg x = \lg y^2$$

$$x = y^2$$

Подставим во второе уравнение

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y \neq 0 \Rightarrow \text{поделим уравнение на } y$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$y=3 - \text{корень уравнения } (27 - 18 - 21 + 12 = 27 - 21 = 0)$$

$$\begin{array}{r|l} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 & y-3 \\ -y^3 + 3y^2 & \hline y^2 - 7y + 12 & \\ -y^2 + 3y & \\ \hline -4y + 12 & \\ -4y + 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

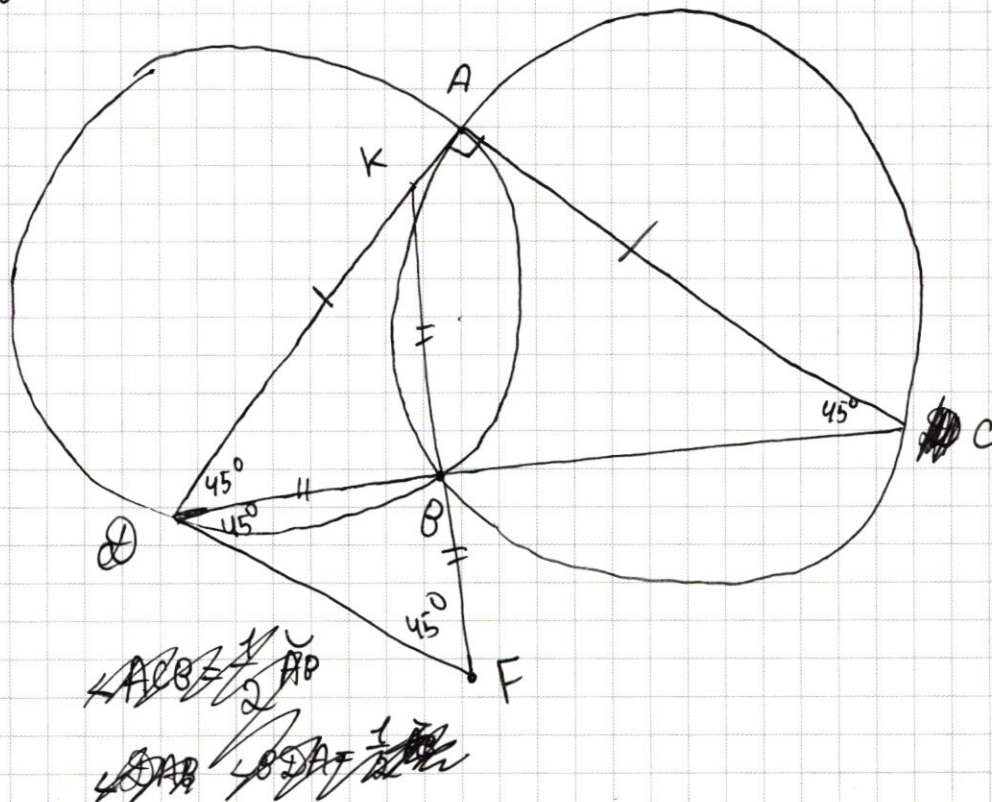
$$D = 17, \quad y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} < 0 - \text{не угод.}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x = y^2 = \frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{2} = 9 - \sqrt{17}$$

Orbitem: $(9 - \sqrt{17}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}); (2; 2)$

N6



[illegible]

1) Так как синусов для $\triangle ABC$: $\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R$
 для $\triangle ABD$: $\frac{AD}{\sin \angle ABD} = 2R = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$
 $\angle ABD + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow \sin \angle ABC = \sin \angle ABD \Rightarrow AD = AC$
 $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ$
 $BF \perp CD, BF = BD \Rightarrow \angle FDB = \angle ADB = 45^\circ$
 $BF \cap AD = K, \angle K = 45^\circ$ (п.к. $BF \perp CD$) $BK = BD$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\triangle CBK = \triangle CBF$ по двум катетам

$$CK = CF$$

$\angle KCB = \angle FCB = 90^\circ \Rightarrow$ 4-угольник $KACB$ вписанный

$\angle DAB = \alpha \Rightarrow \angle KCB = \angle DAB = \alpha$ (т.к. $KACB$ - вписанный)

