

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

$$3375 = 3^3 \cdot 5^3 \quad x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 3^3 \cdot 5^3$$

$$3^2 = 9 \quad 3^3 > 9 \quad 5^2 > 9$$

$$0 \leq x_1 \leq 9$$

$$0 \leq x_9 \leq 9$$

$$1) 3375 = 3^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$2) 3375 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

$$1) 8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4$$

$$2) \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2$$

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 (2+1) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 1680$$

Ответ: 1680.

N2.

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 4x \\ -2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\ -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\sin 7x + \cos 7x) \\ -\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right) (\sin 7x + \cos 7x) \\ -\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) &= \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) (\sin 7x + \cos 7x) \end{aligned}$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) + \sin 4x) = 0,$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right) \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2} \right) \right) = 0,$$

$$-\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0,$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \text{ или } \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \text{ или } \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0,$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z},$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \text{ или } \frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi m, m \in \mathbb{Z},$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \text{ или } x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}, m \in \mathbb{Z}.$$

N3.

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$10^{\lg y \cdot 5 \cdot \lg x} = 10^{\lg y \cdot 2\lg xy}$$

$$\frac{10^{\lg^2 x}}{10^{\lg^2 x}} = 10^{\lg y \cdot 2\lg xy}$$

$$10^{\lg y \cdot 5 \cdot \lg x - \lg^2 x} = 10^{\lg y \cdot 2\lg xy}$$

$$5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x = \lg y \cdot 2(\lg x + \lg y),$$

$$5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x = 2\lg x \cdot \lg y + 2\lg^2 y,$$

$$2\lg^2 y - 3\lg y \cdot \lg x + \lg^2 x = 0, \quad \lg^2 x > 0$$

$$\frac{2(\lg y)^2}{(\lg x)^2} - 3\frac{(\lg y)}{(\lg x)} + 1 = 0, \quad \frac{\lg y}{\lg x} = z$$

$$2z^2 - 3z + 1 = 0,$$

$$(2z - 1)(z - 1) = 0,$$

$$z = \frac{1}{2} \text{ или } z = 1,$$

$$\lg y \cdot \lg x = 2\lg y \text{ или } \lg x = \lg y,$$

$$\lg x = \lg y^2 \text{ или } x = y,$$

$$x = y^2 \text{ или } x = y.$$

$$\text{или } \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0, \\ xy > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ y > 0. \end{cases}$$

$$\text{Если } \lg x = 0, \text{ то } 2\lg^2 y = 0, \\ \lg y = 0$$

$$x = 1 \text{ и } y = 1.$$

$$1 - 2 - 4 - 3 + 12 \neq 0.$$

$$\text{Если } \lg y = 0, \text{ то } \lg x = 0.$$

$$1) \underline{x = y^2} \quad y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0,$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0,$$

$$y(y^3 - 3y^2 + y^2 - 3y - 4y + 12) = 0,$$

$$y(y - 3)(y^2 + y - 4) = 0,$$

$$y = 0 \text{ или } y = 3 \text{ или } y^2 + y - 4 = 0,$$

$$\underline{x = 9} \quad D = 1 + 16 = 17,$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$x = \frac{17 + 1 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$2) \underline{x = y}. \quad x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0,$$

$$x^2 - 2x = 0,$$

$$x(x - 2) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x = 2.$$

$$\underline{y = 2}.$$

$$\text{Ответ: } (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right); (2; 2).$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, & a \geq 0 \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 = a. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} & \begin{cases} y-3-x+y-3+x=6, \\ y=12, \\ y=6. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y < -x+3 \end{cases} & \begin{cases} y-3-x-y+3-x=6, \\ -2x=6, \\ x=-3. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & \begin{cases} y < x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} & \begin{cases} -y+3+x+y-3+x=6, \\ 2x=6, \\ x=3. \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) & \begin{cases} y < x+3 \\ y < -x+3 \end{cases} & \begin{cases} -y+3+x-y+3-x=6, \\ -2y+6=6, \\ y=0. \end{cases} \end{aligned}$$

