

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

- 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- ✓ 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

- 7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

3375 | 5
675 | 5
135 | 5
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1 | 3

1. Тогда, чтобы произвести цифр 8 значного числа = 3375, нужно, чтобы в числе либо были 3, 5, 3, 3 и 2, 1, либо комбинация произведений цифр 3, 5 и 3, 3, но только те, которые < 10; такая комбинация только одна: 9 = 3 · 3.

2. Тогда рассмотрим 2 случая:

I. В числе присутствуют 3, 5, 3, 3 и 2, 1, вариантов таких чисел: $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! \cdot 8!}{3! \cdot 6! \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$

II. В числе присутствуют: 3, 5, 1, 9, 1, 3, 3, 1, варианты чисел: $\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{8! \cdot 7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 3!}{3! \cdot 3!} = 20 \cdot 56 = 1120$

⇒ всего чисел: $1120 + 560 = 1680$

Ответ: ~~1680~~ 1680

№2.

~~$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$~~

~~$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$~~

~~$$\cos 11x - \cos(\frac{\pi}{2} - 11x) - \cos 3x + \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$~~

~~$$-2 \cdot \sin(11x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sin \frac{\pi}{4} - 2 \cdot \sin(-3x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cos 14x$$~~

~~$$\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \sin(-3x + \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2} \cos 14x$$~~

~~$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) = -\cos 14x$$~~

~~$$2 \cdot \sin 4x \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 14x$$~~

~~$$2 \cdot \sin 4x \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) + \cos 14x = 0$$~~

$$2 \cdot \sin 4x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14x\right) = 0$$

$$2 \cdot \sin 4x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$\sin 4x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) (\sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)) = 0$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) = 0 & (1) \\ \sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{\pi}{4} + 7x = \pi n$$

$$7x = \pi n - \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi n - \frac{\pi}{4}}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \quad 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\begin{cases} -\sin\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi n + \frac{\pi}{4}}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi n + \frac{5\pi}{4}}{11}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{\pi n - \frac{\pi}{4}}{7}, n \in \mathbb{Z};$ $x = \frac{2\pi n + \frac{\pi}{4}}{3}, n \in \mathbb{Z};$
 $x = \frac{2\pi n + \frac{5\pi}{4}}{11}, n \in \mathbb{Z}$

нб.

Дано:

$\omega_1 = \omega_2, \angle C = 45^\circ;$
 $\angle CAD = 90^\circ;$
 $BF \perp BD'; FB = BD';$

Найти:

а) CF - ?

б) $\angle ACF$ - ? если $BC = 6$

Решение:

а) 1. $\triangle OAB = \triangle OQB$ ($OA = OB =$
 $= O_1A = O_1B = r$, AB - общ.) (по 3

сигналам) $\Rightarrow \angle AO_1B = \angle AOB \Rightarrow$ в силу

равенства радиусов окружностей и $\angle AO_1B = \angle AOB$ дуга
 $\sim AKB = \sim AMB$ и в силу равенства окружностей и дуг,
 вписанные углы $\angle ACB = \angle ADB$

2. $\triangle CAB$ - к-у, $\angle ACB = \angle ADB \Rightarrow \triangle CAB \sim \triangle CDB \Rightarrow \angle ACD = \angle ADB = 45^\circ$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

16 (продолжение)

