

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_8 = 3375 = 3^3 \cdot 5^3, \text{ где}$$

$1 \leq x_i \leq 9$ т.к. $x_i \neq 0$ иначе произведение
0 и т.к. x_i — цифры в восьмизначном
числе $\overline{x_1 x_2 \dots x_8}$.

$$\text{Значит, что } x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_8 = 3^3 \cdot 5^3$$

x_i может равняться либо 1, либо 3,
либо 5, либо 9.

Таким образом 1 вариант набора:

$$\{55533311\}, \text{ а 2-ой } \{55593111\}$$

так как больше 1 ~~раз~~ 9-ка быть не
может. (В числе обязательно должно быть
ровно 3 пятёрки т.к. произведение кратно
 5^3 , а также 3 тройки либо 1 9-ка
и 2 тройки т.к. произведение кратно
 3^3 и $x_i \leq 9$)

Воспользуемся формулой перестановок
с повторениями для нахождения
вариантов наборов:

$$P_1 = \frac{8!}{3!3!2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 560$$

$$P_2 = \frac{8!}{3!1!1!3!} = 1120$$

мощность = кон-ва танка и шасси будет
равна $P_1 + P_2 = 560 + 1120 = 1680$
Ответ: 1680

N2

$$(\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$(-2 \cos 7x)$$

$$(-2 \sin 7x \sin 4x) + (-2 \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\sin 7x - \cos 7x) - 2 \sin 4x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (2 (\sin (7x - \frac{\pi}{4})) - 2 \sin 4x) = 0$$

но др. множительного нуля

$$(\sin 7x + \cos 7x)$$

$$\sqrt{2} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) \cdot 2 (\sin (7x - \frac{\pi}{4}) - \sin 4x) = 0$$

танка и шасси, т.е.

получаем ~~систему~~ совокупность:

$$\begin{cases} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin (7x - \frac{\pi}{4}) = \sin 4x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin (7x - \frac{\pi}{4}) - \sin 4x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ 2 \sin (1,5x - \frac{\pi}{8}) \sin (5,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases} \quad \text{откуда}$$

$$\begin{cases} \sin (7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin (1,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \sin (5,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, \text{ где } k \in \mathbb{Z} \\ 1,5x - \frac{\pi}{8} = \pi m, \text{ где } m \in \mathbb{Z} \\ 5,5x - \frac{\pi}{8} = \pi p, \text{ где } p \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi(4k-1)}{28}, \text{ где } k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi(8m+1)}{12}, \text{ где } m \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi(8p+1)}{44}, \text{ где } p \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{Ответ: } \frac{\pi(4k-1)}{28}, \text{ где } k \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{\pi(8m+1)}{12}, \text{ где } m \in \mathbb{Z};$$

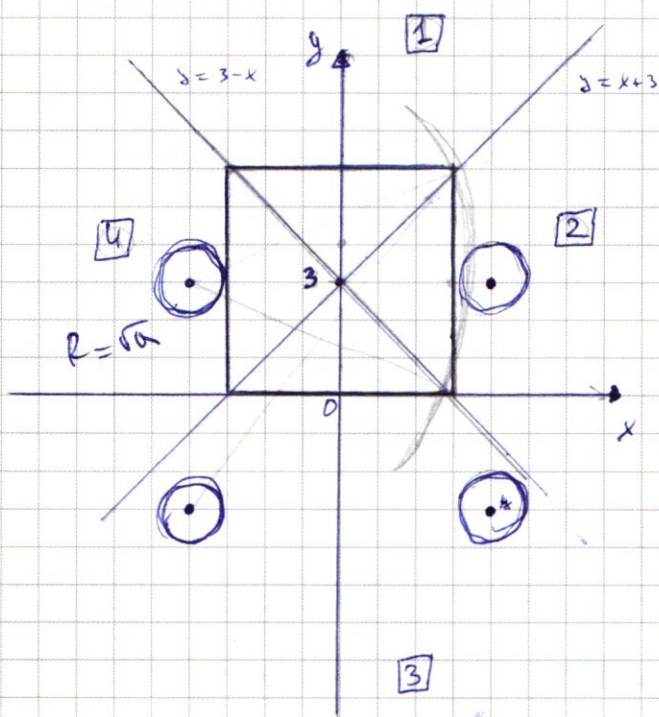
$$\frac{\pi(8p+1)}{44}, \text{ где } p \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