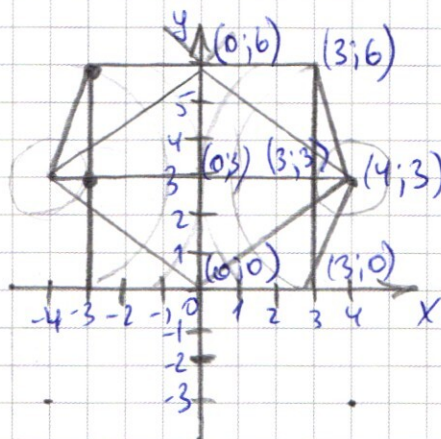
$$\begin{aligned} 2.1) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} & \begin{cases} (x-4)^2 + (y-3)^2 = a, \\ O_1(4,3); R_1 = \sqrt{a} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} & \begin{cases} (x-4)^2 + (y+3)^2 = a, \\ O_2(4,-3); R_2 = \sqrt{a} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} & \begin{cases} (x+4)^2 + (y+3)^2 = a, \\ O_3(-4,-3); R_3 = \sqrt{a} \end{cases} \end{aligned}$$

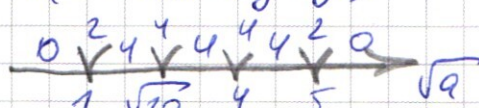
$$\begin{aligned} 4) & \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \end{cases} & \begin{cases} (x+4)^2 + (y-3)^2 = a, \\ O_4(-4,3); R_4 = \sqrt{a} \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 1; 25.



Не будем рассматривать 3 и 4 четверти, т.к. 1 график там нет, а для окружностей мы брали значения только 1-й четверти.

Расстояние между точками - $\sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$



$$\sqrt{a} = 1 \text{ или } \sqrt{a} = 5, \\ a = 1 \text{ или } a = 25.$$

№7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x. \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + (2^{64} - 1)x$$

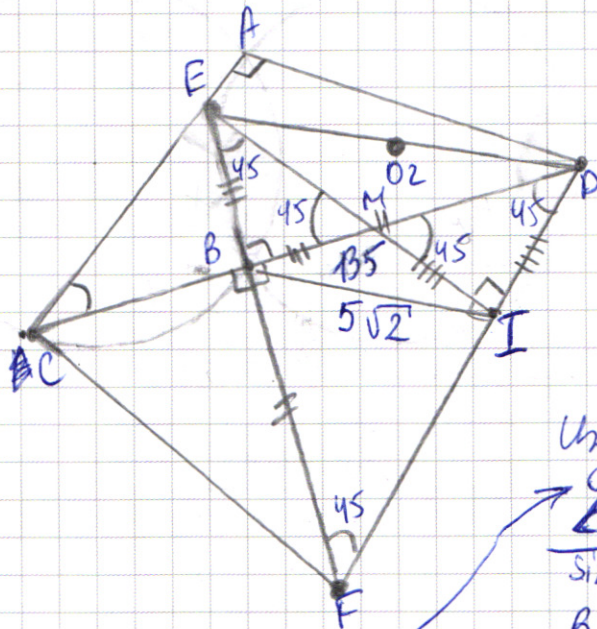
$$\begin{aligned} 2^x + 6 \cdot 2^{64} &\leq 70 + 2^{64}x - x \\ 2^{64}(x-6) - x &\geq 2^x - 70 \\ y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} &> 3 \cdot 2^{65} \end{aligned}$$

$$y > 3 \cdot 2^{65}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^{65} &< 70 + (2^{64} - 1)x \\ x &> \frac{3 \cdot 2^{65} - 70}{2^{64} - 1} = \frac{6 \cdot 2^{64} - 70}{2^{64} - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2^{64} - 1)x &> 0, \text{ т.к. } 70 < 2^x + 3 \cdot 2^{65} \text{ независимо от } x \\ 2^{64} - 1 &> 0, \text{ значит, } x > 0 \end{aligned}$$

№6.



