

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K , L , M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложение 3375 на простые множители.

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Следовательно, в числах подходящих по условиям могут быть только цифры 1, 3, 5, 9.

Рассмотрим, какие виды подходящих чисел могут быть:

1) У которых цифры: 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1, 1

2) цифры: 5, 5, 5, 9, 3, 1, 1, 1, 1

Других быть не может, так как пятёрок ровно 3, а девяток не более одной.

$$\text{Чисел 1-го вида: } C_8^3 \cdot C_5^3 = 560$$

количество способов выбрать места для троек
выбрать места для троек

$$\text{Чисел 2-го вида: } C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = 1120$$

Всего подходящих по условию чисел: 1680

Ответ: 1680

$\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow \\
 (\cos 11x - \sin 11x) - (\cos 3x - \sin 3x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\
 (\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x) &= \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow \\
 (2 \sin(-4x) \cos(\frac{\pi}{2} - 7x)) + (2 \sin(-4x) \cos(7x)) &= \\
 = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) \Leftrightarrow \\
 2 \sin(-4x) (\sin(7x) + \cos 7x) &= \\
 = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) \Leftrightarrow \\
 (\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + & \\
 + 2 \sin(+4x)) = 0 \Leftrightarrow \\
 (\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \cdot 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) \cos(\frac{\pi}{4}) + & \\
 + 2 \sin(+4x)) = 0 \Leftrightarrow \\
 (\sin 7x + \cos 7x) (\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin(4x)) = 0 \Leftrightarrow \\
 (\sin 7x + \cos 7x) \cdot 2 \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x) \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x) = 0 \Leftrightarrow \\
 2 \sin(\frac{\pi}{4}) \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) \cdot 2 \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x) \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x) = 0 \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x) = 0 \\ \cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{3}{4}\pi - 7x) = 0 \\ \sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x) = 0 \\ \sin(\frac{3}{8}\pi + \frac{11}{2}x) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{7}(\pi k + \frac{3}{4}\pi), k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2}{3}(\pi k_2 + \frac{\pi}{8}), k_2 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2}{11}(\pi k_3 + \frac{3}{8}\pi), k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi k}{7} + \frac{3}{28}\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2}{3}\pi k_2 + \frac{\pi}{12}, k_2 \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2}{11}\pi k_3 - \frac{3\pi}{44}, k_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $x = \frac{\pi k}{7} + \frac{3}{28}\pi, k \in \mathbb{Z};$

$x = \frac{2}{3}\pi k_2 + \frac{\pi}{12}, k_2 \in \mathbb{Z}; x = \frac{2}{11}\pi k_3 - \frac{3\pi}{44}, k_3 \in \mathbb{Z}$

№5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Разберём случаи:

1) Если $y-3-x \geq 0$ и $y-3+x \geq 0$:

$$(y-3-x) + (y-3+x) = 6 \Leftrightarrow$$

$$2y-6=6 \Leftrightarrow$$

$y=6$ подставляем во второе уравнение:

$$(|x|-4)^2 + 9 = a \Leftrightarrow x = \pm(\sqrt{a-9}+4)$$

В рассматриваемом случае: (учитываем $y=6$)

$$y-3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

$$y-3+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

Чтобы было 2 решения, нужно, чтобы

$$\sqrt{a-9}+4 \leq 3 \text{ и } -\sqrt{a-9}-4 \geq -3, \text{ это не}$$

достигается, ~~когда решение нет.~~

~~т.е. в этом случае 1 решение может быть. Достигается при~~

2) Если $y-3-x \leq 0$ и $y-3+x \leq 0$:

$$-y+3+x - y+3-x = 6 \Leftrightarrow$$

$$-2y+6=6 \Leftrightarrow$$

$y=0$, подставляем во второе уравнение

$$(|x|-4)^2 + 9 = a \Leftrightarrow$$

$$x = \pm(\sqrt{a-9} + 4)$$

В рассматриваемом случае

$$y-3-x \leq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

$$y-3+x \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

Чтобы было 2 решения, ^{в данном случае} нужно, чтобы

$$(\sqrt{a-9} + 4) \leq +3$$

$-(\sqrt{a-9} + 4) \geq -3$, это не достигается,
решений нет ~~✗~~(2)