3. $FB = BD \Rightarrow \triangle FBD - \text{и.б.} \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$ (т.к. $FB \perp BD$)
 4. Пусть $FB \cap AD = K \Rightarrow$ т.к. $FB \perp BD$, то $\triangle KBD - \text{и.б.} \Rightarrow$ т.к. $\angle CDA = 45^\circ = \angle CDF$, BD - общ. катет, то $\triangle KBD = \triangle FBD$ (по кат. и ост. уг.) $\Rightarrow KB = BF$
 5. Т.к. $\triangle KBD - \text{и.б.}$ с ост. уг. $= 45^\circ$, то $KB = BD \Rightarrow \angle BKD = 45^\circ \Rightarrow \angle AKB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ (как смежные)
 6. $\angle ACD = 45^\circ$, $\angle AKB = 180^\circ - 45^\circ \Rightarrow$ ~~век не лежит на одной прямой~~;
 $\angle CBK = \angle CAK = 90^\circ \Rightarrow \angle AKB + \angle AKD = 180^\circ \Rightarrow$ четырехуг. $CAKB$ - впис.; но точки A, C, B лежат на окр. с центром $O \Rightarrow K \in$ той же окр.
 7. $\triangle CBK - \text{и.б.} \Rightarrow CK$ -diam. окр. $\triangle CAK - \text{и.б.} \Rightarrow CK$ -diam. окр.
 $\Rightarrow CK$ -diam. окр. около $AKBC \Rightarrow O \in CK \Rightarrow CK = 2 \cdot r = 5 \cdot 2 = 10$
 8. $\triangle CBF - \text{и.б.} (KB \perp CB) \Rightarrow \triangle CBF = \triangle CKB$ ($KB = BF$ (см. п. 4), CB - общ., $\Rightarrow$ по двум катетам.) $\Rightarrow CF = CK = 10$.
 - 9) $\angle CK = 10$, $BC = 6 \Rightarrow KB = 8$ (по т. Пифагора в $\triangle CBK$)
 2. $KB = BD = FB = 8 \Rightarrow CD = 8 + 6 = 14$.
 3. $\triangle CAD - \text{и.б.} \text{ и } \triangle CDB \Rightarrow AC = AD = 14 \cdot \cos 45^\circ = 7\sqrt{2}$
 4. $\sin \angle BCF = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \angle BCF = \arcsin \frac{4}{5} = \arccos \left(\sqrt{1 - \frac{16}{25}} \right) = \arccos \frac{3}{5}$ (т.к. уг. ост., т.к. $\angle BCF < 90^\circ$)
 5. $S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \sin(45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}) =$
 $= 35\sqrt{2} \cdot (\sin 45^\circ \cos(\arcsin \frac{4}{5}) + \cos 45^\circ \sin(\arcsin \frac{4}{5})) =$
 $= 35\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right) = 35 \cdot \frac{7}{5} = 49 = 56$
- Ответ: а) $CF = 10$; б) $S_{\triangle ACF} = 56$.

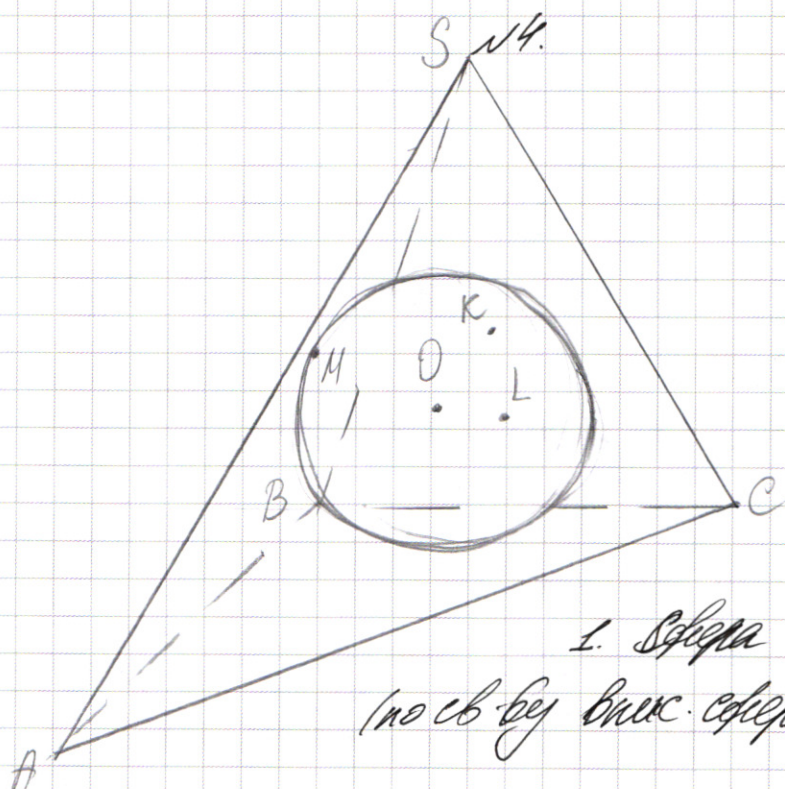
$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases} \quad \text{н.т.}$$