Продолжим FB до пересечения с AC в точке E

Около EADB можно описать окружность, т.к. $\angle EAD + \angle EBD = 180^\circ$

$E \in \omega_2$

$\angle EID = \angle EBD = 90^\circ$, т.к. они опираются на 1 дугу

из $\triangle BEI$ по теореме синусов

$$\frac{BI}{\sin \angle BEI} = 2R$$

$$BI = 2R \sin \angle BEI = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\angle BFD = \angle BDF = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ, \text{ т.к.}$$

$$BF = BD$$

$$\angle IMD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

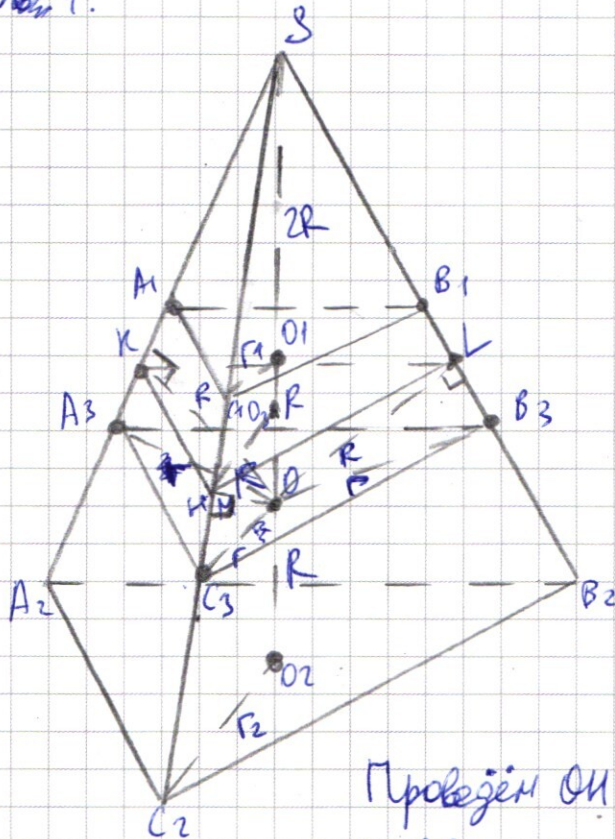
$$\angle EMB = \angle IMD = 45^\circ \text{ как вертикальные}$$

$$\angle BEI = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\angle BME = 135^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4.



$\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle KLM \sim \triangle A_2B_2C_2$
т.к. все стороны ~~взаимно~~ соответственно
параллельны и вершины принадлежат
сторонам боковым ребрам ~~или~~
треугольной пирамиды

$\triangle SO_1C_1 \sim \triangle SO_2C_2 \sim \triangle SO_3M \sim \triangle SO_2C_2$
т.к. $O_1C_1 \parallel O_2C_2 \parallel O_3M \parallel O_2C_2$

$$\frac{r_1}{r_2} = k \quad k = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$r_1 = 0,5r_2$$

