

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

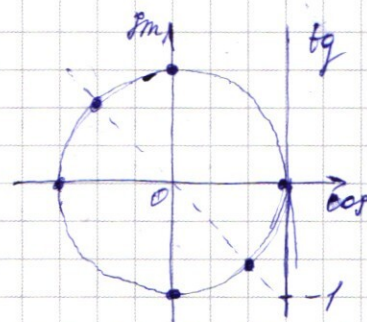
Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \\
 & -2\sin 7x \sin 4x + 2\sin(-4x) \cos 7x = \sqrt{2} (2\cos^2 7x - 1) \\
 & -2\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\
 & -2\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = 0 \\
 & (\sin 7x + \cos 7x) (-2\sin 4x - \sqrt{2} \cos 7x + \sqrt{2} \sin 7x) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 & | : \cos 7x \neq 0 \\ \sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan 7x + 1 = 0 \\ \sqrt{2} \sin 4x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan 7x = -1 \\ \sqrt{2} \cdot 2\sin\left(\frac{4x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2}\right) \cos\left(\frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan 7x = -1 \\ \sin\left(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^{2 \lg x \lg y} & (2) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (1) \end{cases}$$

DD3:
 $\begin{cases} x > 0 \\ 2y > 0 \end{cases}$

$$1) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$3y^2 + 2y(-6+x) + 4x - x^2 = 0$$

$$D = x^2 - 12x + 36 - 12x + 3x^2 = (2x-6)^2$$

$$\begin{cases} y = \frac{+6-x+2x-6}{3} = \frac{x}{3} & (3) \\ y = -\frac{x+6-2x+6}{3} = -x+4 & (4) \end{cases}$$

$$2) \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^{2 \lg x \lg y}$$

подставим (3)

$$\left(\frac{x^5}{3^5 x}\right) \lg x = \left(\frac{x}{3}\right)^{2 \lg \frac{x^2}{3}}$$

$$\lg \left(\frac{x^4}{3^5}\right) \lg x = \lg \left(\frac{x}{3}\right)^2 \lg \frac{x^2}{3}$$

$$\lg x \lg \left(\frac{x^4}{3^5}\right) = 2 \lg \frac{x^2}{3} \lg \frac{x}{3}$$

$$\lg x (4 \lg x - 5 \lg 3) = 2 (2 \lg x - \lg 3) (\lg x - \lg 3)$$

$$4 \lg^2 x - 5 \lg x \lg 3 = 4 \lg^2 x - 6 \lg x \lg 3 + 2 \lg^2 3$$

$$\lg x \lg 3 - 2 \lg^2 3 = 0$$

$$\lg 3 (\lg x - 2 \lg 3) = 0$$

$$\lg x - 2 \lg 3 = 0$$

$$\lg x = \lg 9$$

$$\Rightarrow x = 9 \Rightarrow y = \frac{x}{3} = 3$$

$$\Rightarrow (9; 3)$$

подставим (4)

$$\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right) \lg x = (4-x)^{2 \lg (4-x)x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \lg\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right) \lg x &= \lg(4-x) \cdot 2 \lg((4-x)x) \\ \lg x \cdot \lg\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right) &= 2 \lg(4-x) \cdot \lg(4-x) \\ 5 \lg x \lg(4-x) - \lg^2 x &= 2 \lg x \cdot \lg(4-x) + 2 \lg^2(4-x) \\ 3 \lg x \lg(4-x) - \lg^2 x - 2 \lg^2(4-x) &= 0 \\ \lg x (\lg(4-x) - \lg x) + 2 \lg(4-x) (\lg(4-x) - \lg x) &= 0 \\ (\lg(4-x) - \lg x) (\lg x + 2 \lg(4-x)) &= 0 \\ \begin{cases} \lg(4-x) - \lg x \\ \lg x = -2 \lg(4-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x = x \\ \frac{1}{\sqrt{x^2}} = 4-x \end{cases} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 2 \Rightarrow y = 4 - x = 2 & \quad (2; 2) \\ \sqrt{x^2} = t & \quad x = t^2 \\ \frac{1}{t} = 4 - t^2 \\ 1 = 4t - t^3 \\ t^3 - 4t + 1 = 0 \\ 3 < t < 4 \\ \Rightarrow 9 < t^2 < 16 \\ 9 < x < 16 \Rightarrow y < 0 \Rightarrow \emptyset \end{aligned}$$

Ответ: $(9; 3); (2; 2)$.