$$\frac{DB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\sin \alpha = \frac{DB}{2R}$$

$$\sin \alpha = \frac{DB}{2R}$$

$$CK \cdot \sin \alpha = BK = DB$$

$$\sin \alpha = \frac{BK}{CK} = \frac{DB}{2R} \Rightarrow CK = CF = 2R = 10$$

2) $BC = 6$

$$BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8 = BK = BD$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R = 10$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$

$$AD = a$$

Используя косинусов для $\triangle ADB$:

$$a^2 + BD^2 - 2a \cdot BD \cdot \cos 45^\circ = AB^2$$

$$a^2 + 64 - \sqrt{2}a \cdot 8 = 50$$

$$a^2 - 8\sqrt{2}a + 14 = 0$$

$$D = 128 - 4 \cdot 14 = 72 = 36 \cdot 2$$

$$a = \frac{8\sqrt{2} \pm 6\sqrt{2}}{2} = \left[\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right]$$

$$CD = a\sqrt{2} > BD$$

$$a > \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 7\sqrt{2}$$

$$\angle ADB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow DF \parallel AC$$

$$S_{ACFD} = \frac{1}{2} AD \cdot (AC + DF) \quad (ACFD - \text{трапеция})$$

$$DF = BF\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$AD = AC = a = 7\sqrt{2}$$

$$S_{ACFD} = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 15\sqrt{2} = 105$$

$$S_{ADF} = \frac{1}{2} AD \cdot DF = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2} = 56$$

$$S_{ACF} = S_{ACFD} - S_{ADF} = 49$$

Ответ: а) 10; б) $S_{ACF} = 49$

№5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Первое уравнение задаёт нам ~~квадрат~~ ^{квадрат} (это можно получить раскрытием модуля: при раскрытии модуля одна из переменных упрощается)

$$1) \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases}$$

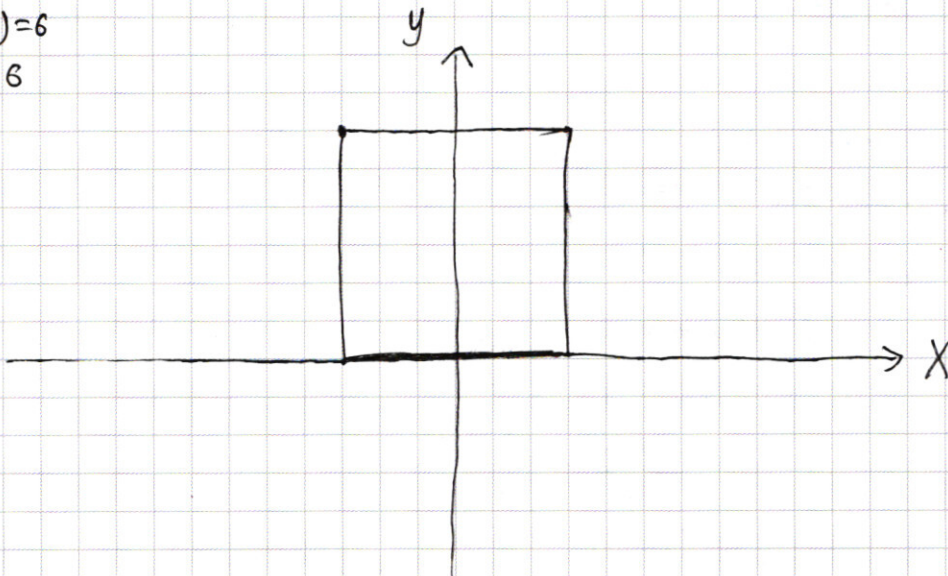
$$\begin{cases} 2(y-3) = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x = 6 \\ y-3+x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x = -6 \\ y-3+x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -6+6=0 \\ x = 3 \end{cases}$$