$$\frac{O_1S}{O_2S} = \frac{1}{2} \quad O_1O_2 = 2R$$

$$r = 1,5r_1$$

Проведем $OH \perp SC_3$ $OH = R$

$$\frac{SO_3}{SO} = \frac{r_3}{r} \quad SC_3 = \sqrt{r^2 + 3R^2}$$

$$OH = \sqrt{r^2 - C_3H^2} = R \quad OH = \sqrt{9R^2 - SH^2} = R$$

$$r^2 - C_3H^2 = 9R^2 \quad r^2 - C_3H^2$$

$$9R^2 - SH^2 = R^2$$

$$SH^2 = 8R^2$$

$$SH = 2\sqrt{2}R$$

$$SH = 2\sqrt{2}R$$

$$r^2 + 3R^2 - 2\sqrt{2}R = C_3H$$

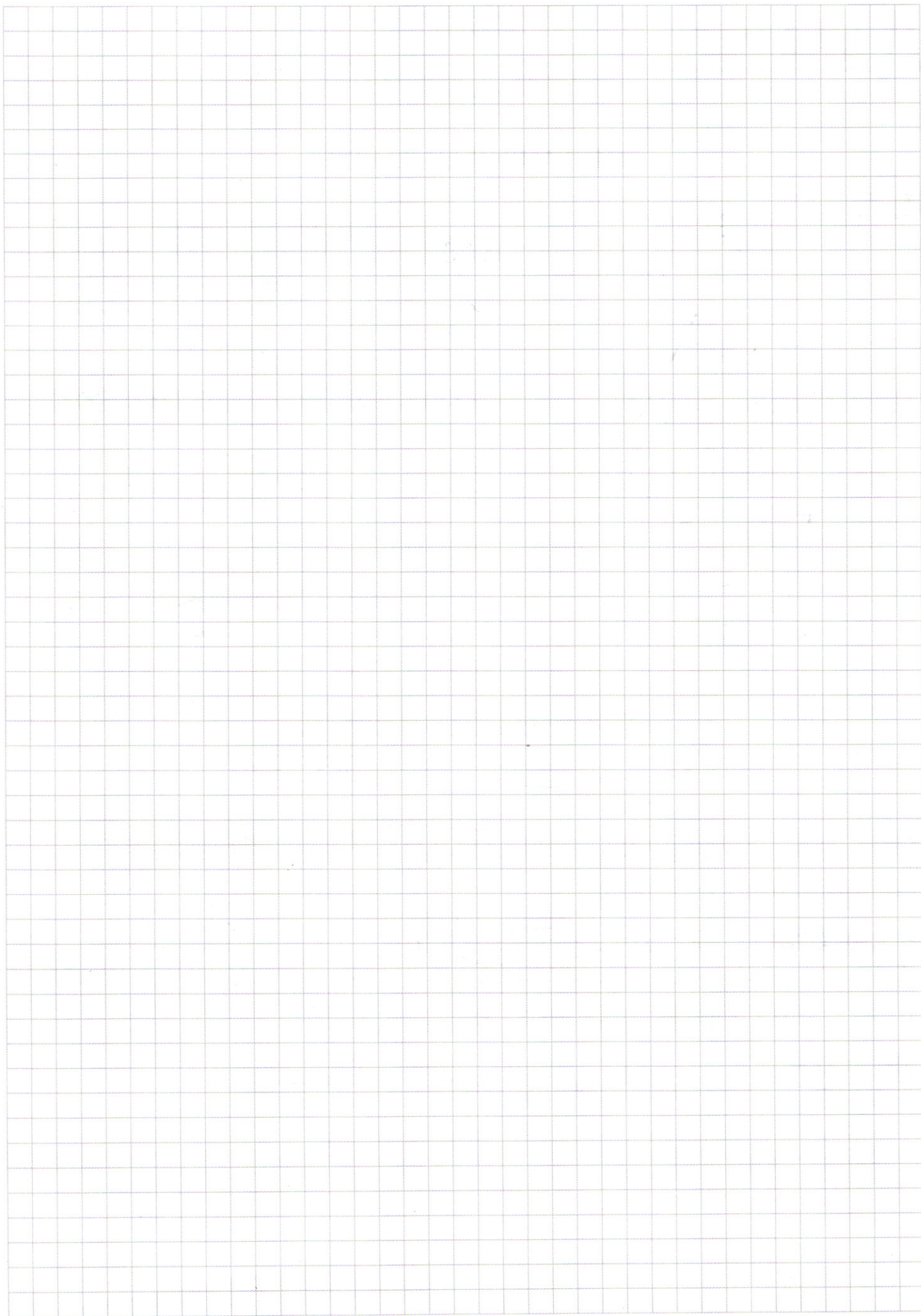
$$C_3H^2 = r^2 + 3R^2 + 8R^2 - 4\sqrt{2} \sqrt{r^2 + 3R^2} \cdot R$$

$$C_3H = \sqrt{r^2 + 3R^2 + 8R^2 - 4\sqrt{2} \sqrt{r^2 + 3R^2} \cdot R}$$

$H = M$, т.к. сфера касается SC_2 в точке M

$$\frac{SM}{SC_3} = \frac{SO_3}{SO} = \frac{r_3}{r} \quad \frac{S_{KLM}}{S_{A_2B_2C_2}} = \left(\frac{O_3M}{O_2C_2}\right)^2 = \frac{SM}{SC_3} = \frac{SM}{SM + C_3H}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}R}{2\sqrt{2}R + C_3H}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$ $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h =$
 $1125 = 3^3 \cdot 5^3$ $abcde fgh$ $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 3^3 \cdot 5^3$
 $375 = 3 \cdot 5^3$
 $125 = 5^3$
 $25 = 5^2$
 $5 = 5^1$
 $1 = 5^0$

