МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра

Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$. ?
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

-36
-27
+36

81-54-36-27+36

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\, x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1.

1. $3375 = 5^3 \cdot 3^3$

наборы цифр, которые могут быть:

а) 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1

б) 5, 5, 5, 9, 1, 1, 1, 3

2. $N = N_а + N_б = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} =$

$= \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}(1 + 2!) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} \cdot \cancel{3} =$

$= 560 \cdot 3 = 1680$

Ответ: 1680 чисел

Задание 2.

1. $\cos 11x - \cos 3x + \sin 3x - \sin 11x = \sqrt{2} \cos 14x$

переход при помощи вспом. угла $= \frac{\pi}{4}$:

$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 14x$

$2\sin\frac{\frac{\pi}{4} - 11x}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{4} - 11x}{2} = -2\sin\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) - \sin\left(\frac{17x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right) = 0$

2. а) $\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x\right) = 0$

$\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x = \pi k, \; k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{44} - \frac{2\pi k}{11}, \; k \in \mathbb{Z}$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле) б) $\sin(\ldots) \neq 0$:

$$\cos\left(\frac{11x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)-\sin\left(\frac{17x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)=0$$

$$\cos\left(\frac{11x}{2}-\frac{\pi}{8}\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{8}-\frac{17x}{2}\right)=0$$

$$-2\sin\left(\frac{\frac{11x}{2}-\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}-\frac{17x}{2}}{2}\right)\sin\left(\frac{\frac{11x}{2}-\frac{\pi}{8}-\frac{3\pi}{8}+\frac{17x}{2}}{2}\right)=0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8}-\frac{3}{2}x\right)\sin\left(7x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{8}-\frac{3}{2}x=\pi k, k\in Z \\ 7x-\frac{\pi}{4}=\pi k, k\in Z \end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}-\frac{2\pi k}{3}, k\in Z \\ x=\frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{7}, k\in Z \end{array}\right.$$

Ответ: $\frac{\pi}{12}-\frac{2\pi k}{3}$; $\frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{7}$; $\frac{\pi}{44}-\frac{2\pi k}{11}$, $k\in Z$

Задание 3

1. $$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}=y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ:
$y>0$
$x>0$

$x(1)$:

~~lg~~ $\cancel{а)\ \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}=y^{2\lg xy}\ \neq 0}$

$$\lg\left(\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}\right)=\lg\left(y^{2\lg xy}\right)$$

$$\lg x\cdot(5\lg y-\lg x)=2(\lg x+\lg y)\lg y$$

$$\Updownarrow$$

$$3\lg x\lg y=2\lg y\lg y+\lg x\lg x$$

а) $\lg x=0 \rightarrow 2\lg y\lg y=0 \rightarrow \lg y=0$

$\Rightarrow x=1,\ y=1$

б) $\lg y=0 \rightarrow \lg x\lg x=0 \rightarrow \lg x=0$

$\Rightarrow x=1,\ y=1$

в) $\lg y\neq 0$, $\lg x\neq 0$:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3 = \frac{\lg x}{\lg y} + 2\frac{\lg y}{\lg x}$ $\qquad \frac{\lg y}{\lg x} = t$

$3 = \frac{1}{t} + 2t$

$\longrightarrow t = \left[\begin{array}{l} 1/2 \\ 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \lg y = \lg x^{t=1} \\ \lg y = \lg x^{t=1/2} \end{array}\right. \longrightarrow$

$\longrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x \text{ (а)} \\ y = \sqrt{x} \text{ (б)} \end{array}\right.$

2. а) $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$\longrightarrow x = \left[\begin{array}{l} 0 \\ 2 \end{array}\right. \longrightarrow x = 2$

б) $x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0$

$\sqrt{x} = t$

$t^4 - 2t^3 - 7t^2 + 12t = 0$

$t \neq 0$, т.к. $x \neq 0$

$t^3 - 2t^2 - 7t + 12 = 0$

подбором: $t = 3 \rightarrow x = 9$

$t^2 + t - 4 = 0$

$\cancel{t = \left[\begin{array}{l} -2 \\ 1 \end{array}\right. \rightarrow x = 1}$

