МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~cos 11x~~ (

$\cos 11x - \sin 11x + (\cos 3x - \sin 3x) =$

$= \sqrt{2}\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 11x\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x\right)\right)$

$\cancel{\sqrt{2}\left(\cos\left(11x+\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}\cos 14x}$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x$

$\sqrt{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right) = \sqrt{2}\cos 14x$

$2\cos\frac{\pi}{4}\cos 14x$

$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \cos 14x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \cos 14x\right)$

$\cancel{= \cos\frac{\pi}{4}\cos}$

~~cos(7x − 4x)~~

$-\sqrt{2}\sin 7x\sin 4x - \sqrt{2}\sin 4x\cos 7x = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x) =$

$\sqrt{2}\sin 7x\sin 4x + \sqrt{2}\sin 4x\cos 7x + (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) =$

$= \sqrt{2}\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) + (\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x) = 0$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2}\sin 4x + \cos 7x - \sin 7x) = 0$

$\sin 7x + \cos 7x = 0$

$\operatorname{tg} 7x = -1 \Leftrightarrow 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k\in\mathbb{Z} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\cos 3x\cos 4x - \sin 3x\sin 4x - \sin 3x\cos 4x - \cos 3x\sin 4x$

$\cancel{\sqrt{2}\sin 4x = \cos 7x - \sin 7x}$

$\sqrt{2}\sin 4x = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 7x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 7x\right)$

$\sqrt{2}\sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0$

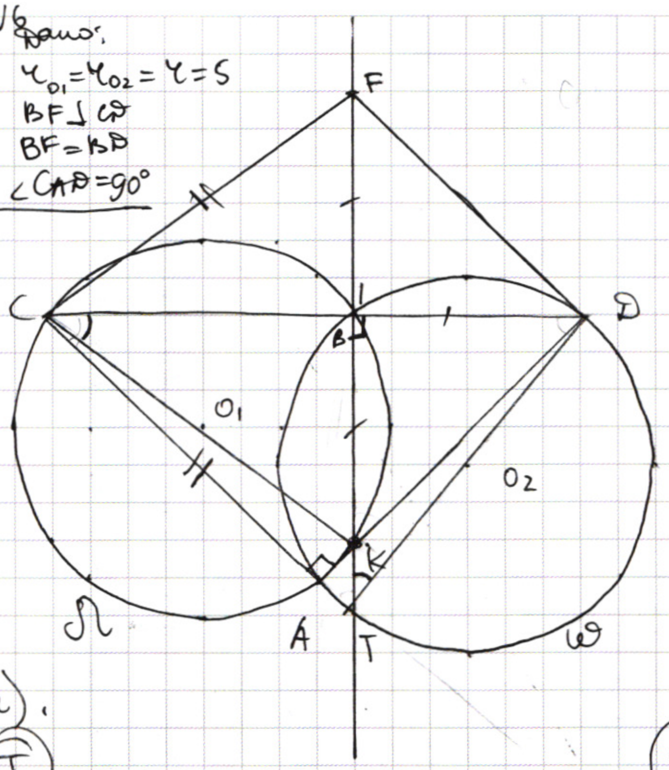
$\sqrt{2}\sin 4x + \cos 3x\cos 4x - \sin 3x\sin 4x - \sin 3x\cos 4x - \cos 3x\sin 4x = 0$

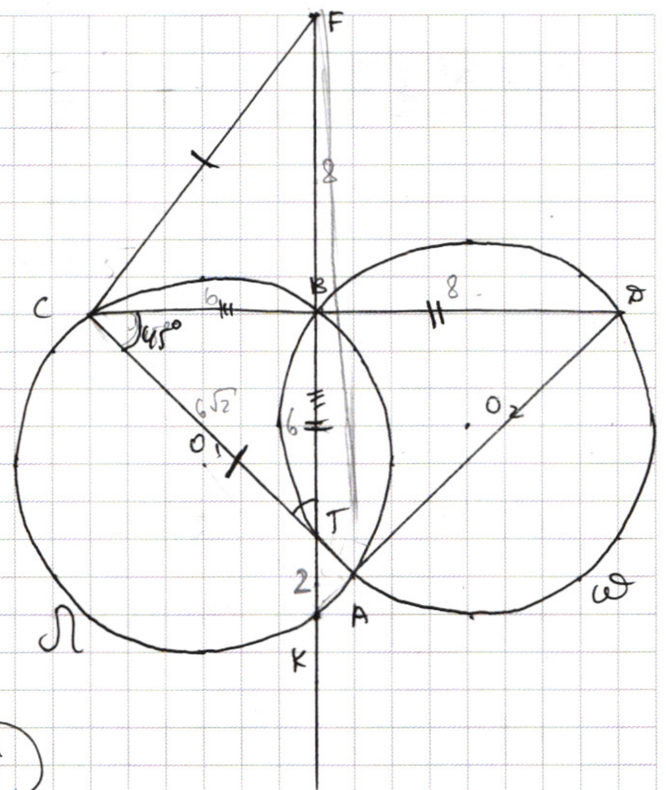
$\sin 4x(\sqrt{2} - \sin 3x - \cos 3x) + \cos 4x(\cos 3x - \sin 3x) = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