$0 \leq x_1, x_2, \dots, x_8 \leq 9$ $3^2 = 9$ $3^3 = 27 > 9$ $5^2 = 25 > 9$
 1) $3^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ 1) $8 \cdot 4 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4$
 2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$ 2) $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} = 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2$
 $8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 + 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 =$
 $= 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2(2+1) = 56 \cdot 10 \cdot 3 = 1680$ Ответ: 1680

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x, \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x) \cdot 2(\lg x + \lg y)$
 $(\cos 11x + \sin 3x) - (\cos 3x + \sin 11x) = \sqrt{2} \cos 14x, y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} = y^{2 \lg xy}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x$ $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \\ xy > 0 \end{cases}$ $\frac{y^{5 \lg x}}{x^{5 \lg x}} = y^{2 \lg xy}$
 $\left(\frac{y}{x}\right)^{5 \lg x} = y^{2 \lg xy}$
 $x^2 - 2xy - 4y^2 + 12y = 0$ $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 12y + 36 = 40 - x^2$
 $(x-2)^2 + (y+6)^2 - (2y+x)^2 = 40 - x^2$ $\cos \alpha - \cos \beta$
 $(x-2)^2 + (y+6)^2 + x^2 = (2y+x)^2 + 40$ $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$
 $2^x + 3 \cdot 2^{65} < y \leq 70 + (2^{64} - 1)x,$ $\cos \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$
 $2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + (2^{64} - 1)x,$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$
 $2^x + x - 2^{64}x < 70 - 3 \cdot 2^{65}$ $-2 \sin 4x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x,$
 $2^x + x(1 - 2^{64}) < 70 - 3 \cdot 2^{65}$ $-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 14x$
 $y > 3 \cdot 2^{65}$ $x > 0$ $\sqrt{2} \sin 4x = (\cos 7x + \sin 7x) \sqrt{2} \cos 7x$
 $70 + (2^{64} - 1)x > 3 \cdot 2^{65}$ $\sin 4x (\cos 7x - \sin 7x) = (\cos 7x - \sin 7x) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right)$
 $70 = 2^{64} +$ $\sin 4x / (\cos 7x - \sin 7x) = (\cos 7x - \sin 7x) / \sin(7x + \frac{\pi}{4})$
 $(2^{64} - 1)x > 3 \cdot 2^{65} - 70$ $(\cos 4x - \sin 4x) / \sin(7x + \frac{\pi}{4}) - \sin 4x = 0, \left[7x - \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ или } \right.$
 $x > \frac{3 \cdot 2^{65} - 70}{2^{64} - 1}$ $\sin(7x - \frac{\pi}{4}) / 2 \sin(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}) = 0, \left. \left[\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \right. \right.$
 $\sin(7x - \frac{\pi}{4}) \sin(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}) = 0,$

$$|y-3-x|+|y-3+x|=6, \quad a \geq 0.$$

$$(x-4)^2+(y-3)^2=a.$$

$$1) x \geq 0, y \geq 0, (x-4)^2+(y-3)^2=a, O_1(4;3); R_1=\sqrt{a}$$

$$2) x \geq 0, y < 0, (x-4)^2+(y+3)^2=a, O_2(4;-3); R_2=\sqrt{a}$$

$$3) x < 0, y \geq 0, (x+4)^2+(y-3)^2=a, O_3(-4;3); R_3=\sqrt{a}$$

$$4) x < 0, y < 0, (x+4)^2+(y+3)^2=a, O_4(-4;-3); R_4=\sqrt{a}$$

$$1) y = x+3, y = -x+3$$

$$1) y \geq x+3, y \geq -x+3, y-3-x+y-3+x=6, 2y=12, y=6.$$

$$2) y \geq x+3, y < -x+3, y-3-x-y+3-x=6, -2x=6, x=-3.$$

$$3) y < x+3, y \geq -x+3, -y+3+x+y-3+x=6, 2x=6, x=3.$$

$$4) y < x+3, y < -x+3, -y+3+x-y+3-x=6, -2y=6, y=-3.$$

$$\frac{y}{x} = \lg x, 2 \lg x + 2 \lg y = y \lg x$$

$$\frac{10 \lg y \cdot \lg x}{10 \lg x} = 10 \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$10 \lg y \lg x - \lg^2 x = 10 \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$10 (5 \lg y \lg x - \lg^2 x) = 10 \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$1 = 10 \lg y \cdot 2 \lg xy, 2^{24}(x-6) \geq 2^x - 64$$