Построим с помощью метода областей множество точек удовлетворяющих

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$



1) Раскрываем с "+" оба модуля

$$y-3-x + y-3+x = 6;$$

$$2y - 6 = 6; \quad y = 6.$$

2) Раскрываем 1 модуль с минусом

$$-y+3+x + y-3+x = 6;$$

$$2x = 6; \quad x = 3.$$

3) Раскрываем оба с "-"

$$-y+3-x - y+3-x = 6$$

$$-2y + 6 = 6; \quad y = 0$$

4) раскрываем 2 модуль с "-"

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$-2x = 6; \quad x = -3.$$

Получаем, что точки удов. условиям образуют квадрат со стороной 6.

и с центром $(0; 3)$.

Замечает, что $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9$, что 4 окружности с центрами $(4, 3); (4, -3); (-4, -3); (-4, 3)$ и радиусами 3

Замечая, что если все два у вершин окружностей пересекает квадрат, то ~~второе~~ она делает это два раза как и другая окружность в силу симметрии.

Если $\sqrt{a} \leq 1$, то ~~ни~~ ^{ни} окружности не пересекают ^{и не касаются} квадрата.

При $\sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1$ вершинные окружности касаются квадрата $\Rightarrow$ система имеет ровно 2 решения

Найдем такой a , что вершинные окр. не пересекают квадрат. Их радиус должны быть $R > \sqrt{7^2 + 3^2}$;

$$\sqrt{a} > \sqrt{7^2 + 3^2} \quad a > 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

При таких a вершинные окружности не пересекают квадрат.

Рассмотрим момент, когда нижние окружности будут касаться квадрата в 1 точке касания. $R = \sqrt{7^2 + 9^2}$

$$a = 49 + 81 = 130, \text{ чл}$$

R - в этом случае расстояние от касательной к. нижних окр. до самой удаленной от них точки. ~~до того~~

момента Составим такую таблицу

количество решений от a :							
$a < 1$	$a = 1$	$1 < a \leq 58$	58 $58 < a < 130$	$a = 130$	$a > 130$		
0	2	≥ 4	≥ 4	2	0		

Отсюда $a = 1$; $a = 130$. Ответ: 1; 130.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$x^2 + xy - 4x - 3xy - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\frac{y^{4 \lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{\lg(81y^4)} = 3^{\lg(3y)} \cdot y^{\lg(9y^4)}$$

$$\frac{(3y)^{\lg 3}}{3^{\lg 3} \cdot y^{\lg 3}} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10}$$

$$\log_{10} 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 10}$$

$$\log \lg 3 = \frac{\lg 10 \lg 3}{\lg 3 \lg 10}$$

$$\lg(81y^4) = \lg(3y) \lg \log_y(3) \cdot \lg(9y^4)$$

$$\frac{\lg 81y^4}{\lg 9y^4} = \log_3(3)$$

$$\log_3 81y^4 = \log_3 3$$

$$\log_3 3y^2 \cdot 9y^2 = \log_3 3$$

$$\log_3 3^3 \cdot 3^4 = \log_3 3$$

$$\log_3 \left(\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{\log_3 10}$$

$$\log_3 \left(\frac{1}{10}\right)$$

$$-1 \log_3(10) = \lg 3$$

по формуле

$$\lg 3 \cdot \log_{10} 3 = 1$$

N 3. $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2/\lg 8}$

$$x^2 - 4y - 4 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 4(y+2) - 3y^2 + 12y = 0$$

Решим как квадратное относительно x .