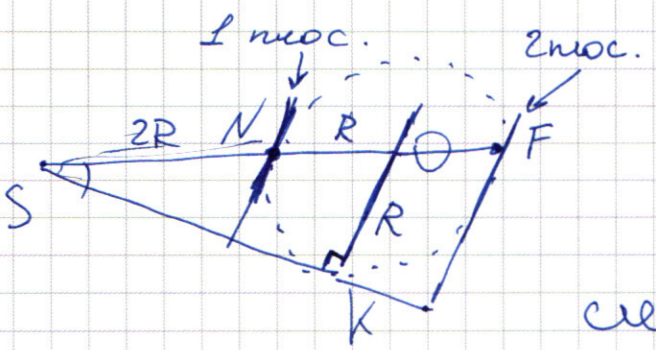
$t = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$, $t > 0 \Rightarrow t = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x = t^2 \rightarrow x = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{17}}{2} + \frac{17}{4} = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

Ответ: $x = 9$, $x = 2$, $x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задание 4.



1. Т.к. $S_n \cdot k^2 = S_F$,

где k – коэф. подобия, то

$k=2$, а из этого следует:

$SN = 2R$

$SO = 3R$

Тогда $S_0 = \left(\frac{3R}{2R \cdot 2}\right)^2 \cdot 1 = 2.25$

$\angle KSO = \arcsin \frac{R}{3R} = \arcsin \frac{1}{3}$

Ответ: $2.25; \arcsin 1/3$

Задание 5.

1. $\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$

$\times$ (1):

6 – сумма расстояний от точки $y-3$ до точек $-x$ и x на числ. прямой.

Из этого следует:

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-3 \in [-|x|; |x|] \\ |x| - (-|x|) = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} 2|-y+3| = 6 \\ 2|x| < 6 \end{cases} \end{array}\right. \longrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \in [0; 6] \\ x = \pm 3 \end{cases} (I) \\ \begin{cases} |x| < 3 \\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 3 \end{array}\right. \end{cases} (II) \end{array}\right.$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. ~~4~~ (I):

$\begin{cases}(3-4)^2+(|y|-3)^2=a\\ y\in[-3;3]\end{cases} \longrightarrow y^2-6|y|+10-a=0$

↓ сим. отн OX →

→ ~~...~~ корня:

~~по Виетта~~:

→ будет иметь всегда 2 решения!

~~чтобы был 2 корня~~

3. ~~4~~ (II):

~~из реш. два, т.к. x=±3~~

$\begin{cases}(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a\\ \cancel{|y|=6},\ \cancel{|x|<3}\end{cases} \longrightarrow$

$y=\left[\begin{matrix}0\\6\end{matrix}\right. \longrightarrow \begin{cases}(|x|-4)^2+3^2=a\\ |x|<3\end{cases}$

$f=x^2-8|x|+25-a=0$

есть два случая:

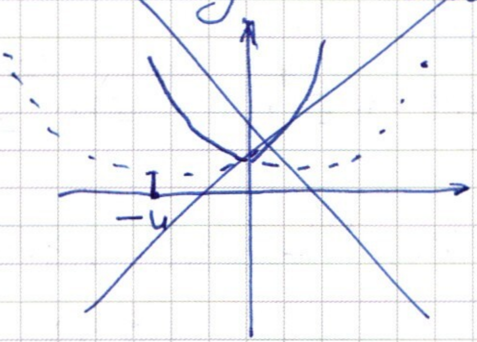
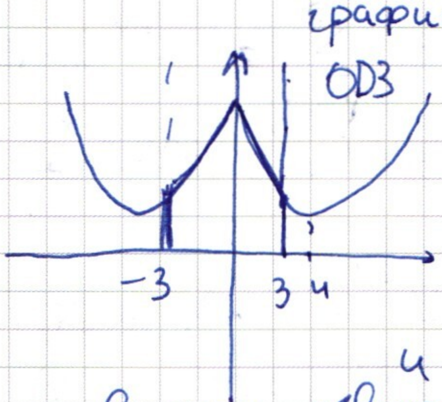


график:
ОДЗ



будет всегда 4 реш. сист., кроме случаев:

1) $f(3)>0 \to$ н.р.