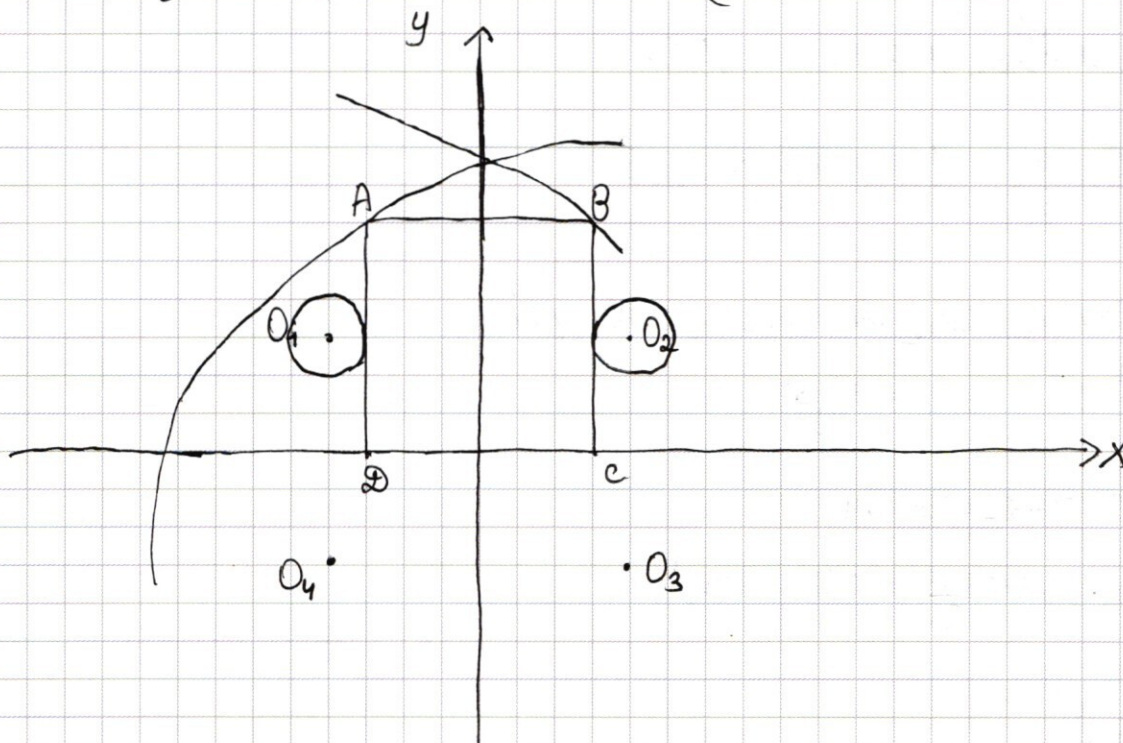
$$\begin{cases} y-3-x = 0 \\ y-3+x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-3-x = 0 \\ y-3+x = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Второе уравнение задаёт 4 окр-ти радиуса $\sqrt{a}$ (с центрами $(-4; -3)$ $(4; 3)$ $(4; 3)$ $(-4; -3)$)



при равно два решения получается когда $\sqrt{a} = O_3A$, либо когда $\sqrt{a} = 1$ (касание)

$$O_3 = (4; -3), A = (3; 6)$$

$$O_3A = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{49 + 81} = \sqrt{130} = \sqrt{a}$$

$$\begin{cases} a = 130 \\ a = 1 \end{cases}$$

Три других а эти окружности будут
Три других а ~~или~~ либо больше 2, либо меньше

Ответ: $a = 1; a = 130$

№1

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$5 \cdot 3 > 10$$

$$3^2 < 10$$

1) Рассмотрим случай, когда исконое число содержит в записи цифру.

Тогда остаются цифры 1, 1, 1, 3, 5, 5, 5

$$N = \frac{4!}{3!} \cdot C_8^3 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 32 \cdot 7$$

2) Когда в исконом числе только тройки и пятёрки:

$$N = C_8^2 \cdot C_6^2 = 7 \cdot 15 = \frac{56 \cdot 15}{2}$$

$$N_0 = 32 \cdot 7 + \frac{56 \cdot 15}{2} = 644$$

$$\text{Ответ: } 32 \cdot 7 + \frac{56 \cdot 15}{2} = 644$$

№7

$$\begin{cases} y > 2 + 3 \cdot 2^x \\ y \leq 70 + (2^x - 1) \cdot x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1) \cdot x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 3 \cdot 2^6 + 2^{64} \cdot x - x$$