№6 Дано:
$r_{O_1}=r_{O_2}=r=5$
$BF\perp CD$
$BF=BD$
$\angle CAD=90^\circ$





а).

I

1. Пусть K — точка, в которой AD перес. окр. с ц-ром в (·) O_1 вторично

2. Заметим, что $\angle BTD$ и $\angle BAD$ опир. на одну дугу $\cup BD$
$\angle BTD=\angle BAD$

Заметим также, что $\angle BAK$ и угол $\angle BCK$ опир. на одну дугу $\cup BK$

тогда $\angle BDT=\angle BAD=\angle BCK$
т.е. $\cup BK=\cup BD$ (градусн. меры), но и рад. окр. р-ны, зн. BD, стяг. дугу $\cup BD$ и BK, стяг. дугу $\cup BK$ р-ны, т.е. $BD=BK$

3. в $\triangle CBK$ и $\triangle CBF$ $BF=BD=BK$, BC — общая, $CD\perp BF$, зн. $\triangle CBK=\triangle CBF$ (по двум сторонам и углу) $\Rightarrow CF=CK$

CK стяг. дугу, на котор. опир $\angle CAD=90^\circ \Rightarrow CK=2r=10$

II

1. Пусть T — точка перес. окр. с ц-ром O_2 и AC

2. $\angle CKB=\angle CAB$ (опир. на одну дугу $\cup BC$)
$\angle TAB=\angle TDB$ (опир на дугу $\cup BT$)

т.е. град. меры $\cup BC$ и $\cup BT$ р-ны и т.к. р-ны рад. окр. хорды BC и BT окр Ω и ω соотв р-ны; тогда $\angle BCT$, $\triangle BCT$ — прямоуг $\angle BCT=45^\circ$

тогда в $\triangle CAD$ — прямоуг $\angle CDA=\angle BCT=45^\circ$, зн., в $\triangle DBK$ — прямоуг $BK=BD=$ $=BF$ (далее то же, что и в п. 3 для предыдущего варианта), и $CF=10$

Отв.: $CF=10$

б). 1. $\triangle CFT$ и $\triangle CFA$ имеют общую высоту, пров. из вершины F, зн. $\dfrac{S_{\triangle CFT}}{S_{\triangle CFA}}=\dfrac{CT}{CA}$ (1)

2. $\triangle CBF$ — прямоуг $\Rightarrow$ по т. Пифагора $BF=8 \Rightarrow BK=8$
$\triangle CBT$ — прямоуг. и равноб. $BT=BC=6$, тогда $KT=2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ΔCBT и ΔKAT подобны по двум углам $\angle CBK = \angle CAK = 90^\circ$, $CTB = \angle KTA$ (как верт.)

зн. $\frac{TK}{CT} = \frac{\cancel{TA}}{\cancel{BC}}$, CT из ΔCBT - прямоуг р-на $6\sqrt{2}$

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{TA}{6} \Rightarrow TA = \sqrt{2} \Rightarrow CA = 7\sqrt{2}$$

$$S_{CFT} = \frac{1}{2} CF \cdot FT \cdot \sin\angle CFT = \frac{1}{2}\left(CF \cdot (BF + BT)\right) \cdot \frac{BC}{CF} =$$

($\sin\angle CFT$ мы можем получить из ΔCBF - прямоуг)

$$= \frac{1}{\cancel{2}}\left(\cancel{10} \cdot \overset{7}{\cancel{14}} \cdot \frac{6}{\cancel{10}}\right) = 42$$

Из соотн. (1)

$$S_{\Delta CFA} = \frac{CA}{CT} \cdot S_{\Delta CFT} = \frac{7\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} \cdot 42 = 49$$

Отв.: $S_{\Delta CFA} = 49$.