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= (y+2)^2 + 3y^2 - 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = \\ &= 4y^2 - 8y + 4 = 4(y-1)^2 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{(y+2) \pm 2(y-1)}{1}$$

модуль не нужен
т.к. рассматриваем с +/-

$$\begin{aligned} x_1 &= 3y \\ x_2 &= 4-y \end{aligned}$$

Подставим

$x=3y$
 $y=\frac{4}{3}$ в вершину гр. - кр

~~$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg(3y)} = y^{2/\lg 3y^2}$$~~

~~$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg(3y)} = y^{2/\lg 3y^2}$$~~

~~$$y^{4/\lg(3y)} = (3y)^{\lg(3y)} \cdot y^{2/\lg 3y^2}$$~~

~~$$y^{4/\lg(3y)} = 3^{\lg(3y)} \cdot y^{\lg(3y)} \cdot y^{2/\lg 3y^2}$$~~

Возведем обе стороны по бору

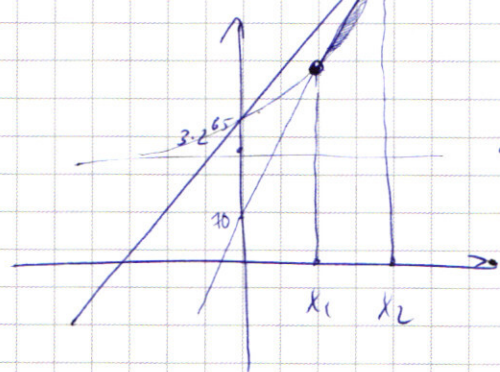
~~$$4/\lg(3y) = \lg(3y) \lg y 3^{\lg(3y)} \cdot 2/\lg(3y^2)$$~~

Если

$$x = 4-y$$

~~$$\left(\frac{y^5}{(4-y)}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2/\lg(y(4-y))}$$~~

N 7



~~Найдем точку пересечения~~
~~эти функции~~ Точка пересечения графиков будет не больше двух. Найдем их.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{1/x} = y^{2/5} x$$

$$y^{5/5x} = x^{1/5x} \cdot y^{2/5x}$$

$$y^{1/5x} = x^{1/5x} \cdot y^{2/5x}$$

$$y^{1/5x} - y^{2/5x} = x^{1/5x}$$

$$y^{1/5(\frac{x^5}{x^2})} = x^{1/5x}$$

$$y^{1/5(\frac{x^3}{y^2})} = x^{1/5x}$$

Корень $x = 3y$

$$y^{1/5(27y)} = (3y)^{1/5(3y)}$$

Возьмем обе части
по $\log_3$

$$\log_3 27y = \log_3 (3y) \cdot \log_3 3$$

$$\log_3 3 = 1$$

$$y^9 = 3$$

~~Ответ:~~

$$y = \sqrt[9]{3}$$

$$x = 3 \sqrt[9]{3}$$

Ответ: $(3 \sqrt[9]{3}; \sqrt[9]{3})$

№7.

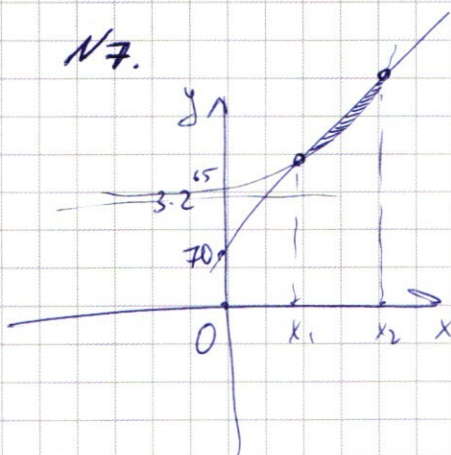


График пересекает ~~две~~ прямые
в двух точках, найдем их:

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64}x - x$$

$$2^x + 2^{64}(6 - x) = 70 - x$$

Замечаем, что $x = 6$ — корень

и $x = 70$ — корень

$$2^6 + 0 = 64;$$

$$2^{70} - 2^{64} \cdot 2^6 = 0;$$

Так как точки $x=6$ и $x=70$ и

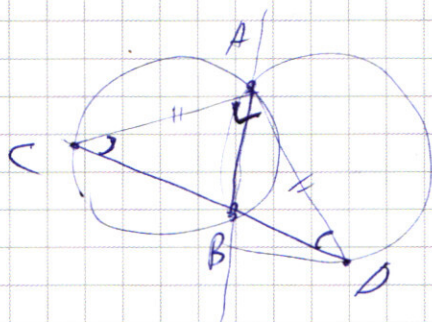
подходят под условие, ~~то~~ и

$y = 70 + (2^{64} - 1)x$ $y \in \mathbb{Z}$, если $x \in \mathbb{Z}$, то на этой прямой

найдется ровно $(70-6)-1 = 63$ решений.
Значит всего будет решений как
следующих 63.