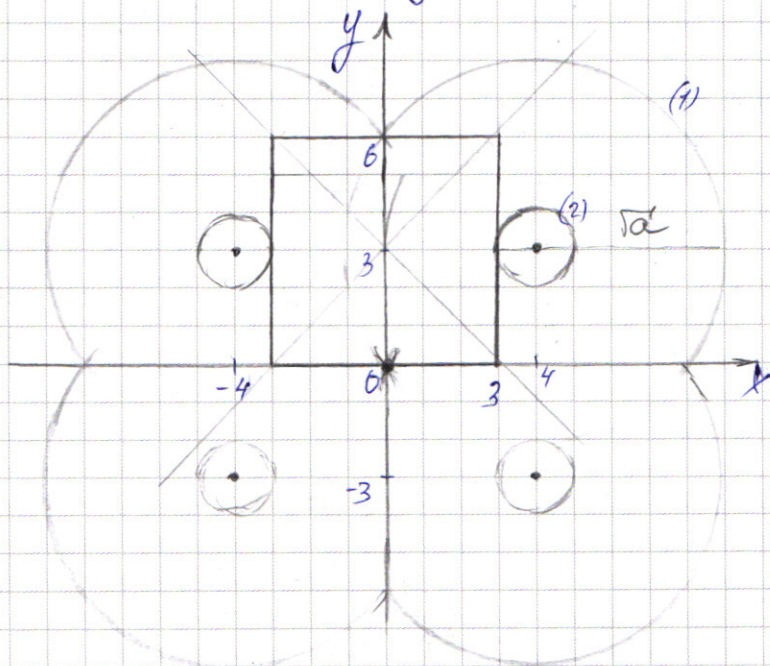
5.
$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

или 2 реш.

раскрываем модуль:

$$\left\{ \begin{array}{ll} y = 6, & \text{если} \\ x = -3, & \text{если} \\ x = 3, & \text{если} \\ y = 0, & \text{если} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \\ y \geq x+3 \\ y < -x+3 \\ y < 3+x \\ y \geq -x+3 \\ y < 3+x \\ y < -x+3 \end{array} \right.$$

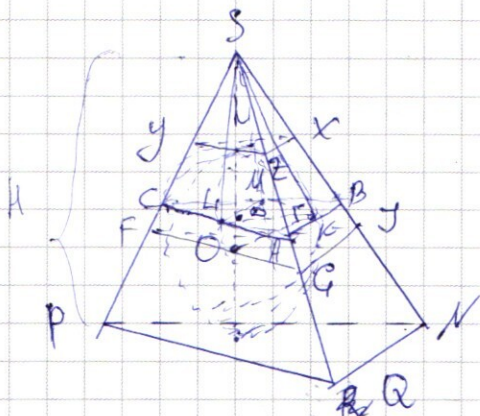
$$\left\{ \begin{array}{ll} (x-4)^2 + (y-3)^2 = a, & \text{если} \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 = a, & \text{если} \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 = a, & \text{если} \\ (x+4)^2 + (y+3)^2 = a, & \text{если} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \\ x < 0 \\ y < 0 \end{array} \right.$$



система имеет два решения, когда $\sqrt{a} = 5$ (1) $x \rightarrow \begin{pmatrix} 0; 0 \\ 4; 0; 6 \end{pmatrix}$
 если $\sqrt{a} > 5$, то сист. реш. не имеет
 когда $1 < \sqrt{a} < 5$, сист. имеет 4 решения
 когда $\sqrt{a} = 1$, сист. имеет 2 реш. (2)
 Ответ: $a = \{1; 25\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



$$\triangle ABC \sim \triangle PQR \sim \triangle yxz$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PQR} = 4$$

$$S_{\triangle yxz} = 4$$

$$\left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{S_{\triangle yxz}}{S_{\triangle ABC}}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2h = \frac{1}{2} H$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{4} H$$

$$OK = R$$

$$OS = 2h$$

$$\triangle OKS - \text{right} \Rightarrow \sin \angle OSK = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{2h} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle OSK = 30^\circ$$

$$S_{\triangle FGJ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{\triangle PQR} = \frac{4}{9} \cdot 4 = \frac{16}{9}$$