№1. По теореме о разл. на простые множители числа:

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$

т.о. чтобы произв. цифр числа делилось на 3375 оно может состоять из:

1. трёх пятерок, трёх троек и двух единиц
2. трёх пятерок, тройки, девятки и трёх единиц

В случае один возможных чисел $\frac{8!}{3!\,3!\,2!} = 56 \cdot 10$

В случае два возможных чисел $\frac{8!}{3!\,3!} = 56 \cdot 20$

Всего $56 \cdot 30 = 1680$ случаев.

Ответ: 1680 восьмизначн. чисел, произв. цифр котор. р-~~но~~ 3375.

№7. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sqrt{2}\sin 7x \sin 4x + \sqrt{2}\sin 4x \cos 7x = -(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$\sqrt{2}\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) + (\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x) = 0$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2}\sin 4x + \cos 7x - \sin 7x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 7x + \cos 7x = 0 \Leftrightarrow \underline{x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}k, k \in Z} \\ \sqrt{2}\sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0 \end{array}\right.$

№5. $\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$ $\left\{\begin{array}{l} ОДЗ: \\ x, y > 0 \end{array}\right.$

(1) $10^{(5\lg y - \lg x)\lg x} = 10^{2\lg xy \cdot \lg y} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5\lg y \cdot \lg x - \lg^2 x = 2\lg^2 y + 2\lg x \cdot \lg y \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \lg^2 x - 3\lg y \cdot \lg x + 2\lg^2 y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (\lg x - \lg y)(\lg x - 2\lg y) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = y^2 \end{array}\right.$

(2) $x = y$

$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$\cancel{-4x^2 + 8x} \quad 4x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (не по ОДЗ)} \\ \underline{x = 2} \text{ (подх)} \end{array}\right.$

$x = y^2$

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$ ($y = 0$ не по ОДЗ)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)

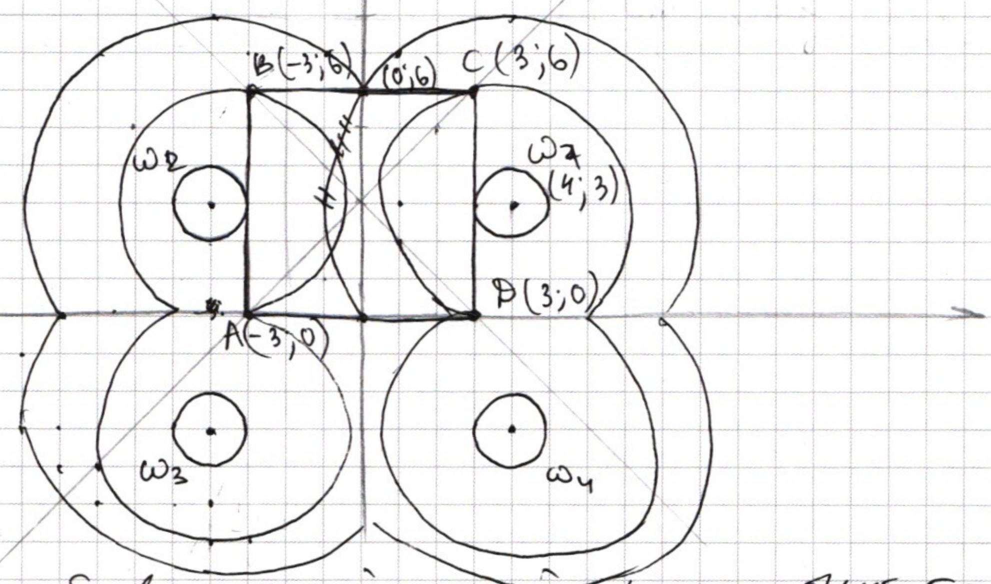
№5.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 & (1)\\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a & (2)\end{cases}$$

(1) – гр-к квадрат со стороной 6 и точкой перес. диагоналей (0;3)

(2) – гр-к окр. с ц-ром в точке (4;3) и рад. $\sqrt{a}$ и её отражение в II, III и IV коорд. четверть-плоскостях



1. Первый возможный случай, когда будет только два решения — когда две верхние окр. ω_1 и ω_2 коснутся сторон квадрата т.е. $a=1$.