3) Если $y-3-x \geq 0$ и $y-3+x \leq 0$

$$(y-3-x) + (-y+3-x) = 6 \Leftrightarrow$$

$$x = -3$$

Подставляем во второе уравн.:

$$1 + (|y|-3)^2 = a \Leftrightarrow y = \pm(\sqrt{a-1} + 3)$$

~~Чтобы было 2 решения, нужно, чтобы~~

$$\sqrt{a-1} + 3 \quad \text{В рассматриваемом случае}$$

$$y-3-x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$$

$$y-3+x \leq 0 \Rightarrow y \leq 6$$

Чтобы было 2 решения, ^{в данном случае} нужно, чтобы:

$$(\sqrt{a-1} + 3) \leq 6 \text{ и } -\sqrt{a-1} - 3 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{Получаем } \sqrt{a-1} \leq 3 \Rightarrow 1 \leq a \leq 10$$

$$\sqrt{a-1} \leq 3 \text{ и } \sqrt{a-1} \leq -3 \text{ чего быть не может.}$$

Решений нет. ~~✗~~(3)

4) Если $y-3-x \leq 0$ и $y-3+x \geq 0$

$$(-y+3+x) + (y-3+x) = 6 \Leftrightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = 3$. Подставляем во второе уравн.:

$$1 + (|y| - 3)^2 = a \Leftrightarrow y = \pm(\sqrt{a-1} + 3)$$

~~Чтобы было 2 решения, нужно,~~

В рассматриваемом случае.

$$y - 3 - x \leq 0 \Rightarrow y \leq 6 \Leftrightarrow$$

$$y - 3 + x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$$

Чтобы было 2 решения, нужно, чтобы: ^{в данном случае}

$$(\sqrt{a-1} + 3) \leq 6 \text{ и } -(\sqrt{a-1} + 3) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{a-1} \leq 3 \text{ и } \sqrt{a-1} \leq -3$$

~~Чего быть не можем.~~

* (4)

~~Перебрали все случаи, решений не нашлось.~~

~~Ответ: нет решений.~~

5) Найдём, ~~когда~~ при каких a в наших пунктах ровно 1 решение:

$$*(1): \begin{cases} +\sqrt{a-9} + 4 \leq 3 \\ \sqrt{a-9} + 4 \geq -3 \\ -\sqrt{a-9} - 4 \leq 3 \\ -\sqrt{a-9} - 4 \geq -3 \end{cases}$$

~~при любом a~~
~~нет решений~~

* (2): аналогично, что и в * (1): нет решений

$$* (3): \begin{cases} \sqrt{a-1} + 3 \leq 6 \\ \sqrt{a-1} + 3 \geq 0 \\ -\sqrt{a-1} - 3 \leq 6 \\ -\sqrt{a-1} - 3 \geq 0 \text{ — н.р.} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq a \leq 10$$

$$* (4): \begin{cases} \sqrt{a-1} + 3 \leq 6 \\ \sqrt{a-1} + 3 \geq 0 \\ -\sqrt{a-1} - 3 \leq 6 \\ -\sqrt{a-1} - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq a \leq 10$$

Чтобы было 2 решения, нужно, чтобы при некотором a существовало по 1 решению
ровно в 2-х случаях! (не было других решений) Не трудно догадаться, что $1 \leq a \leq 10$

Ответ: $[1; 10]$

№ 6

$R = 5$. — радиус окружности.

Окружности одного радиуса и хорда AB — ось симметрии $\Rightarrow$

$\angle ACB = \angle ADB$, а т.к.

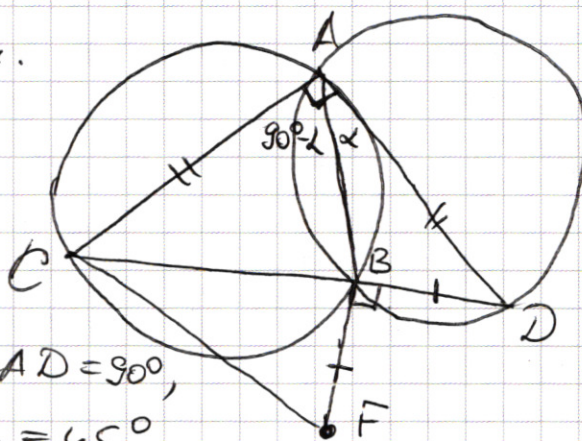
$\angle ACB + \angle ADB = 180^\circ - \angle CAD = 90^\circ$,