высота в $\triangle ABC$ $SO = \frac{\sqrt{4R^2 - R^2} \cdot R}{2R} = \frac{\sqrt{3}R}{2}$

$$\angle SOK = 60^\circ$$

$$OK = R \Rightarrow OD = OK \cos 60^\circ = \frac{R}{2}$$

$$SD = 2h - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$\frac{SD}{SO} = \frac{3R}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}R}{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 S_{\triangle FGJ}$$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{9} = 4$$

$$S_{\triangle KLM} = \frac{1}{4} S_{\triangle FGJ} = \frac{4}{9}$$

Ответ: $\angle OSK = 30^\circ$

1. 3375

Разложим на простые множители (8)

3375	5
675	5
135	5
27	3
9	3
3	3
1	1
1	1

$$\Rightarrow 3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

найдем все комбинации:

$$\cancel{8 \cdot 8} \quad 8 \cdot 8 = 64$$

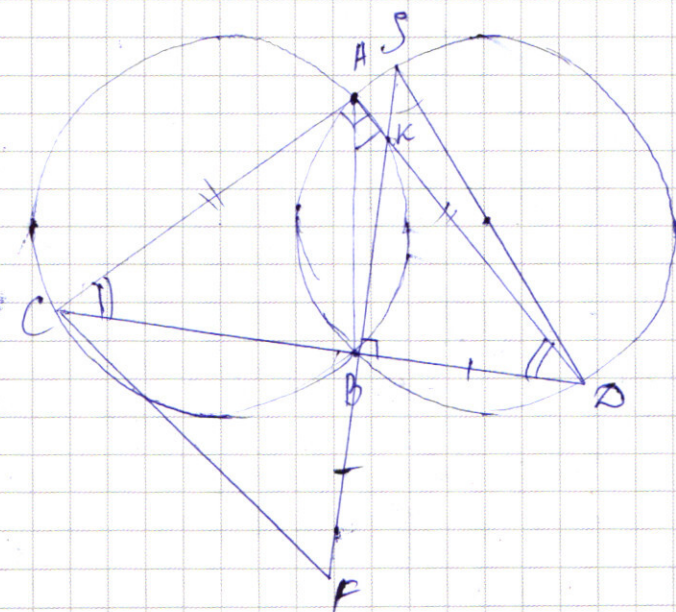
~~8 \cdot 8 = 64~~ надо исключить одинаковые числа, т.к. 5, 3 и 1 повторяются

Таким 10

$$\Rightarrow 64 - 10 = 54$$

Ответ: 54

6.



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AKB}$, т.к. радиусы равны
 $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

т.к. $\angle SBD = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow SD$ - диаметр $\Rightarrow$
 $\Rightarrow SD = 10$

по т. Пиф.
 $(CB + BD)^2 = 2AD^2$

$\triangle SBD = \triangle CBF$
 т.к. $BF = BD \Rightarrow$
 $\Rightarrow CF = SD = 10$

Ответ: $CF = 10$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \\
 & -2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin(-4x) \cos 7x = \sqrt{2} (2 \cos^2 7x - 1) \\
 & -2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\sqrt{2} \cos 7x - 1) (\sqrt{2} \cos 7x + 1) \\
 & -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\
 & -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) - \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = 0 \\
 & (\sin 7x + \cos 7x) (-2 \sin 4x - \sqrt{2} \cos 7x + \sqrt{2} \sin 7x) = 0
 \end{aligned}$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0$$

$$+ \cos 7x + (-\sin 7x) = 0$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sqrt{2} \sin 4x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 7x + \cos 7x = 0 \\ \sin 4x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 7x = -\cos 7x \\ 2 \sin\left(\frac{4x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2}\right) \cos\left(\frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 7x = -\cos 7x \\ \sin\left(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\sin\left(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\cos\left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \\ -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi l, \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} n, \quad n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi}{3} k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi}{11} l, \quad l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