~~2. Второй вариант, когда нижние окружности ω_3 и ω_4 накроют квадрат и окр. ω_3 пересечёт точку C, а ω_4 точку B, т.к. гр-ки~~

2. Два решения будут также, когда окр ω_1 и ω_2 перейдут точки B и C квадрата и пока окружности ω_1 и ω_2 не пересекутся в (·) (0;6)

т.е. $\sqrt{a}>\sqrt{10} \iff a>10$

$\sqrt{a}<5 \iff a<25$

т.о. при $a\in\{1\}\cup(10;25)$ у системы будет 2 к-ня

№5

$$\begin{array}{r|l} y^3-2y^2-7y+12 & y-3 \\ \underline{y^3-3y^2} & y^2+y-4 \\ y^2-7y & \\ \underline{y^2-3y} & \\ -4y+12 & \end{array}$$

$y=3$ (подх по ОДЗ)

$D=1+16$

$y=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$y=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$ (подх по ОДЗ)

Отв: $(2;2)$; $(9;3)$, $\left(\dfrac{(-1+\sqrt{17})^2}{4}; \dfrac{\sqrt{17}-1}{4}\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$3375 \,|\, 9$, -27, 67, -63, 45; $375 \,|\, 3$, $375 \,|\, 125$

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$

555 и либо 333 и 11 либо 93 и 111 — $\frac{8!}{3!\cdot 3!\, 2!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4^2}{3\cdot 2\cdot 2} = 560$

$\frac{8!}{3!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{6} = 56\cdot 20$

Всего $56\cdot 30 = 1680$

№2 $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\cos 11x - \sin 11x - (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cos 14x$

$2\left(\cos\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}\right) = \cos\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{2}\right) =$

$= 2\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$

$= 2\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\right) =$

$= 2\left(\frac{1+\cos\alpha}{2}\cdot\frac{1+\cos\beta}{2} - \frac{(1-\sin\alpha)}{2}\frac{(1-\sin\beta)}{2}\right) =$

$= \frac{(1+\cos\alpha)(1+\cos\beta) - (1-\sin\alpha)(1-\sin\beta)}{2} =$

$= \frac{1+\cos\alpha+\cos\beta+\cos\alpha\cos\beta - 1 + \sin\alpha + \sin\beta - \sin\alpha\sin\beta}{2}$

$\cos 11x - \sin 11x - (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2}(\cos(3x+11x)) =$
$= \sqrt{2}(\cos 3x\cos 11x - \sin 3x\sin 11x)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\,(\cos 3x \cos 11x - \sin 3x \sin 11x)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sqrt{2}\cos 3x \cos 11x = \sin 11x - \sin 3x - \sqrt{2}\sin 3x \sin 11x$$

$$2\left(\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 2\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{(1-\cos\alpha)(1+\cos\beta)}{4} - \frac{(1+\cos\alpha)(1-\cos\beta)}{4}\right) =$$

$$= 2\,\frac{\cancel{1} - \cos\alpha + \cos\beta - \cancel{\cos\alpha\cos\beta} - \cancel{1} - \cos\alpha + \cos\beta + \cancel{\cos\alpha\cos\beta}}{4} =$$

$$= \underline{\cos\beta - \cos\alpha}$$

$$27 - 18 - 21 + 12$$

$$2\sin 7x \sin 4x$$

$$2\left(\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 2\left(\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{(1+\cos\alpha)(1+\cos\beta)}{4} - \frac{(1-\cos\alpha)(1-\cos\beta)}{2}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{1} + \cos\alpha + \cos\beta + \cancel{\cos\alpha\cos\beta} - \cancel{1} + \cos\alpha + \cos\beta - \cancel{\cos\alpha\cos\beta}}{2} =$$

$$= \cos\alpha + \cos\beta$$

$$2\left(\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = 2\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\Big(\underbrace{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}_{\frac{1}{2}\sin\alpha}\cdot\cos^2\frac{\beta}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin\beta + \cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin\beta - \sin^2\frac{\beta}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin\alpha\Big) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\left(\cos^2\frac{\beta}{2} - \sin^2\frac{\beta}{2}\right) + \frac{1}{2}\sin\beta\left(\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)\right) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\sin\beta + \frac{1}{2}\sin\beta\sin\alpha\right) =$$