$$1. 2^x > 0 \Rightarrow 2^x + 3 \cdot 2^{65} > 3 \cdot 2^{65} \Rightarrow y > 3 \cdot 2^{65}$$

$$2. y \leq 70 + (2^{64} - 1)x, \text{ но в силу п.1:}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^{65} &\leq 70 + (2^{64} - 1)x \\ \frac{3 \cdot 2^{65} - 70}{2^{64} - 1} &\leq x \end{aligned}$$

$$\frac{3(2^{64} - 1) - 64}{2^{64} - 1} \leq x \Rightarrow x \geq 3 - \frac{2^6}{2^{64} - 1}$$



Дано:
сфера с ц. O; радиус r.
уг. S; K, L, M - т. кас;

Решение:

1. Сфера впис. $\Rightarrow SO \perp \text{пл-ти}(ABC)$
(по св-ву впис. сферы)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$(2) (x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

- уравнение окружности с

радиусами $r = \sqrt{a} \Rightarrow a \geq 0$,
и центрами:

1) $x \geq 0$
 $y \geq 0$ - центр в т. (4; 3)

2) $x \leq 0$
 $y \geq 0$ - центр в т. (-4; 3)

3) $x \geq 0$
 $y \leq 0$ - центр в т. (4; -3)

4) $x \leq 0$
 $y \leq 0$ - центр в т. (-4; -3)

$$(1) |y-(3+x)| + |y-(3-x)| = 6$$

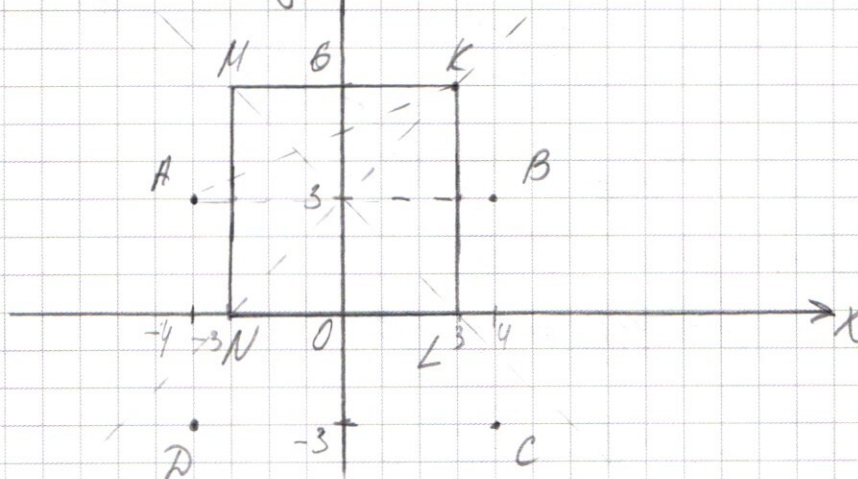
$$1) \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \geq 3-x \end{cases} : y-(3+x) + y-(3-x) = 6 \\ y = 6$$

$$2) \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \leq 3-x \end{cases} : y-(3+x) - y + (3-x) = 6 \\ x = -3$$

$$3) \begin{cases} y \leq 3+x \\ y \geq 3-x \end{cases} : -y + (3+x) + y - (3-x) = 6 \\ x = 3$$

$$4) \begin{cases} y \leq 3+x \\ y \leq 3-x \end{cases} : -y + (3+x) - y + (3-x) = 6 \\ y = 0$$

1. Построим графики первого и второго уравнений:



1) при $a = 1$ ок-ти с ц. в т.-ках А и В касаются MN и KL $\Rightarrow$
(при этом ок-ты D и C не кас. MN)
при $a = 1$ два реш. $\Rightarrow a = 1$ (при $a > 1$ но $a \leq 5$ тогда $a = 1$ и $a = 5$)

2) при $c = \rho(A; K) = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$ окр-ти A и B ~~касаются~~ пересекают φ -к первого уравнения в двух точках, при этом при $c > \sqrt{58}$ окружности A и B не пересекают φ -к ни в одной точке. (при $c = \sqrt{58}$ окр-ти D и C пересекают φ -к ^{по} в одной точке)