или 2 фич.

$$\begin{cases} y-3-x+y-3+x=6, & \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \\ y-3-x-y+3-x=6 & \begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases} \\ -y+3+x+y-3+x=6 & \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x \geq 0 \end{cases} \\ -y+3+x-y+3-x=6 & \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 = a \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 = a \\ (x+4)^2 + (y+3)^2 = a \end{cases}$$

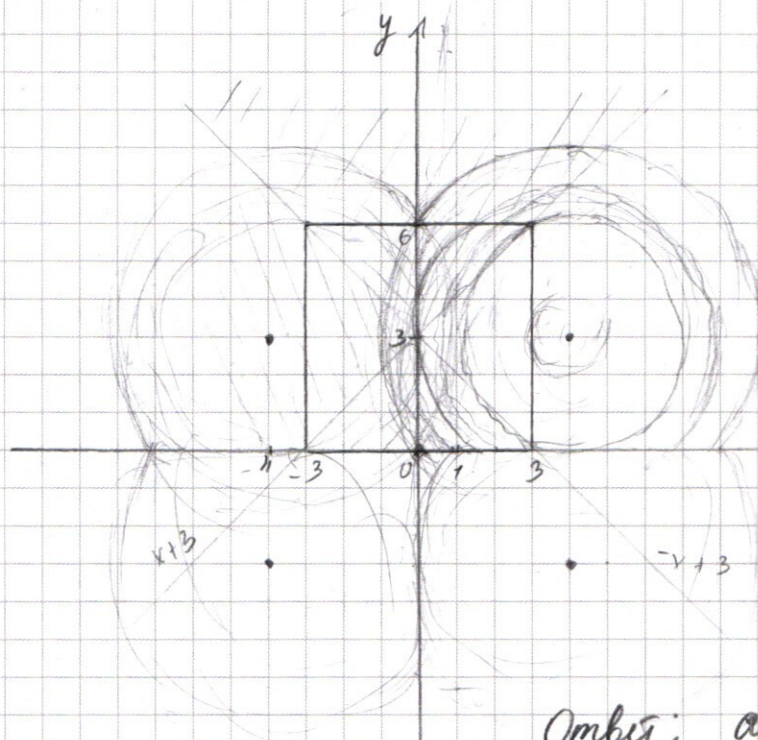
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x < 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y < 0 \\ x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} 2y = 6, & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y \geq -x+3 \end{cases} \\ -2x = 6, & \begin{cases} y \geq x+3 \\ y < -x+3 \end{cases} \\ x = 3, & \begin{cases} y < 3+x \\ y \geq -x+3 \end{cases} \\ y = 0, & \begin{cases} y < 3+x \\ y < -x+3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y-3)^2 = a, & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ (x+4)^2 + (y-3)^2 = a, & \begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 = a, & \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} \\ (x+4)^2 + (y+3)^2 = a, & \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



2 рш, когда $\sqrt{a} = 5$
 $a = 25$
 $\rightarrow$ граница
 до $\sqrt{a} < 5$ нет рш.
 когда $\sqrt{a} > 5$
 шест. или 4 рш.
 2 рш. будет.
 или шест.
 $\rightarrow$ когда окр-ти
 будут касаться
 сторон квадрата
 т.е. когда $\sqrt{a} = 1$
 $\rightarrow a = 1$

Ответ: $a = \{1; 25\}$

$x < 0$ - не целое

$$y = 1 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$x = 0$$

$$y = 2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^{64} + 3 \cdot 2^{65}$$