$$= \sin\alpha\sin\beta$$

$$2\left(\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 2\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\cos^2\frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}\sin\beta\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin\beta\cos^2\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin\alpha\sin^2\frac{\beta}{2}\right)$$

$$= \sin\alpha + \sin\beta$$

$$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} = 2\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}\right) = 2\left(\frac{(1-\cos\alpha)(1+\cos\beta)}{4} - \frac{(1+\cos\alpha)(1-\cos\beta)}{4}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{1} - \cos\alpha + \cos\beta - \cos\alpha\cos\beta - \cancel{1} - \cos\alpha + \cos\beta + \cos\alpha\cos\beta}{2} = \cos\beta - \cos\alpha = -(\cos\alpha - \cos\beta)$$

$$2\left(\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = 2\cdot\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sin\alpha\cos^2\frac{\beta}{2} - \frac{1}{2}\sin\beta\cdot\sin^2\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin\beta\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin\alpha\sin^2\frac{\beta}{2}\right) =$$

$$= \sin\alpha - \sin\beta$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \cancel{\sqrt{2}\cdot 2\sin 7x\cos 7x}$

$-\sin 7x \sin 4x - \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\ \cancel{\sin 7x \cos 7x} \quad |:\cos 7x$

$\sqrt{2}\left(\cos^2 7x - \cos^2 7x\right)$

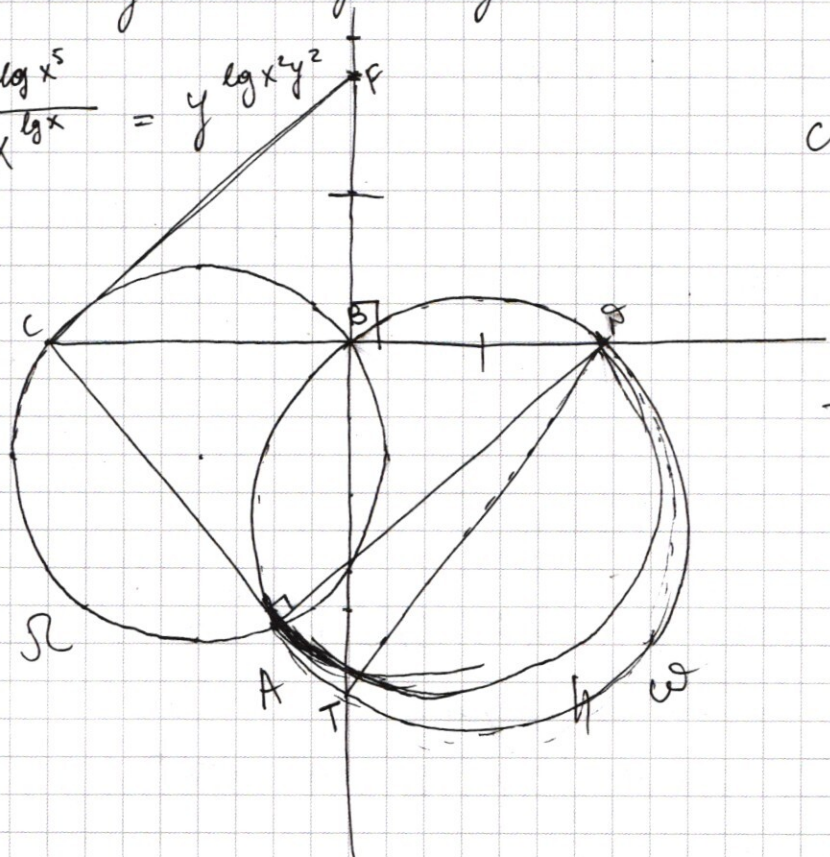
~~$\sin 4x(\cos 7x - 1) = \sqrt{2}\, tg \sin 7x$~~

$\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x = -\sqrt{2}\ \sin 7x \cos 7x$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{y^{\lg x^5}}{x^{\lg x}} = y^{\lg x^2 y^2}$$

№6.