Ответ: 63

№6.



т.к. окружность

представляет собой

гипотенузу, у

которой хорда AB

видна под фиксированным

углом, то $\angle DCA = \angle ABC$ и

т.к. $\angle A$ — фиксирован, то $\angle C = \angle D = 45^\circ$

значит $AB = 2R \sin \alpha$, где $\alpha = 45^\circ$ по
т. синусов

$$AB = 5\sqrt{2}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{3} \quad \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} &= y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4 - 3y^2 + 12y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$-3(y^2 + 4y)$$

$$-3((y-2)^2 - 4)$$

$$x^2 - 2xy - 4 - 3((y-2)^2 - 4) = 0$$

$$x^2 - 2x(y+2) - 3(y-2)^2 + 12 = 0$$

$$\cancel{3(y-2)^2 + 2x(y-2) - x^2 - 12 = 0}$$

$$\cancel{D_y = x^2 - 3(-x^2 - 12) = x^2 + 3x^2 + 36 = 4x^2 + 36}$$

$$D_y = (y+2)^2 + \frac{3}{2}(y-2)^2 - 12 =$$

$$= y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y + 12 - 12 =$$

$$= 4y^2 - 8y + 4 = 0$$

$$4(y^2 - 2y + 1) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{(y+2) \pm 2(y-1)}{2}$$

$$x = y+2 - 2y+2 = 4-y$$

$$x = (y+2) + 2y-2 = 3y$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$

$$\text{пусть } x = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg(3y^4)$$

$$y^2 \lg(3y^4) = 3^{\lg 3y} y^2 \lg(3y^4)$$

$$\lg(3y^4) = \lg 3y \lg 3 \lg(3y^4)$$

$$\frac{\lg(3y^4)}{\lg(3y^4)} = \lg(3y) \lg 3$$

$$\lg(3y^4) \lg(3y^4) = \lg(3y) \lg 3$$

$$\lg(3y^2) \lg(3y^2) = \lg(3y) \lg 3$$

$$\lg(3y^2) \lg(3y^2) =$$

$$\lg(3y) \lg 3$$

$$\lg(3y^2) 9 + \lg(3y^2)$$

$$\lg(3y^2) 3y^2 + \lg(3y^2) 3$$

$$1 + \lg 3y^2 3 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

—————

$$x_1, x_2, \dots, x_8 = 3375$$

$$\frac{10}{3}$$

$$3400 : 5 = 680$$

$$x_1, \dots, x_8 = 3^3 \cdot 5^3$$

$$675 \cdot 5 = 3000$$

8 чисел

$$675 : 5 = 135$$

$$350$$

Порядок важен.

$$125 \cdot 5 = 600$$

$$500$$

$$+ 170$$

$$3375$$

$$55533311$$

$$+ 25$$

$$875$$

$$55593111$$

$$135 : 5 = 27$$

$$27 \cdot 5^3 = 3375$$

$$+ 125$$

$$27$$

$$875$$

$$2800$$

$$23875$$

$$43$$

$$1) P\left(\frac{8!}{3!3!2!}\right) = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 16 \cdot 5 \cdot 7 = 80 \cdot 7 = 560$$

$$2) D\left(\frac{8!}{3!3!1!1!}\right) = 1120$$

~~8! = 40320~~

$$\text{Сумма} = 560 + 1120 = 1680$$

$$(+8/8)_1 = \frac{0!8/8_1}{1!8/8_1} = (8/8)_1$$

$$(7/8)_1 = (8/8)_1$$

$$7 = (8/8)_1$$

$$4n = 11 \cdot 4$$

$$\frac{1}{(1+8)^4} = x^1$$

$$\frac{8}{(1+8)^4} = x^2$$

(2)

cos

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 11x - \sin 11x$$

$$(\cos 11x - \sin 11x) + (\sin 3x - \cos 3x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 14x =$$

$$\cos(11x + 3x) = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = \sin 11x - \sin 3x = 2 \sin 4x \cdot \sin 7x$$

$$\cos(11x - 4x) = \cos 11x \cos 4x + \sin 11x \sin 4x$$

$$\cos(7x + 4x) = \cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x$$

$$\cos(7x - 4x) = \cos 7x \cos 4x + \sin 7x \sin 4x$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) = -2 \sin 7x \sin 4x$$

$$\sin 3x - \sin 11x =$$

$$\sin(7x - 4x) = \sin 7x \cos 4x - \sin 4x \cos 7x$$

$$\sin(7x + 4x) = \sin 7x \cos 4x + \sin 4x \cos 7x$$

$$= (\sin 3x - \sin 11x) = -2 \sin 4x \cos 7x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\dots)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-\frac{2}{\sqrt{2}} \alpha = \frac{\cos^2 7x - \sin^2 7x}{\sin 7x + \cos 7x}$$