$$2^x + 6 \cdot 2^{64} = 6 - x + 2^6 + 2^{64} \cdot x$$

$$(6 - x) \cdot 2^{64} - (6 - x) + 2^x \cdot 2^6 = 0$$

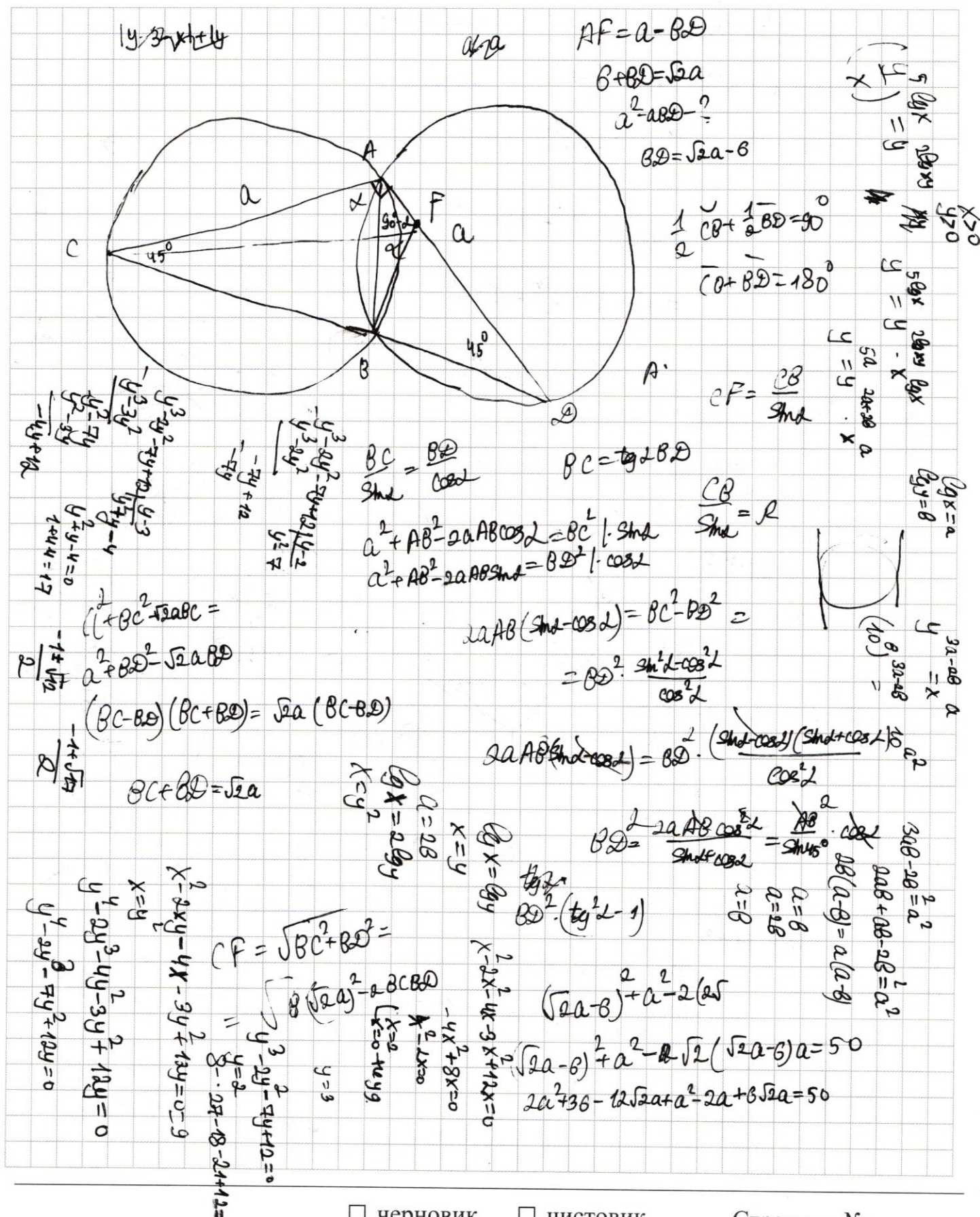
$$(6 - x) (2^{64} - 1) + 2^x \cdot 2^6 = 0$$

При $x = 6$ и при $x = 70$ достигается рав-во
 $(-64 \cdot 2^{64} + 64 + 2^{70} - 2^6 = 0)$

График $f(x) = 2^x$ и график линейной $f(x)$ имеют больше 2-ух общих точек $\Rightarrow x \in (6; 70)$ $N = 70 - 6 - 1 = 63$