то $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

и $AC = AD$ (ACD — равнобедренный)

Обозначим $\alpha = \angle BAD$, тогда

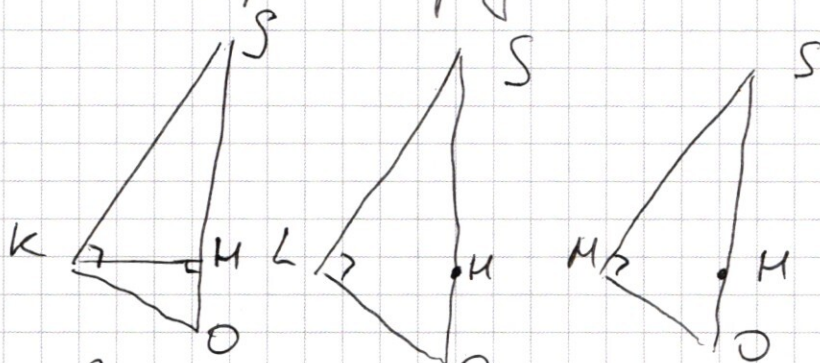
$\angle CAB = 90^\circ - \alpha$;



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Докажем, что KLM перпендикулярно SO :

Рассмотрим треугольники $SКО$, SLO , $SМО$



Это прямоугольные треугольники.

$$KO = LO = MO = r$$

$$SO - \text{общая} \Rightarrow \triangle SOK = \triangle SOL = \triangle SOM$$

Опустим высоту из K на SO с основанием H .

H будет являться основанием высот из L на SO и из M на SO , т.к. $KH \perp SO$ и $LH \perp SO$ и

$MH \perp SO$, то KLM - плоскость и

она перпендикулярна SO . Докажи

2) Пусть α - сечение из условия задачи площадью 1.

β - сечение из условия задачи площадью 4.

$\alpha \parallel \beta \parallel KLM$, потому что они
плоскости
перпендикулярны SO .

Используем обобщённую теорему синуса:

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 2R \quad \text{и} \quad \frac{BC}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R$$

$$\frac{BD}{\sin(\angle OAB)} = \frac{BC}{\sin(\angle CAB)}$$

Получаем $BD = 2R \sin \alpha$

$BC = 2R \cos \alpha$

$\triangle CBF$ - прямоугольный треугольник. $\Rightarrow$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2} =$$

$$= \sqrt{4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \cos^2 \alpha} = 2R = 10$$

исп. основное
тригоном.
тождество

Ответ: $2R = 10$

r - радиус сферы.
Пусть
величина $a = SO - r$.

$\sqrt{4}$
трёхгранный
угол:

Пусть A, B - точки
пересечения OS со сферой
(A ближе к S , чем B)

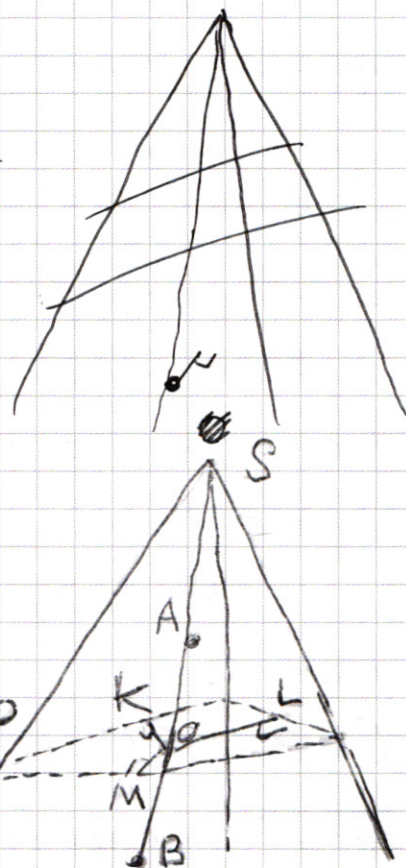
Через A проходит сечение
(из условия задачи)
площадью 1, через B
сечение
площадью 4.