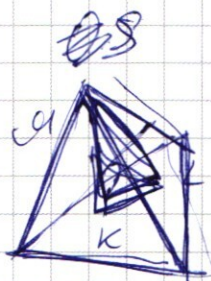
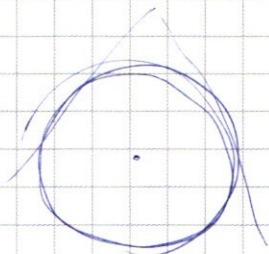
Сумма синусов ?

$$-\frac{2}{\sqrt{2}} \alpha = \frac{(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)}{\sin 7x + \cos 7x}$$

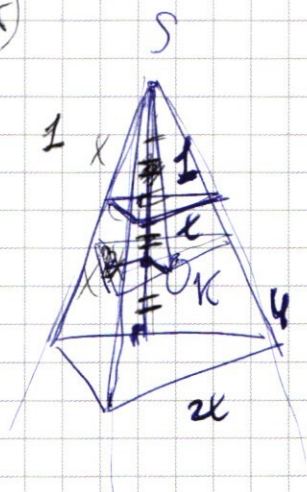
$$-\frac{2}{\sqrt{2}} \alpha = \cos 7x - \sin 7x = -\sin 7x + \cos 7x = \sqrt{2} \sin(7x - \frac{\pi}{4})$$

$$-\sqrt{2} \alpha = \sqrt{2} \sin(7x - \frac{\pi}{4}) \quad \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \alpha = -\frac{\pi}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

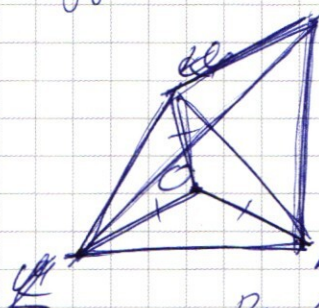


$h = 4r$
 $4r$



равноудалены от граней

О — вписанная сфера



Вневписанная сфера

$$S = r_i \cdot p - \frac{1}{2} S_i$$

$$V = \frac{1}{3} r S_1 + \dots$$

$$V = \frac{1}{3} r S_n$$

$$V = r (S_n - S_{\text{внп}})$$

$$S_{\text{внп}} =$$

$$x = 3y$$

$$\textcircled{1} \left(\frac{y^5}{3y} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\frac{y^{\lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\frac{y^{\lg 3y}}{(3y)^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\frac{y^{\lg 3y}}{y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y = 1$$