Ответ: 63

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

3.3

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$x > 6$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = y$$

1/2

$$x = 6$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^6 + 3 \cdot 2^{64} + 2^{64}x - x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{64} = 2^6 + 3 \cdot 2^{64} + 2^{64}x - x$$

$$2^x - 2^6 = 3 \cdot 2^{64} (1 - 2^{64}) - x(1 - 2^{64}) =$$

$$= (6 - x)(1 - 2^{64}) = 2^x - 2^6$$

$$C_8^2 = 28$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

1 6 c

9

$$(2^{64} - 1)(x - 6) = 2^x - 2^6 = 2^6(2^{x-6} - 1)$$

$$3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 28$$

$$2^x - 2^6$$

$$x = 6$$

$$x = 70$$

$$28 \cdot 15 =$$

$$y - 3 - x$$

$$= (20 + 8) \cdot 15 =$$

$$= 300 + 120 =$$

$$420$$

$$y - 3 - x \geq 0$$

$$y > x + 3$$

$$y - 3 + x \geq 0$$

$$y \geq -x + 3$$

$$y \geq x + 3$$

$$y \geq -x + 3$$

$$x(y - 3) = 4^3$$

$$y = 6$$

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$

$$K_0 = 90$$

$$\frac{x}{2x + x} = \frac{1}{2}$$

$$2x = 20 + x$$

$$x = 20$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$= 70 + 35 \cdot 10.5$$

$$= 15.7 =$$

$$0.501$$

$$\frac{8 \cdot 15}{791} = 978$$

$$= (0.01 + 0.01) \cdot 7$$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \pi \quad x = \frac{\pi n}{7}$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 7x + \frac{\pi}{4} + 2 \sin 4x = 0 \quad \left(\frac{3}{x}\right)^6 = x^{18}$$

$$\cos 7x + \frac{\pi}{4} = \sin 4x$$

$$\cos 7x + \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{2} - 4x$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^{2 \lg xy}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{2 \lg xy}} = y$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^{5 \lg x} = x$$

$$\lg x = a$$

$$\lg y = b$$

$$10^a = x$$

$$10^b = y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 + 12y - 4x = 0$$

$$\lg_2 b$$

$$\lg_2 b = c$$

$$a^c = b$$

$$\frac{y^{5a}}{x^{2a+2b}} = y$$

$$y^{3a-2b} = x^a$$

$$\left(\frac{1}{x \cdot y}\right)^{5 \lg x}$$

$$\lg_{10} x = t$$

$$10^t = x$$

$$\lg_{10} x = t$$

$$10^t = x$$

$$x^t = (10^t)^t$$

$$x^{-t} = (10^t)^{-t} = \frac{1}{10^t}$$

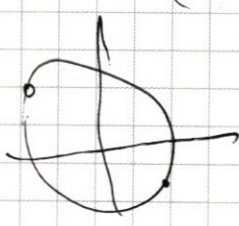
$$(-10)^a = 10^{3a-2b}$$

$$10^a = 10^{3a-2b}$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$a = b$$

$$a = 2b$$



abcdefgR

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ - 30 \overline{) 675} \\ \hline 37 \\ - 35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ - 65 \overline{) 135} \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ - 10 \overline{) 27} \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 3 \\ 3 \cdot 5 = 15^3 \\ 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

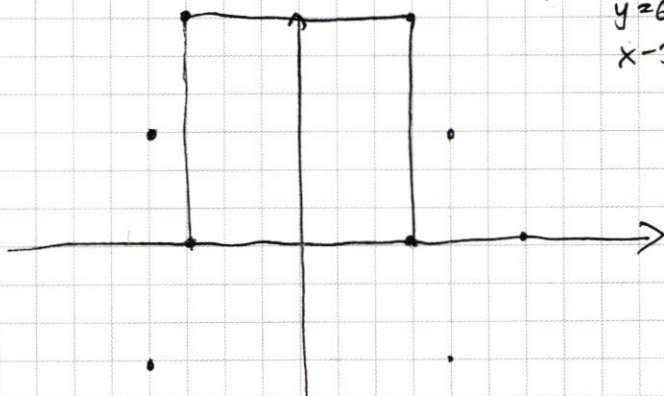
$$2250 + 900 + 225 =$$

$$= 3150 + 225 = 3375$$

$$|y-6| + |y| = 6$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x-4|)^2 + (|y-3|)^2 = a \end{cases}$$