$AS = SO - r = a$

$BS = a + 2r$

$OK = OL = OM = r$

сечение
трёхгранного
угла
плоскостью KLM



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

Так как α , β , и плоскость KLM ~~сечёт~~ сечёт трёхгранной угол, то площади этих сечений пропорциональны квадрату высоты проведённой к KLM из S (высоты проходят вдоль SO)

И.е.

$$\frac{S_{\text{сечения } \alpha}}{SA^2} = \frac{S_{\text{сечения } \beta}}{SB^2} = \frac{S_{\text{сечения } KLM}}{SH^2} \Rightarrow$$

$$S_{\text{сечения } KLM} = \frac{SH^2}{SA^2} S_{\text{сечения } \alpha}$$

$$\frac{SA^2}{SB^2} = \frac{S_{\text{сечения } \alpha}}{S_{\text{сечения } \beta}} \Rightarrow \frac{a^2}{(a+2r)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2 + 4ar + 4r^2}{a^2} = 4$$

$$\Rightarrow \left(1 + 2\frac{r}{a}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{r}{a} = \frac{1}{2};$$

$$SH = SK \cos \angle KSO = SO \cos^2 \angle KSO;$$

Найдём $\angle KSO$.

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{r}{a+r} = \frac{1}{\frac{a}{r} + 1} = \frac{1}{3};$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right), a$$

($\angle KSO < 90^\circ$) (также сферу в угол не вписать)

$$\cos \angle KSO = \sqrt{1 - \frac{1}{3^2}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \Rightarrow$$

$$SH = SO \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = (a+r) \frac{\sqrt{8}}{3}; \Rightarrow$$

$$S_{\text{сечение к/м}} = \frac{S_{\text{м}^2}}{S_{\text{А}^2}} \cdot S_{\text{сечение д}} =$$

$$= \frac{\left((a+r) \frac{8}{9}\right)^2}{a^2} \cdot 1 = \left(1 + \frac{r}{a}\right)^2 \cdot \frac{64}{81} =$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \frac{64}{81} = \frac{9}{4} \cdot \frac{64}{81} = \frac{16}{9}$$

Ответ: искомая площадь $\frac{16}{9}$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$$

$\sqrt{3}$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg(xy) \\ \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg(xy) \\ \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\begin{cases} (-x - y + 4)(-x + 3y) = 0 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3y \Rightarrow x \text{ и } y - \text{разных знаков} \Rightarrow \lg(xy) \text{ — неопредел.} \\ \text{или } x=0, y=0, \text{ но это тоже не подходит.} \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg(xy) \Leftrightarrow y^5 \lg x = (y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y) \cdot x \lg x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^5 \lg(y-4) = y^2 \lg(y-4) \cdot y^2 \lg y \cdot (y-4) \lg(y-4) \\ y = 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ \left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^2 \lg(xy) \end{cases} \Leftrightarrow$$

Используем, что $y = 10^{\lg y}$
 $\frac{y}{x} = 10^{-\lg x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 4 \end{cases}$$

$$\left(5 \lg y - \lg x\right) \cancel{x^5} = \lg(y) \cdot x^2 y^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ \left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x = y^2 \lg(xy) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^5 \lg x = (y^2 \lg x + y^2 \lg y) x \lg x \end{cases} \Leftrightarrow$$