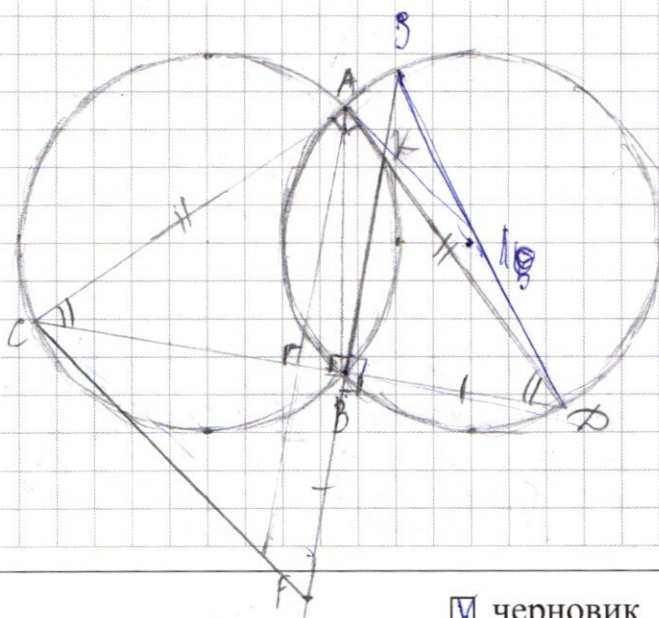
$$y = 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64}x - x$$

$$2(2^{x-1} + 3 \cdot 2^{64}) - 70 = x(2^{64} - 1)$$

$x =$

$AB = ACB$, т.к. радиусы
 равны
 $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$
 т.е. $\triangle CAD = 90^\circ$
 $AP = 10$
 $BP = BE$



3.

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy \cdot y^2 \lg xy \cdot 5 \lg 5 = 6$$

$$y^5 \lg x \cdot x^{-\lg x} = y^2 (\lg x + \lg y)$$

$$\lg \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^2 \lg xy$$

$$\lg x (\lg y^5 - \lg x) = \lg y^2 + \lg (\lg x + \lg y)$$

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x - 2 \lg y - \lg (\lg x + \lg y)$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x(x-y) - x(4+y) - 3y(y+4) = 0$$

$$x(x-y-4-y) - 3y^2 - 12y + 2xy + 3y^2 + 4x - x^2 = 0$$

$$3y^2 + 2y(-6+x) + 4x - x^2 = 0$$

$$D = x^2 - 12x + 36 - 12x + 3x^2 = 4x^2 - 24x + 36 = (2x-6)^2$$

$$y = \frac{-x+6 \pm \sqrt{4x^2-24x+36}}{3} = \frac{x}{3}$$

$$y = \frac{-x+6 - \sqrt{4x^2-24x+36}}{3} = \frac{-3x+12}{3} = -x+4$$

$$\left(\frac{x^4}{243x}\right)^{\lg x} = \frac{x^2}{9} \lg \frac{x^2}{3}$$

$$\left(\frac{x^4}{243}\right)^{\lg x} = \frac{x^2}{9} (2 \lg x - \lg 3)$$

$$\lg x \lg \frac{x^4}{243} = \lg \frac{x^2}{9} + \lg (2 \lg x - \lg 3)$$

$$\lg x (4 \lg x - \lg 243) = 2 \lg x - 2 \lg 3 + \lg (2 \lg x - \lg 3)$$

$$\lg x (4 \lg x - 5 \lg 3) = 2 \lg x - 2 \lg 3 + \lg (2 \lg x - \lg 3)$$

$$\lg^2 x - 5 \lg x \lg 3 - 2 \lg x + 2 \lg 3 = \lg (2 \lg x - \lg 3)$$

$$2 \lg x (2 \lg x - 1) - \lg 3 (5 \lg x - 2) = \lg (2 \lg x - \lg 3)$$

$$\lg x (4 \lg x - 2)$$

$$\left(\frac{x^5}{3^5 x}\right)^{\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^2 2 \lg \frac{x^2}{3}$$

$$\lg x \lg \frac{x^4}{3^5} = 2 \lg \frac{x^2}{3} \lg \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow (100; \frac{100}{3})$$

$$\lg x (4 \lg x - 5 \lg 3) = 2(2 \lg x - \lg 3) \cdot \lg x$$

$$4 \lg^2 x - 5 \lg x \lg 3 = 4 \lg^2 x - 6 \lg x \lg 3 + 2 \lg^2 3$$

$$- \lg x \lg 3 - 2 \lg^2 3 = 0$$

$$\lg 30 (\lg x - 2) = 0 \quad \lg 3 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{(4-x)^5}{x}\right) \lg x = (4-x)^2 \lg(4-x)x$$