3) При $c = \rho(A; K) = 6\sqrt{2}$ окружность с ц. в т. D пересекает φ -к в единств. т.-точке K. В силу симметрии φ -к при

$c = 6\sqrt{2}$ окружность с ц. в т. C пересекает φ -к в единств. т. M. $\Rightarrow$ всего два решения (т.к. окр-ти A и B не пересекают φ -к, т.к. $6\sqrt{2} > \sqrt{58}$) $\Rightarrow a = c^2 = 72$ D и C

4) При этом при $c < 6\sqrt{2}$ окружностями пересекают φ -к в большем чем 2 кр-ве точек, а при $c > 6\sqrt{2}$ окр-ти C и D не пересекают φ -к.

Ответ: при $a=1$ и $a=72$ система имеет ровно 2 решения.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg y & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \quad \text{нз.}$$

$$1. \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ xy > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$2. (1) \frac{y^5 \lg x}{x^2} = y^2 (\lg x + \lg y)$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y \cdot x^{\lg x} \quad | : y^2 \lg x > 0$$

$$y^3 \lg x = y^2 \lg y \cdot x^{\lg x}$$

$$\lg(y^3 \lg x) = \lg(y^2 \lg y \cdot x^{\lg x})$$

$$3 \lg x \cdot \lg y = \lg(y^2 \lg y) + \lg(x^{\lg x})$$

$$3 \lg x \cdot \lg y = 2 \lg y + (\lg y)^2 + (\lg x)^2$$

$$(\lg x)^2 - 3 \lg x \cdot \lg y + 2(\lg y)^2 = 0$$

$$2(\lg y)^2 - \lg x \cdot \lg y - 2 \lg x \cdot \lg y + (\lg x)^2 = 0$$

$$\lg y (2 \lg y - \lg x) - \lg x (2 \lg y - \lg x) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$$(2y^2 - yx)(y^2 - yx) = 0$$

$$\begin{cases} 2y^2 - yx = 0 \\ y^2 - yx = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = x \\ y = x \end{cases}$$

3. 1 случай: $x = y$: $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = 0 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}, \text{ но } x > 0 \Rightarrow x = 2 = y$$

2 случай: $y^2 = x$:

$$(y^2)^2 - 2y \cdot y^2 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0 \quad | : y > 0 \text{ (из ОДЗ)}$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0, \quad y = 3 - \text{корень:}$$

y^3	y^2	y'	y''
3	1	1	-4
y^2	y'	y''	

$$\Rightarrow (y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} y = 3 \Rightarrow x = 9 \\ y^2 + y - 4 = 0 \end{cases}$$