$$y^{\lg 3y} = 2 \lg 3y^2$$

$$3y^2 = 3y^2$$

$\textcircled{2}$

$$x = y - y$$

$$y^{5/x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg 2y}$$

$$y^{5/x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg (x+y)}$$

$$y^{5/x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x}$$

$$y^{5/(x+y)} = 3y^{\lg (3y)}$$

$$y^{\lg 3y-1} = 3y^{2 \lg 2y^2}$$

$$y^{5/x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg 2y}$$

0 x=0

no answer

$$y=0$$

$$\frac{y^{\lg x^5}}{y^{\lg (x+y)^2}} = x^{\lg x}$$

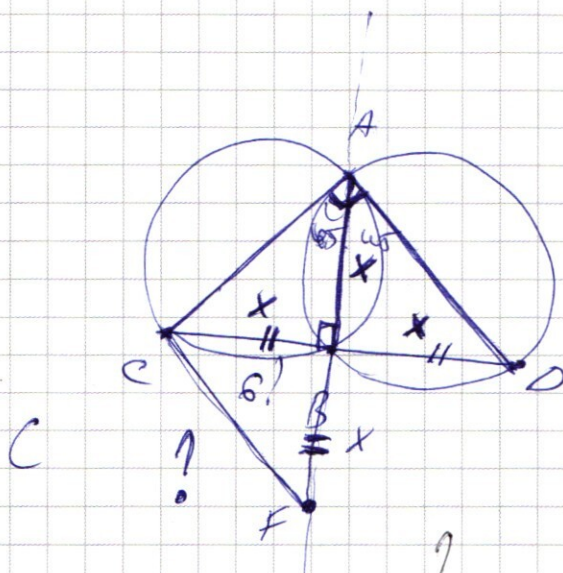
$$x = 3y$$

$$y^{1/x^5 - (x+y)^2} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg \frac{x^5}{x^2 y^2}} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg (x^3)} = x^{\lg x} \cdot y^{\lg (2x^3)} = (3y)^{\lg 3y}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



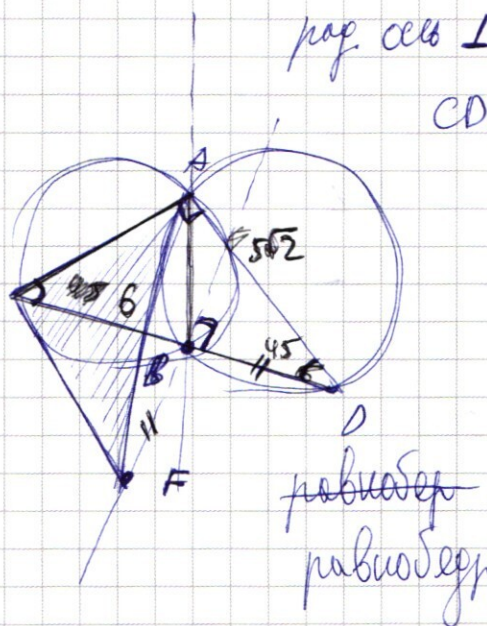
$$2R = \frac{x}{\sin x}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B =$$

$$x = 2 \sin \alpha \in \mathbb{R}$$

$$x = 10 \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$



$$\sqrt{6 \cdot x} = 5\sqrt{2}$$

$$6x = 50$$

$$x = 8 \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{l} 13 + 5 + 5 + 5 + \\ 13 + 5 + 6 + 3 \\ 20 + 13 + 3 = \boxed{36} \end{array}$$

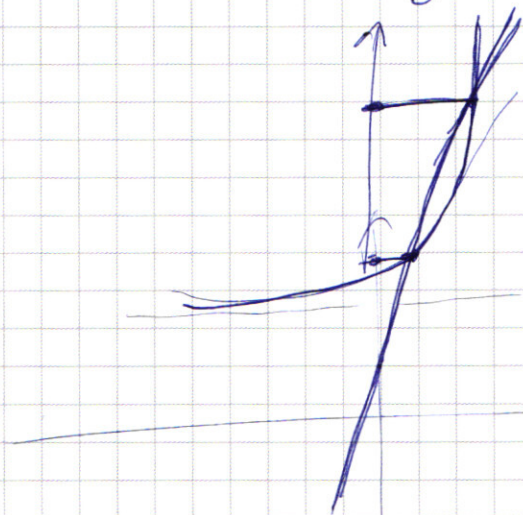
$$2 \log 2 \log 2 = (\log 2) \log 2$$

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin(x) \Big|_0^1 = \arcsin(1) - \arcsin(0) = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$y = 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y = 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < \text{то } y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$



и и боимся двух
случаев

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x$$

~~$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64}x$$~~

~~$$2 + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64}$$~~

	2^x
mod 3	0 1
1	2
2	1
4	1
5	2
6	1
7	2
8	1

2

При x - четном

$$2^x \equiv 1 \pmod{3}$$

при x - нечетном

$$2^x \equiv 2 \pmod{3}$$

x - четном

x - всегда четном

$$2^x \equiv 1 \pmod{3}$$

~~$$4^x + 3 \cdot 2^6$$~~

$$4^x + 6 \cdot 4^{32} = 70 + (4^{32} - 1)x$$

по мод. 6

4	0	1	2	3	4	5	6
mod 6	1	4	4	4	4	4	4

Всегда

4

$$4 \equiv 4 + (3)x \pmod{6}$$