ОДЗ: $y \geq 0$
 $x > 0$
 $4-x > 0$

$$\lg x \lg \frac{(4-x)^5}{x} = 2 \lg((4-x)x) \cdot \lg(4-x)$$

$$\lg x (5 \lg(4-x) - \lg x) = 2(\lg x + \lg(4-x))(\lg(4-x))$$

$$5 \lg x \lg(4-x) - \lg^2 x = 2 \lg x \cdot \lg(4-x) + 2 \lg^2(4-x)$$

$$3 \lg x \lg(4-x) - \lg^2 x + 2 \lg^2(4-x) = 0$$

$$3 \lg x \lg(4-x) - \lg^2 x + 2 \lg x \lg(4-x) + 2 \lg^2(4-x) = 0$$

$$\lg x (\lg(4-x) - \lg x) + 2 \lg(4-x) (\lg(4-x) + \lg x) = 0$$

$$\lg x \cdot \lg \frac{4-x}{x} + 2 \lg(4-x) \cdot \lg(x \cdot (4-x)) = 0$$

$$(\lg(4-x) - \lg x)(\lg x + 2 \lg(4-x)) = 0$$

$$\begin{cases} \lg \frac{4-x}{x} = \lg x \\ \lg(4-x) = \lg \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-x = x \\ x^2 = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = 2$$

$$4-x = \sqrt{x}$$

$$4x - x^2 = x$$

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 16 = 15$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{15}}{2} \approx 7$$

$$4=7 \Rightarrow y < 0$$

$$x = \frac{9 - \sqrt{15}}{2} \approx 1,5 \Rightarrow y = 4 - \frac{9 - \sqrt{15}}{2} = \frac{\sqrt{15} - 1}{2}$$

$$(2; 2); \left(\frac{9 - \sqrt{15}}{2}; \frac{\sqrt{15} - 1}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{2}$$

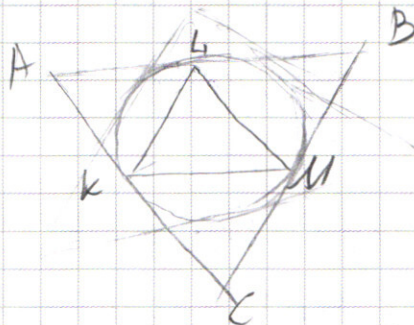
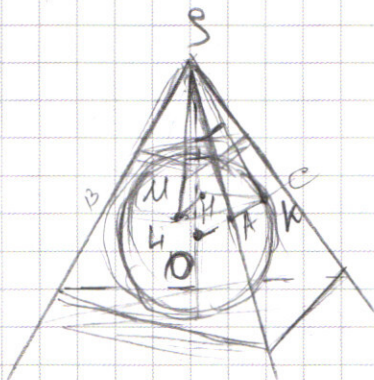
$$\frac{2}{7}$$

$$1 = 4\sqrt{x} - x\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{4-x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{7^3}{8} - 14 + 12 \lg \frac{1}{\sqrt{x}} = \lg(4-x)$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{4-x} \Rightarrow 4 = 64 - 16x + 9 - \frac{1}{x}$$



1 и 4 подобные Δ

ABE

$$AH = OK = R \cdot SA \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{s}{S} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$AB \cdot \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}$$

$$R = \frac{1}{4} H$$

$$S_{ABE} = \frac{16}{9}$$

$$S_{ABE} = \frac{AB \cdot BE \cdot AC}{4R}$$

3375

4 2 3 4 5 6 7 2

$$\begin{array}{r} 3375 \\ 675 \\ 135 \\ 27 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$4R = \frac{16}{9 AB \cdot BE \cdot AC}$$

$$\frac{16}{9} = (AB + BE + AC) \cdot R$$

$$\frac{16}{9} : 4 = \frac{4}{9}$$

$$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 56 \cdot 30 \\ 1680 \\ \times 24 \\ \hline 40320 \end{array}$$