2) $f(0)=0 \to$ два решения

Откуда:

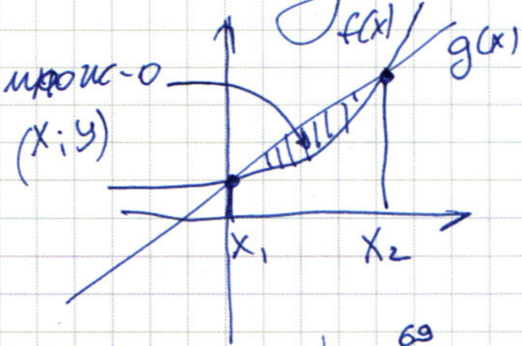
$$\left[\begin{array}{l} \cancel{\begin{cases} f(3) > 0 \\ a \geq 10 \end{cases}} \\ \cancel{\begin{cases} f(0) \leq 0 \\ a < 10 \end{cases}} \end{array}\right. \longrightarrow \begin{array}{l} \cancel{\begin{cases} a < 10 \\ a \geq 10 \end{cases}} \\ \cancel{\begin{cases} a = 25 \\ a < 10 \end{cases}} \end{array} \quad f(3) > 0 \to a > 10$$

Ответ: при $a > 10$.

7 Задание.

1) пусть $f(x) = 2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^x + 6 \cdot 2^{64}$

$g(x) = 70 + (2^{64} - 1)x$



$g(x) \uparrow$ быстрее $f(x) \to$

$\to$ будет 2 точки пересечения

подбором получаем:

$x \in [7; 69]$

2) $N = \sum\limits_{i=7}^{69} g(i) - f(i) =$

$\cancel{= \sum\limits_{i=7}^{69} (i-6) \cdot 2^{64} - 70 - (i-6) + 2^7 \cdot 2^{i-7} =}$

$\cancel{= 2^{64}(1+2+3 \ldots +63) - 70 \cdot 63 - (1+2+3 \ldots 63)}$

$\cancel{+ 2^7 \cdot}$

$= \sum\limits_{x=7}^{69} 2^{64}(x-6) + 70 + 2^x - x =$

$= 2^{64} \cdot \frac{(7+69)63}{2} + 70 \cdot 63 + 2^7 \cdot (2^{63} - 1) - \frac{(7+69) \cdot 63}{2}$

$= 2^{64} \cdot 63 \cdot 39 + 70 \cdot 63 + 64 \cdot 2^{64} - 128 - 63 \cdot 39 =$

$= 2^{64}(63 \cdot 39 + 64) + (70 \cdot 63 - 128 - 63 \cdot 39)$

Ответ: $2163 \cdot 2^{64} + 1825$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $abcdefgh = 3375 = 3\cdot3\cdot5\cdot3\cdot5\cdot5\cdot\cdot1$

555 33311

559 9311

$\frac{8!}{3!\cdot3!\cdot2!} = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot\overset{2}{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}}{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}} = 560$

$3375 : 45 = 75$; 315; 225

$39 \cdot 63$, 39

$\frac{8!}{3!\cdot2!} = 560\cdot6 = 3360$

$\checkmark = \underline{3920}$

2.

$\cos 14x = 2\cos^2 7x - 1$

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 7x\sin 4x + 2\sin(\overset{-4x}{\cancel{8x}})\cos 7x$

$= \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$\sqrt{2}\sin 7x\sin 4x + \sqrt{2}\sin 4x\cos 7x =$

$= -\cos 14x$

$\sin 4x\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 7x\right) =$

$= -\frac{1}{2}\cos 14x$

$\sin 4x\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}\cos 14x$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$

$\left[\begin{array}{l}\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}\\ \sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}\end{array}\right.$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$\left[\begin{array}{l}\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}\\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}\end{array}\right.$

$t^3 - 2t^2 - 7t + 12 \,|\, t-3$

$t^3 - 3t^2 \quad | \; t^2 + t - 4$

$t^2 - 7t$

$t^2 - 3t$

$-4t + 12$

$t^2 + t - 4 = 0$

$t_{12} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = 1 \quad x = 1$

☒ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12 = 0 \end{cases}$$

(1,1)