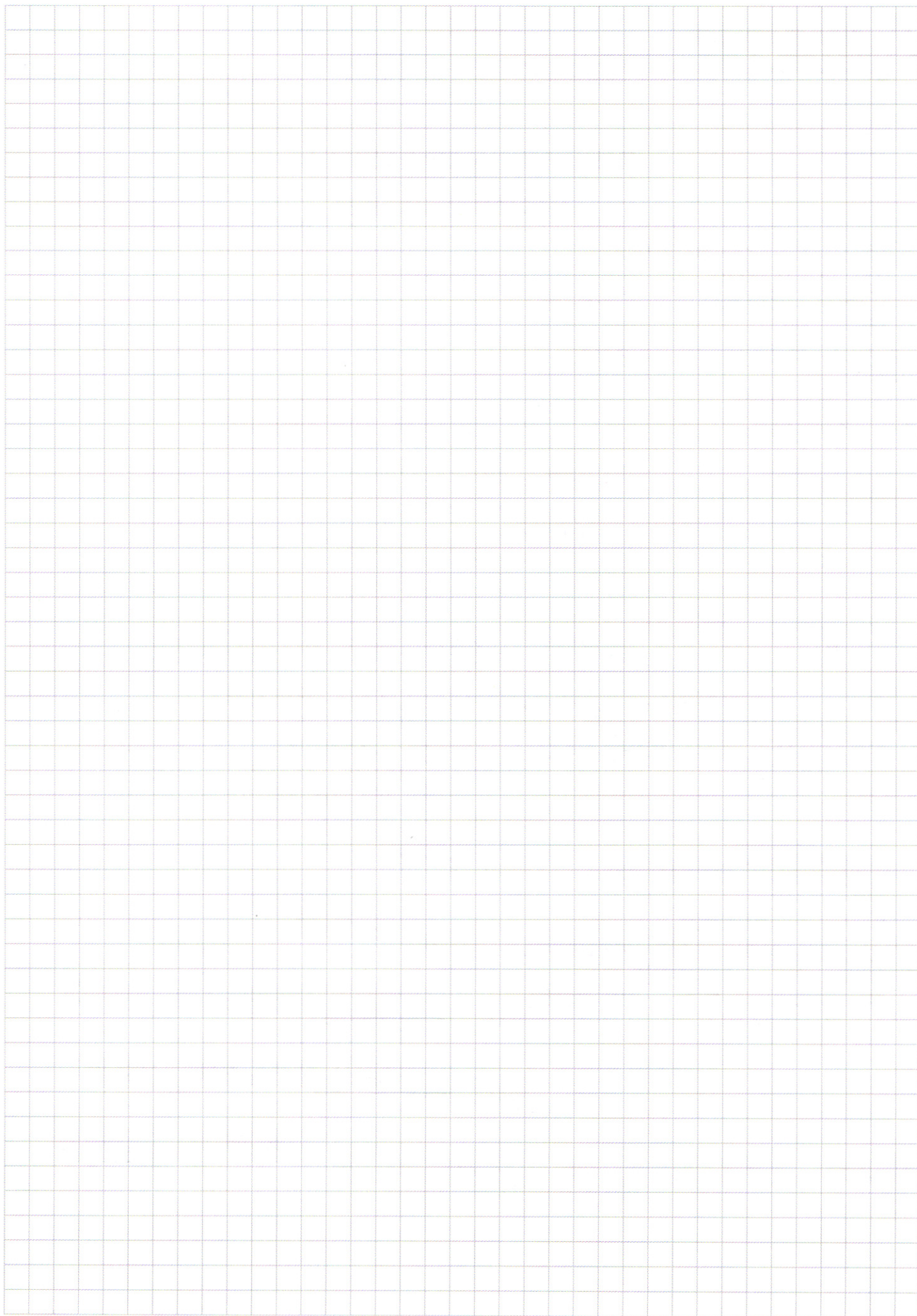
но $y > 0 \Rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ не удовл.
(из ОДЗ)

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}, \text{ тогда:}$$

$$x_1 = \frac{(-1 + \sqrt{17})^2}{4} = \frac{1 + 17 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{(-1 - \sqrt{17})^2}{4} = \frac{1 + 17 + 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 + \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $x_1 = 2, y_1 = 2; x_2 = 9, y_2 = 3; x_3 = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}, y_3 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$



☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 8
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ x, y > 0 \end{cases}$$

$$1) x^2 - 4x + 4 - 3(y^2 - 4y + 4) + 8 - 2xy = 0$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 + 2(4-xy) = 0$$

$$2) y^5 \lg x = y^2 \lg xy \cdot 2$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x + 2y^2 \lg y \cdot 2$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x + y^2 \lg y^2 \cdot 2$$

$$y^3 \lg x = y^2 \lg y^2 \cdot 2$$

$$2 = y^{3 \lg x - 2 \lg y} \quad 2 = y \lg \left(\frac{x^3}{y^2}\right)$$

$$1) \underset{0}{(x-2)^2} = 3 \underset{0}{(y-2)^2} + 2 \underset{-8}{(xy-4)}$$

$$\underset{0}{x=2, y=2} \quad \text{не подходит}$$

$$\underset{0}{(x-2)^2} = 3 \underset{0}{(y-2)^2} + 2 \underset{-8}{(xy-4)}$$

$$\cancel{xy(x-2) - 3y(y-4) - 4x = 0}$$

$$y(x^2 - 2x - 3y + 12) - 4x = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - y^2 - 2y^2 + 12y = 0$$

$$\cancel{x^2 - 4x} - y(y+2)$$

$$2 \lg x = \lg x = \frac{1}{\lg x \cdot 10}$$

$$8 - 8 - 14 + 12$$

$$-8 - 8 + 14 + 12$$

$$\lg 8 - \lg 4$$

$$(x-2)^2 + 8 = 3(y-2)^2 + 2xy$$

$$\underset{8}{8}$$

$$y = 3$$

$$27 - 18 - 21 + 12 = 39 - 39$$

15.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ ((x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$