$$\begin{array}{l} y-3-x=6 \\ y-3+x=0 \\ 2(y-3)=6 \\ y=6 \\ x=3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y-3+x=6 \\ y-3-x=0 \\ (y-3)=3 \\ y=6 \\ x=3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y-3-x=-6 \\ y-3+x=0 \\ y-3=-6 \\ y=0 \end{array}$$

$$x = y-3+6 = 3$$

$$\begin{array}{l} y-3+x=-6 \\ y-3-x=0 \end{array}$$

$$\left((2^{64}-1)(6-x) + 2^{x-2^6} \right) = - (2^{64}-1) + 2^x \ln 2 =$$

$$\begin{array}{l} y > 2^{x+3} \cdot 2^{65} > 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64}-1)x \end{array}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64}-1)x$$

$$\begin{array}{l} (2^{64}-1)(6-x) + 2^{x-2^6} = 0 \\ = 2^x \ln 2 - 2 + 1 \neq 0 \end{array}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^6 + 2 \cdot 3 + 2^{64}x - x$$

$$2^x - 2^6 = 2^6 \neq$$

$$2^x + 2^{64}(6-x) = 2^6 + 6 - x$$

$$\text{т.к. } x \geq 6$$

$$(2^{64}-1)(6-x) + 2^{x-2^6} = 0$$

$$(2^{64}-1)(6-70)$$

$$\begin{array}{l} x=70 \\ 70 \cdot 6 + (6-70)(2^{64}-1) \neq 0 \\ 2^6(2^{64}-1) - 64(2^{64}-1) = 0 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = -2 \sin 4x \sin 7x$$

$$\sin 11x - \sin 3x = 2 \sin 4x \cos 7x$$

$$\cos 11x - \cos 3x - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x = 0 \end{cases}$$

$$1) \sin 7x + \cos 7x = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = -\frac{\sqrt{\pi}}{28} + \frac{\pi k}{7}$$

$$2) \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} (\cos 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) = 2 \cdot \cos(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \cos(7x + \frac{\pi}{4}) + 2 \sin 4x = 0$$

$$\cos(7x + \frac{\pi}{4}) = -\sin 4x$$

$$\cos(7x + \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{2} + 4x)$$

⇓

$$\begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 4x + 2\pi n \\ 7x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} - 4x + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ \mu x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3} \\ x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}; x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}; x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; n, k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{3}$

$$\begin{cases} \left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$x, y > 0$$

$$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg xy}$$

$$\begin{aligned} \lg x &= a \\ \lg y &= b \\ \lg xy &= \lg x + \lg y = a + b, \quad 10^a = x, \quad 10^b = y \end{aligned}$$

$$\frac{y^{5a}}{x^a} = y^{2a+2b}$$

$$x^a = y^{3a-2b}$$

$$(10^a)^a = (10^b)^{3a-2b}$$

$$10^{a^2} = 10^{3ab-2b^2}$$

$$a^2 = 3ab - 2b^2 \quad (\text{т.к. степенная ф-ция монотонно возрастает, то области определения})$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$a^2 - ab - 2ab + 2b^2 = 0$$