$x > 0$
$y > 0$

$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = 2\lg xy \cdot \lg y$$

$$\lg x \cdot (5\lg y - \lg x) = 2(\lg x + \lg y) \cdot \lg y$$

$$5\lg y \lg x - \lg x \lg x = 2\lg y \lg x + 2\lg y \lg y$$

$$3 = \frac{\lg x}{\lg y} + 2\frac{\lg y}{\lg x}$$

$\frac{\lg y}{\lg x} = t$

$\lg y = \lg x^t$

$y = x^t$

$\times$ 63, 39: 207, 189, 2097

$\times$ 63, 31: 63, 189, 1953, 128, 1825

2097 + 64

$$3 = \frac{1}{t} + 2t$$

$$2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$t_{12} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$$

1) $y = x$
2) $y = \sqrt{x}$

1) $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$\cancel{-4x^2 + 4x \pm 12 = 0}$

$\cancel{x^2 + x - 3 = 0}$

$\cancel{x_{12} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}}$

$\cancel{x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}}$

$\cancel{\sqrt{x} = t}$

$4x^2 - 8x = 0$

$x = 2$

~~$\pm 8 - 8 \pm 14 + 12$~~

$\pm 27 \mp 18$

$\mp 21 + 12 = 0$

$27 - 18 - 21 + 12 = 0$

2) $x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0$

$$t^4 - 2t^3 - 7t^2 + 12t = 0$$

$t \neq 0$

$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 6 \pm 12$

$$t^3 - 2t^2 - 7t + 12 = 0$$

$t = 3$
$x = 9$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 4x \sin 7x + 2\sin(-4x)\cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sin 4x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(\sin 7x + \cos 7x) = \frac{1}{2}\cos 14x \cdot (-1)$

$\sin 4x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin 7x + \cos 7x) = \cos^2 7x$

$\frac{1}{2}\sin^2 7x - \frac{1}{2}\cos^2 7x$

$\sin 7x(\sqrt{2}\sin 4x - \sin 7x) + \cos 7x(\sqrt{2}\sin 4x + \sin 7x) = 0$

$(\sin 3x\cos 4x + \sin 4x\cos 3x)($ $\quad 69 - 2$

$70 + 2^{64}x - x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$

63 $\quad 70 + 2^{64}(x-6) - x > 2^x$

$x = 8$ $\quad 70 + 2^{64}\cdot 58 - 64 > 2^{64}$

$2^x - 70 - x$ $\quad 70 + 2^{64}(64) - 70 > 2^{70}$

70 – много

$y > 128 + 6\cdot 2^{64}$ $\quad 1\cdot 2^{64} - 65$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha$

$y \le 70 + 7\cdot 2^{64} - 7$ $\quad 2\cdot 2^{64} -$

$y > 256$

$(1+2+3\ldots+63)\cdot 2^{64} - 70\cdot 63 - (1+2\ldots+63)$

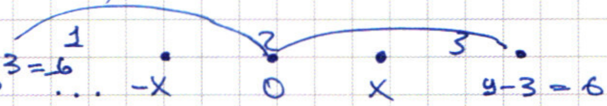
$+2(2^0 + 2^1 \ldots + 2^{63})$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} |y-3-x|-|y-3+x|=6 \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a \end{cases}$$

1) $++\ x=-3,\quad y\geq 6$
2) $+-\ y=6\quad -3\leq x\leq 3$
$-+\ y=0\quad \varnothing$
3) $--\ x=3\quad y\leq 6$



$x=-\frac{y-3}{3}=6$

$x=3$

$$\begin{bmatrix} x=-3, & y\geq 6 \\ x\in(-3;3), & y=6 \\ x=3, & y\leq 6 \end{bmatrix}$$