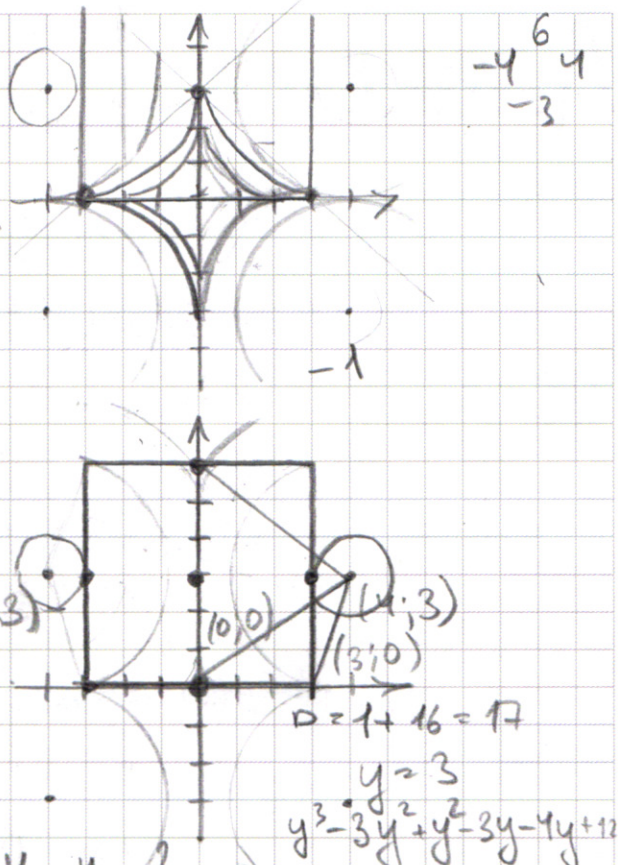
$$10 \lg y \cdot 2 \lg xy \leq 10, 2^x = 6 \cdot 2^{24} \leq 70 + x \cdot 2^{24} - 6$$

$$\lg y \cdot 2 \lg xy = 0, 2^5 + 6 \cdot 2^{24} < 70 + 6 \cdot 2^{24} - 6$$

$$\lg y = 0 \text{ или } \lg(xy) = 0, 2^5 + 6 < 70$$

$$y = 1 \text{ или } xy = 1, y = \frac{1}{x}, 2^5 + 6 < 70$$

$$x^2 - 2x - 4 - 3 + 12 = 0, x^2 - 2x + 5 = 0, D = x \geq 6 + \frac{2^x - 2^{24}}{2^{24}}$$



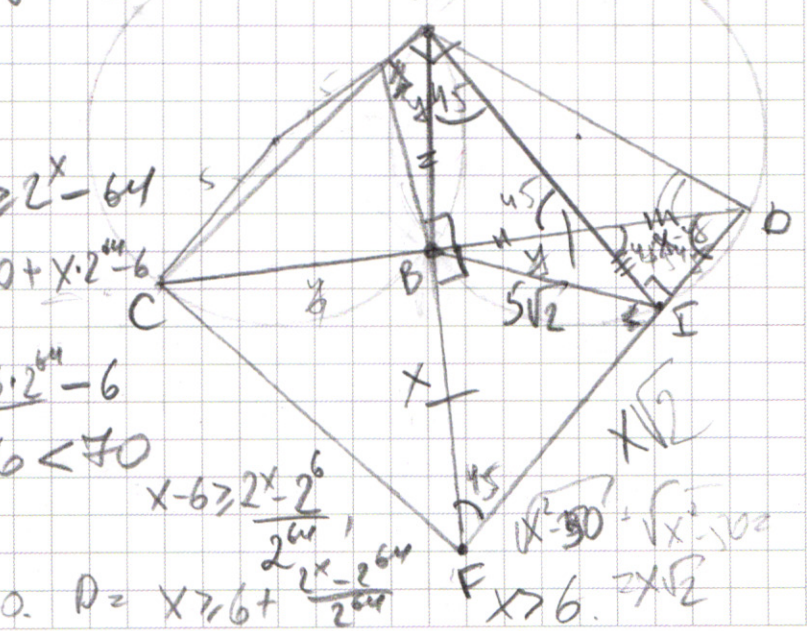
$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 2 \\ \sqrt{1} & \sqrt{10} & 4 & 5 & \sqrt{a} \end{array}$$