2 решения

1) $|y-(3+x)| + |y-(3-x)| = 6$

$$\oplus \oplus \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \geq 3-x \end{cases}$$

$$y-(3+x) + y-(3-x) = 6$$

$$2y - (3+x+3-x) = 6$$

$$y = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 \geq 3+x & x \leq -3 \\ 0 \geq 3-x & x \geq 3 \end{cases} \quad x \neq$$

2) $\oplus \ominus$

$$\begin{cases} y \geq 3+x \\ y \leq 3-x \end{cases}$$

$$y-(3+x) - y + (3-x) = 6$$

$$-x - x = 6$$

$$x = -3$$

3) $\ominus \oplus$

$$\begin{cases} y \leq 3+x \\ y \geq 3-x \end{cases}$$

$$-(3+x) + y - (3-x) = 6$$

$$x = 3$$

4) $\ominus \ominus$

$$\begin{cases} y \leq 3+x \\ y \leq 3-x \end{cases}$$

$$-y + (3+x) - y + (3-x) = 6$$

$$-2y + 6 = 6$$

$$y = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

(2) $x \geq 0: (x-4)^2 + (y-3)^2 = a, \quad a = 2^2, a \geq 0$

$y \geq 0:$

$x \leq 0: (x+4)^2 + (y-3)^2 = a$

$y \geq 0:$

$x \geq 0: (x-4)^2 + (y+3)^2 = a$

$x \leq 0:$

$x \leq 0: x+4^2 + (y+3)^2 = a$

$y \leq 0:$

$$\frac{65}{5} \sqrt{5}$$

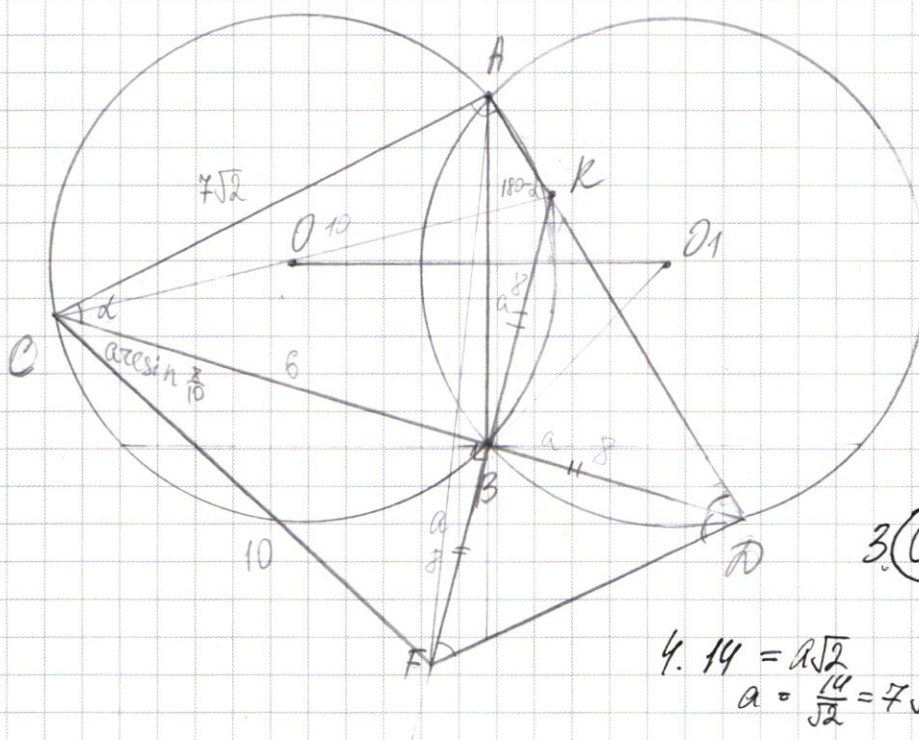
$$\sqrt{3+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