$CF - ?$

$r_\omega = r_\Omega = 5$

TD - диам

$TD = 5$

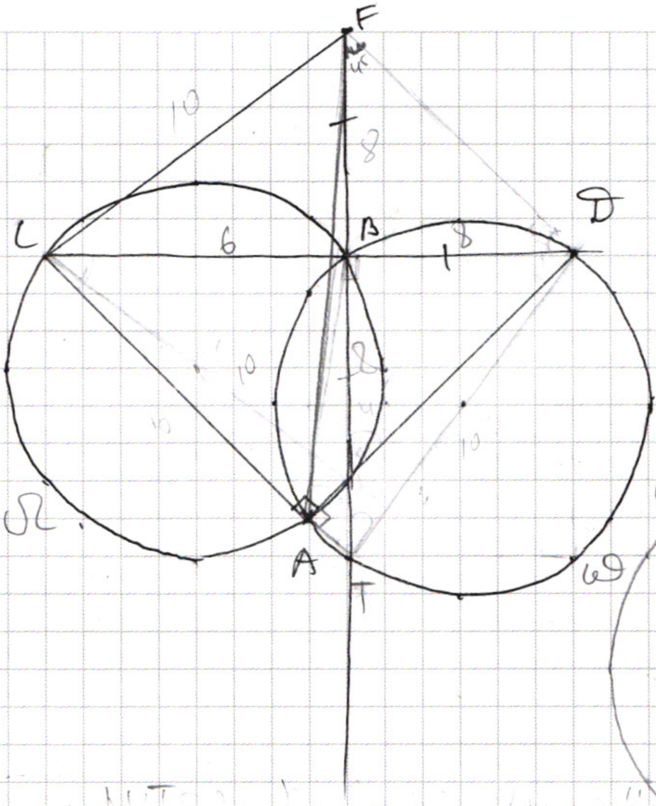
$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x = \sqrt{2}\cos(3x + 11x) =$

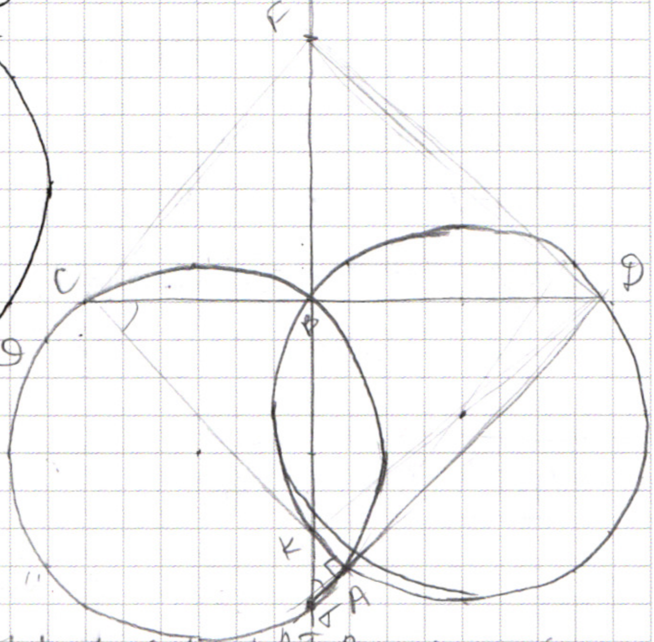
$= \sqrt{2}\cos 3x \cos 11x - \sqrt{2}\sin 3x \sin 11x \quad |:$

$\cos 11x - \sin 11x - (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2}\cos 3x\cos 11x - \sqrt{2}\sin 3x \sin 11x$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)





Δ ~~CBT~~ $\sim \Delta$ DBK (по двум углам $\angle ATB = \angle ADB$ (опир на одну дугу) и $BF \perp CD$

$\angle K =$ ~~CD~~ $\Omega \cap AD$

$\angle BTD = \angle BAD$ (опир на одну ~~дугу~~ $\cup BD$)

$\angle KCB = \angle BAD$ (опир на одну дугу $\cup BK$)

Окр. Ω и ω р-ны и дуги $\cup BK$ и $\cup BD$ р-ны, т.к. на окр. одинаковые дуги стягиваются одинак. хор.

$BK = BD$, тогда CD – медиана и высота ΔKCF

BC – общ; $BF = BK$; $CD \perp BF \Rightarrow CF = CK$

~~K по постр лежит~~

CK – диам, т.к. $\angle CAD = 90°$

$CF = 5 \cdot 2 = 10.$

☐ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)