$$\sqrt{1+9} = \sqrt{10}, \sqrt{16+9} = 5, \text{ Ответ: } 1; 5.$$

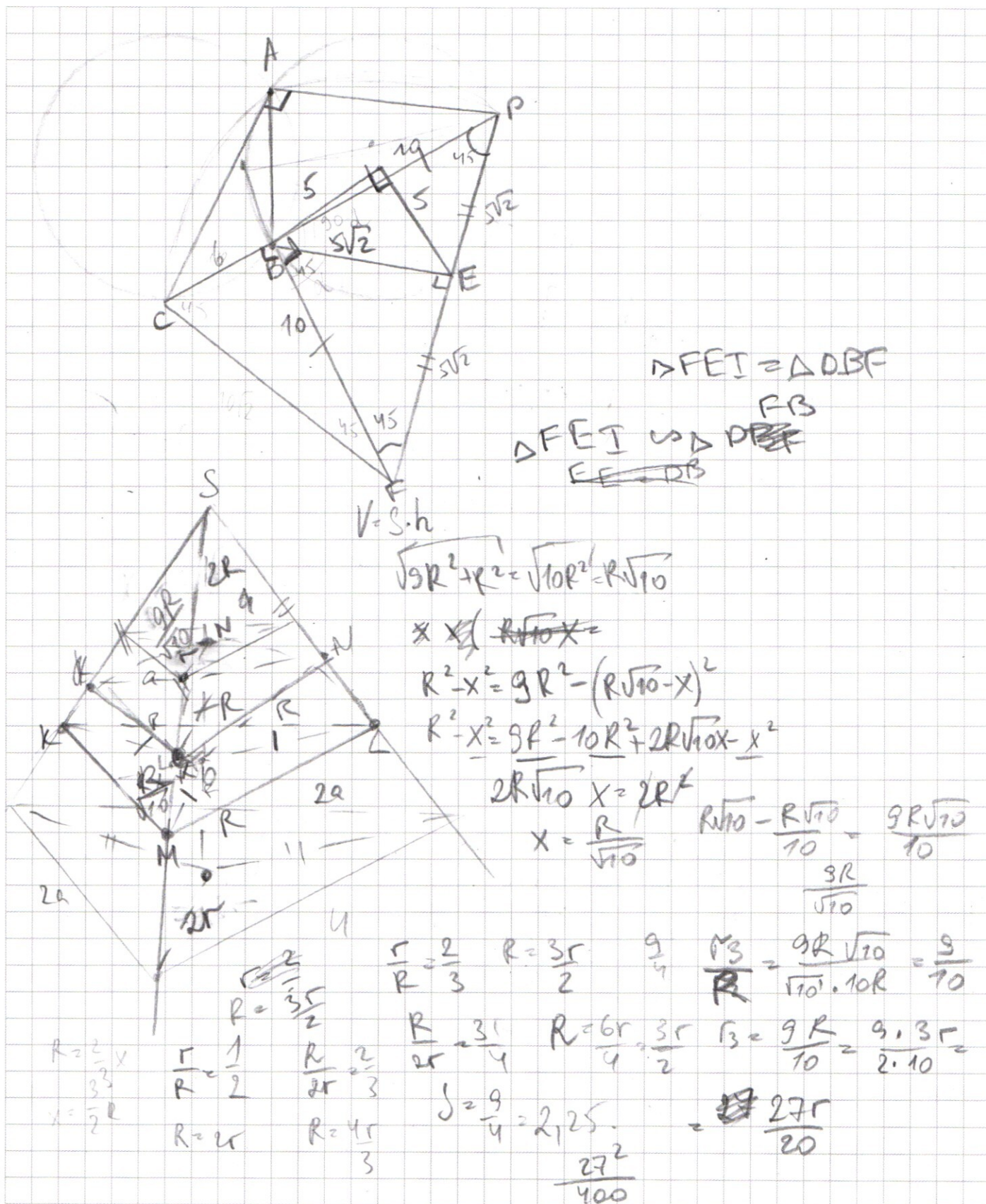
$$x^2 - 2 - 4x - \frac{3}{x^2} + \frac{12}{x} = 0,$$