1 $a=0 \Rightarrow \text{точка}$

2 $a > 3\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{49+81} = \sqrt{130}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.



$$n=5$$

1. $\angle ACD = 15^\circ$
 $\angle ACD = \angle AED = 15^\circ$
 $\Rightarrow FD \perp AD$

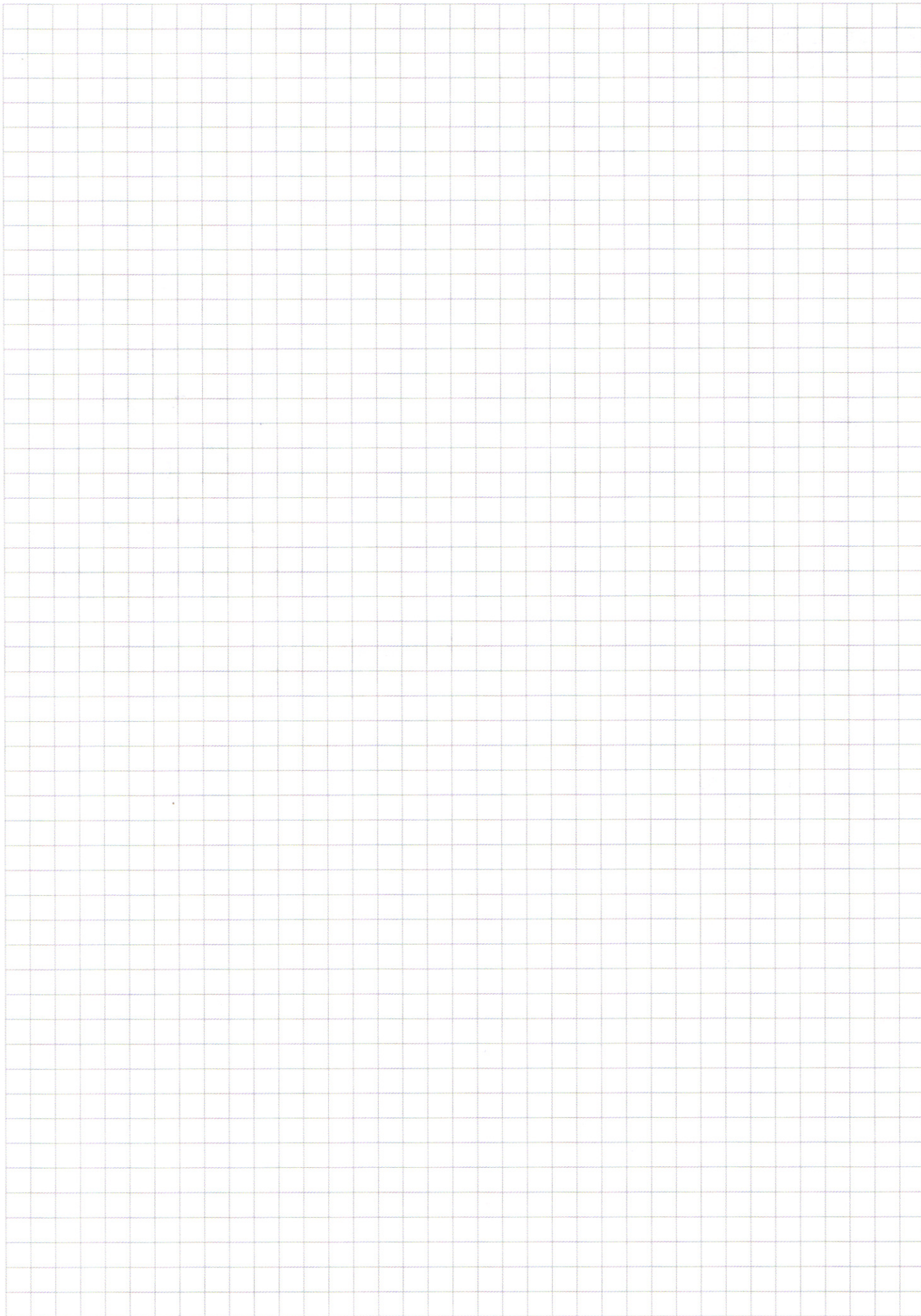
$$2 \frac{AB}{\sin 45^\circ} = 10$$
$$AB = \frac{10}{2} \sin 45^\circ = 5 \sin 45^\circ = 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

3. $CF = 10$ ($43 \triangle CBR$ 4
 $\triangle CBF$)

$$4. 14 = a\sqrt{2}$$
$$a = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$$

17.