$y\leq 6\ y<6$

$\varnothing \quad x+3-y+y-3+x=0$

$2 \quad x=3$

$\varnothing \quad x+3-y-y+3-x=6$

$y=0$

$(1)^2+(y-3)^2=a$

$\cancel{(y-3)^2}$

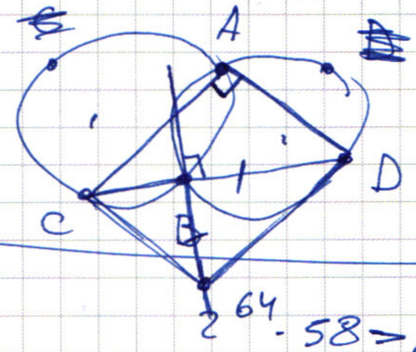
1 $\quad y^2-6y+10-a=0$

$65-128$

2^{71}

2 $\quad (|x|-4)^2+9=a$

$x^2-8|x|+9-a+16=0$



$x>0$

$x^2-8x+25-a=0$

$$\begin{cases} y>2^x+3\cdot 2^{65} \\ y\leq 70+(2^{64}-1)x \end{cases}$$

$70+(2^{64}-1)x>2^x+3\cdot 2^{65}$

$2^{64}(x-6)>2^x-70$

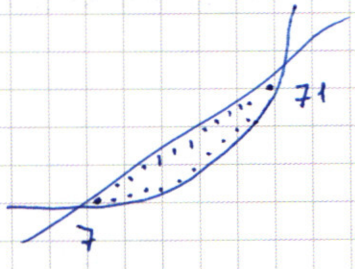
$2^{64}\cdot 58>2^{64}-70$

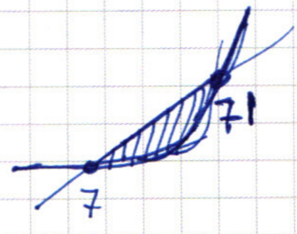
$2^{64}\cdot 64>2^{70}-70$

$2^{64}\cdot 63>2^{69}-70$

$x\geq 7$

$x\leq 71$





$\cos x-\sin y=$

$\cos x-\cos(\frac{\pi}{2}-y)=$

$=-2\sin\frac{x-y+\frac{\pi}{2}}{2}\sin\frac{x+y-\frac{\pi}{2}}{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$\frac{1}{2}(\cos 7x + \sin 7x)$~~ $+ \frac{1}{2}(\cos 3x - \sin$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 7x + \sin 7x) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 3x - \sin 3x) = -\frac{12}{\sqrt{2}}\cos 4x$

$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{12}{\sqrt{2}}\cos 4x$

7

3

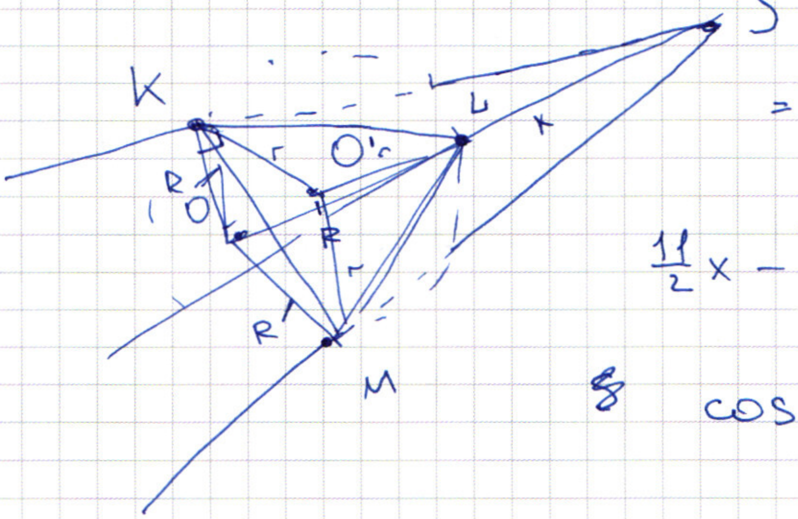
3

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$$

$$2\sin\left(-\frac{8x}{2}\right)\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$



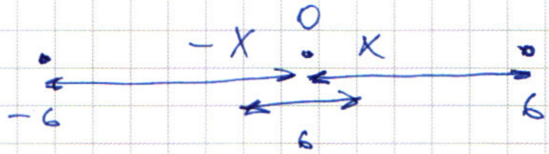
$$2\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x\right)\cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x\right) =$$

$$= -2\sin\left(\frac{17}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k \quad -1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x\right) = \sin\left(\frac{17}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)$$

$y - 3$



$SL = 2R$ 2.25

$$KSO = \arcsin\frac{R}{3R} = \arcsin\frac{1}{3}$$

$$a\cos x + b\sin x = c$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sin\varphi\cos x + \cos\varphi\sin x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sin(\varphi + x) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)