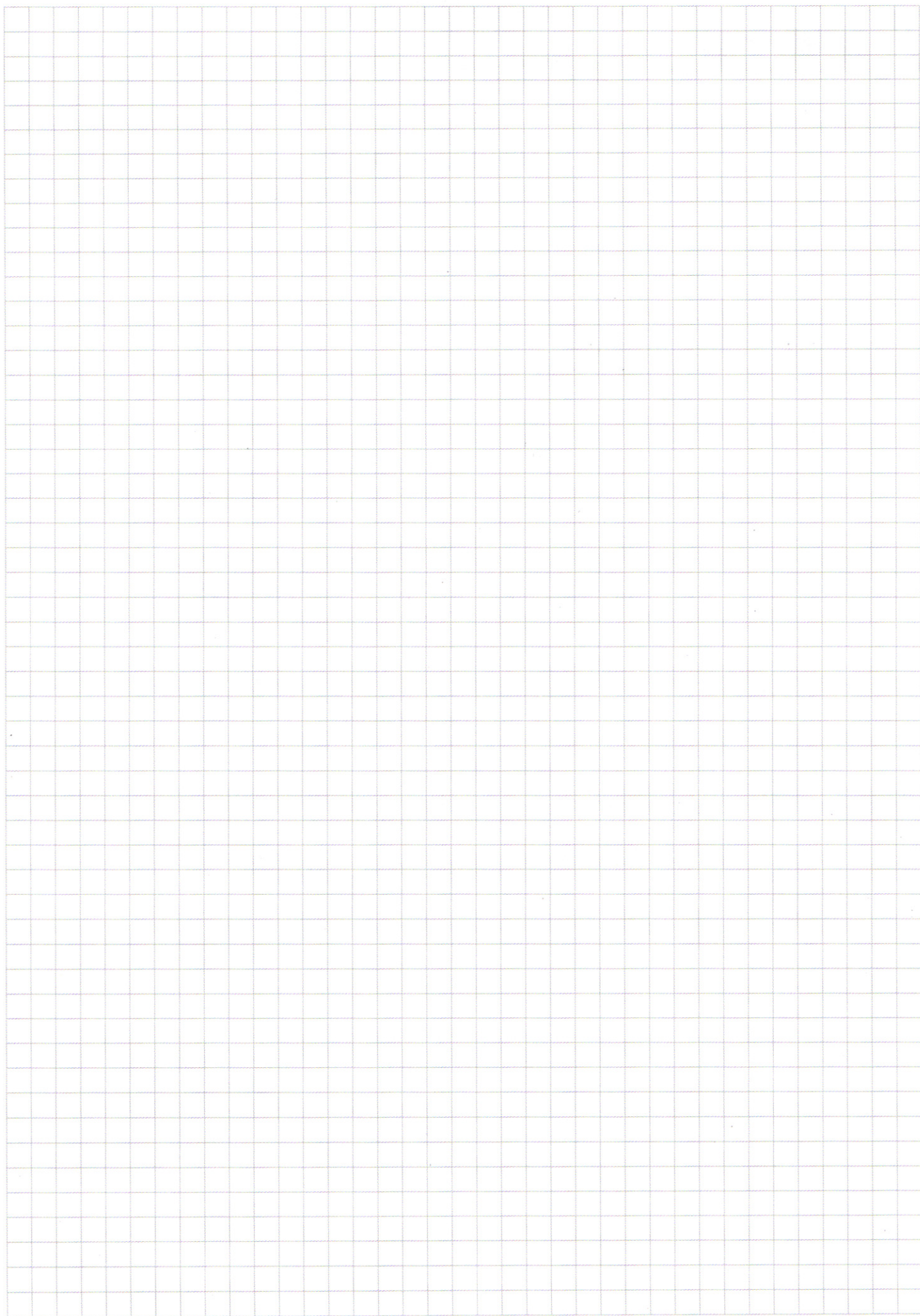
$$(x^2 - \frac{3}{x^2}) - 4(x - \frac{3}{x}) - 2 = 0, y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0,$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0, 27 - 18 - 21 + 12 = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)