$$a(a-b) + 2b(b-a) = 0$$

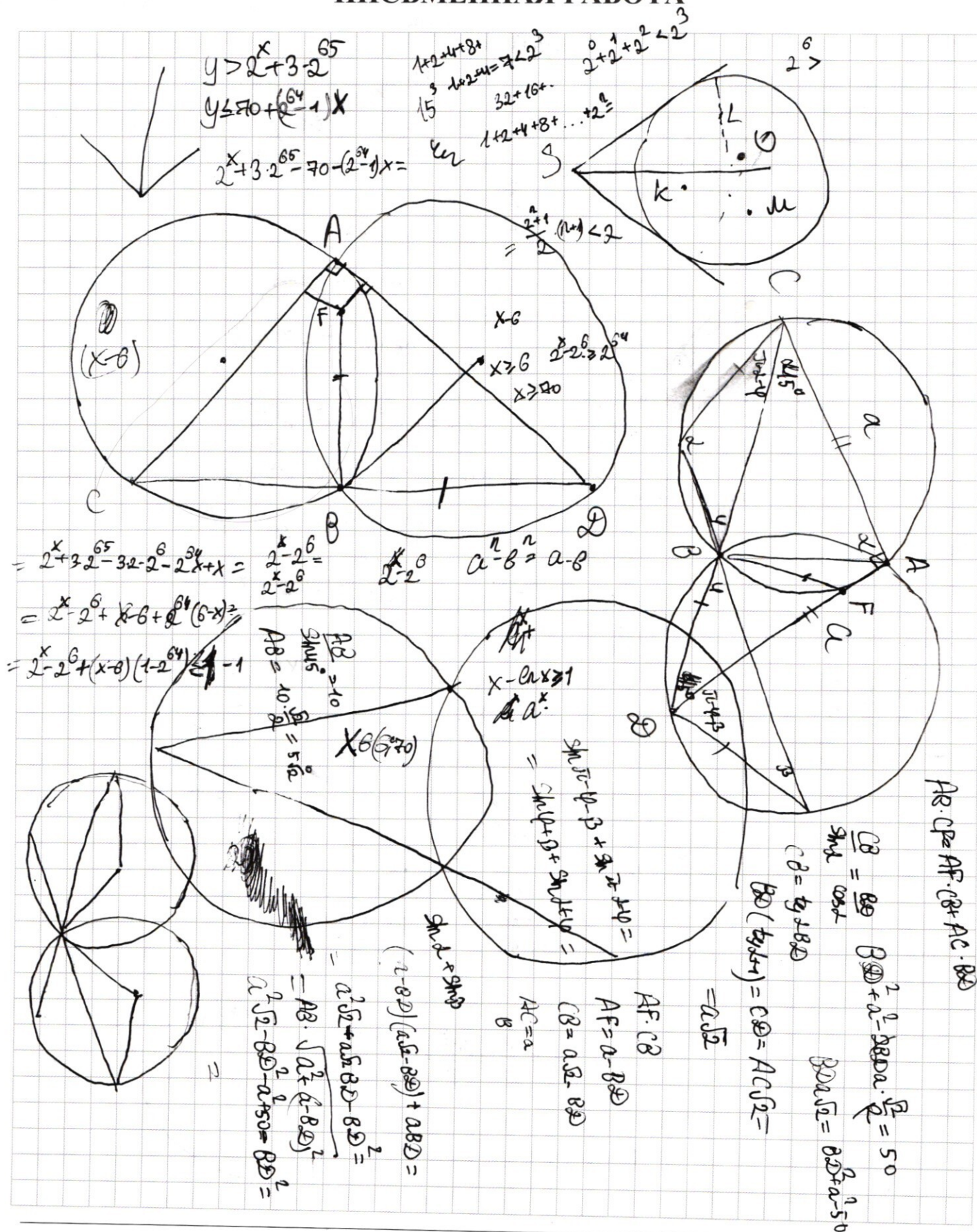
$$(a-2b)(a-b) = 0$$

$$\begin{cases} a = b \\ a = 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg y \\ \lg x = 2\lg y \end{cases}$$

1) $\lg x = \lg y \Rightarrow x = y$ (т.к. ф-ция $\lg x$ монотонно возрастает.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$59.2.65 < 59.2.65 + x < 60$$

$$1 \leq x y - x$$

$$x - x_{n_0} \leq x y_{n_0}$$

$$0 \leq x(1 - \frac{1}{n_0}) - x y_{n_0}$$

$$0 = (k - \frac{c}{2})(x - 2) + \frac{c}{2} - c$$

$$x(4 - \frac{2}{10}) + 0.5 = \frac{2 \cdot 2}{5} + \frac{2}{x}$$

$$x(1 - \frac{1}{10}) + 0.5 \leq h$$

0170
1002
0077
0707
1010
1100

1200 79 00 12

A hand-drawn diagram on a grid background showing a curved surface. The surface is represented by a thick black arc. Several points are marked on the surface with mathematical expressions: $1.2 \cdot 3 \cdot 5$ at the top left, $3 \cdot 5$ at the top right, $3 \cdot 5$ at the bottom left, and $3 \cdot 5$ at the bottom right. The expressions are written in a stylized, handwritten font.