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

$$\begin{array}{r|l} 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \\ \times 125 \\ \hline 84375 \\ 67500 \\ 135000 \\ \hline 421875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3375 & 5 \\ \hline 30 & 675 \\ -37 & 5 \\ \hline 35 & 135 \\ -28 & 10 \\ \hline 17 & 27 \\ -15 & 35 \\ \hline 25 & \end{array}$$

возможные в-та:

$$1) \text{ (когда } 5, 3 \text{ и } 1): \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 5! \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 8 \cdot 2} = 10 \cdot 7 \cdot 8 = 560$$

$$2) \text{ когда } (5, 9, 3, 1): \frac{8!}{3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 2} = 10 \cdot 6 \cdot 8 = 3360$$

$$\Rightarrow \Sigma = 560 + 3360 = 3920$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 3360 \\ \hline 3920 \end{array}$$

N2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\frac{\pi}{2} - (4x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 11x - \cos(\frac{\pi}{2} - 11x) + \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \cdot \sin(11x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin \frac{\pi}{4} - 2 \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-\sqrt{2} \sin(11x + \frac{\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$\sin(3x - \frac{\pi}{4}) + \sin(11x + \frac{\pi}{4}) = \cos 4x$$

$$2 \cdot \sin 7x \cdot \cos(4x - \frac{\pi}{4}) = \cos 4x$$

$$2 \sin 7x \cdot \cos(4x + \frac{\pi}{4}) - \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 4x) - \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\cos(11x - \frac{\pi}{4}) - \cos(\frac{\pi}{4} + 3x)) - \cos 4x = 0$$

$$\begin{aligned} \sin(11x + \frac{\pi}{4}) &= \cos 4x + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) \\ \sin(11x + \frac{\pi}{4}) &= \cos 4x + \cos(\frac{\pi}{4} + 3x) \\ \sin(11x + \frac{\pi}{4}) &= 2 \cos 4x \end{aligned}$$

$$\cos(11x - \frac{\pi}{4}) - \cos(\frac{\pi}{4} + 3x) = \cos 14x$$

$$\cos(11x - \frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4} + 3x)$$

$$\cos(11x - \frac{\pi}{4}) - \cos 14x = \cos(\frac{\pi}{4} + 3x)$$

$$2 \cdot \sin$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \cos(\frac{\pi}{2} - 11x) + \sin 3x - \sin(\frac{\pi}{2} - 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin(11x - \frac{\pi}{4}) + 2 \cdot \sin(3x - \frac{\pi}{4}) \cdot \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin(3x - \frac{\pi}{4}) - \sin(11x - \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$2 \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{8}) = \cos 14x$$

$$-2 \sin(4x) \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = 2 \cos 7x - 1$$

$$\cos 11x - \cos(\frac{\pi}{2} - 11x) - \cos 3x + \cos(\frac{\pi}{2} - 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin(11x - \frac{\pi}{4}) - 2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) = -\cos 14x$$

$$2 \cdot \sin 4x \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 14x$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = \sin(\frac{\pi}{4} + 7x)$$

$$2 \sin 4x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + 2 \sin(\frac{\pi}{2} - 14x) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - d) = \cos d$$

$$2 \sin 4x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) (\sin 4x + \cos(\frac{\pi}{4} - 7x)) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0$$

$$\sin 4x + \sin(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$2 \sin 4x \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) + \cos 14x = 0$$

$$2 \sin 4x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{2} - 14x) = 0$$

$$2 \sin 4x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0$$

$$\sin 4x \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 7x) = 0 \quad (1)$$

$$(1) \quad \frac{\pi}{4} + 7x = \pi n \Rightarrow x = \frac{\pi n - \frac{\pi}{4}}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 4x + \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0 \quad (2)$$

$$1) \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\frac{3x}{2} = \pi + \frac{\pi}{8}$$

$$2 \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) \cdot \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$1) \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$