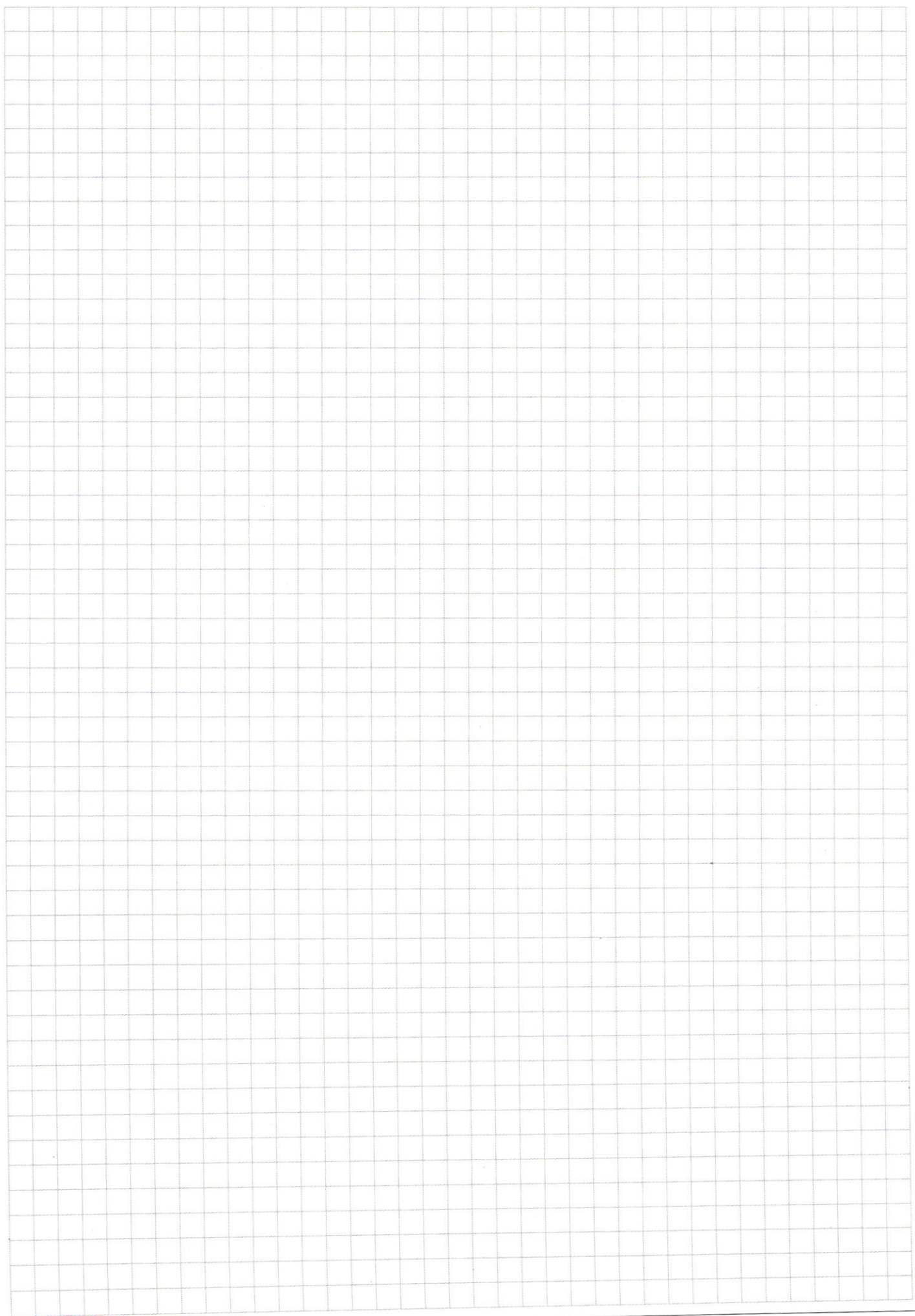
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)