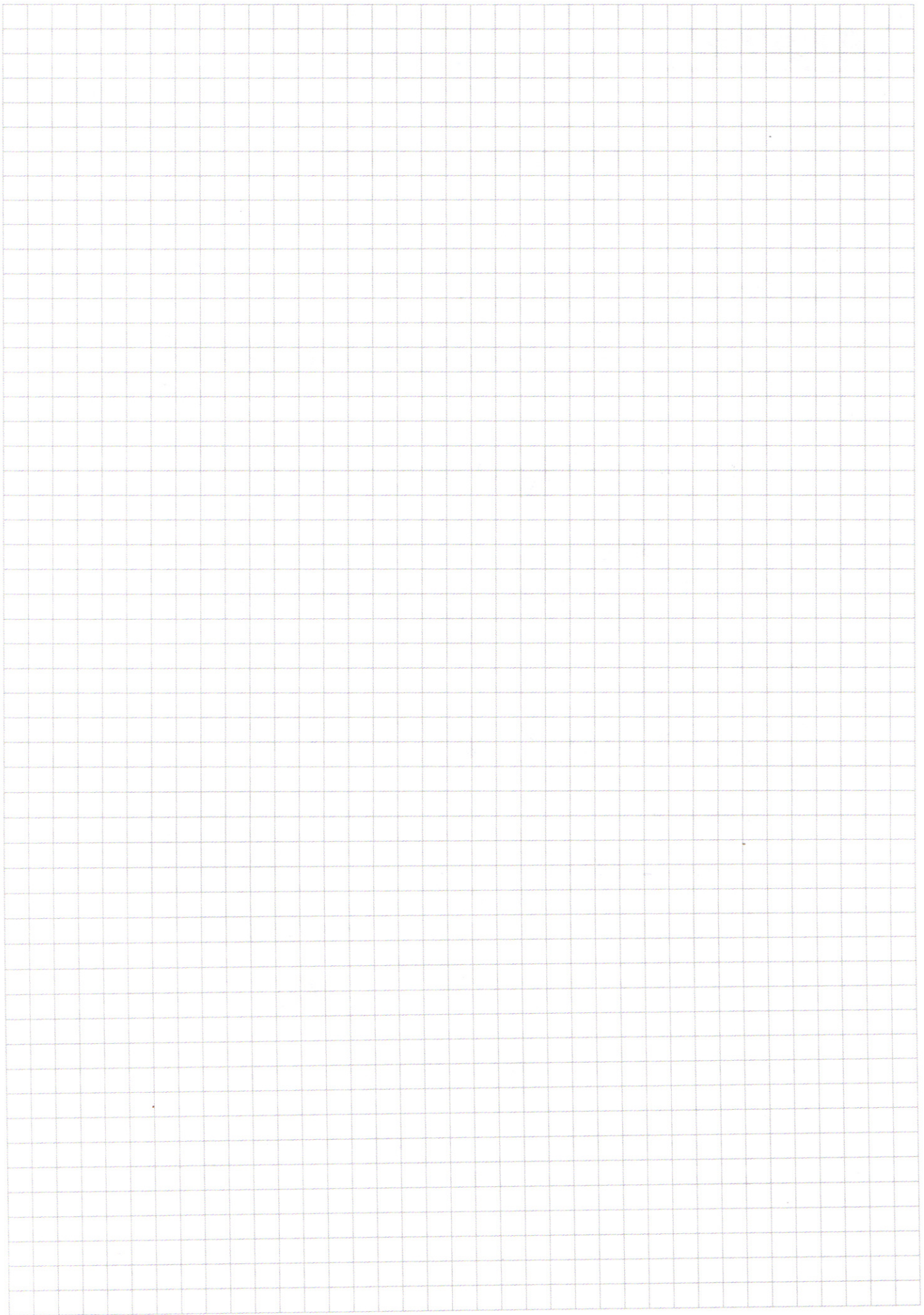
$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^3 \lg x - 2 \lg y = x \lg x, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y \lg\left(\frac{x^3}{y^2}\right) = x \lg(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ \left(\frac{x^3}{y^2}\right) \lg y = x \lg(x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

Замена $x = z - 2$ $y = z + 2$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ \left(\frac{(z-2)^3}{(z+2)^2}\right) \lg(z+2) = (z-2) \lg(z-2) \end{cases} \Leftrightarrow$$

Ответ: (2, 2)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \\ x^2 - 8|x| + 16 \end{cases} \quad |y-3-x| = 6 - |y-3+x|$$

Если $y-3-x \geq 0$ и $y-3+x \geq 0$

~~$y-3-x + y-3+x = 6$~~

~~или~~

≈ 0

$y = 6$, x — любая
 $x > y-3$

$x < 3-y$

$\frac{1}{2}$

Если

$y-3-x < 0$, $y-3+x \geq 0$

$y-3-x < 0$

y

~~$-y+3+x + -y+3-x = 6$~~

$y = 0$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

Если

$y-3-x < 0$, $y-3+x > 0$

$y-3 < x$

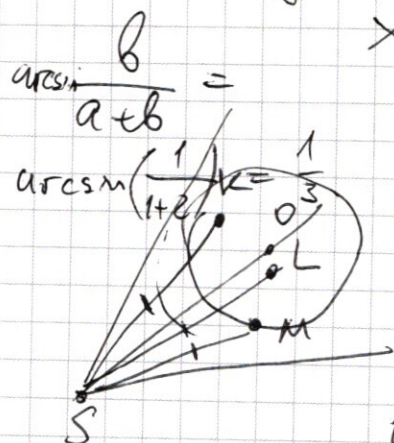
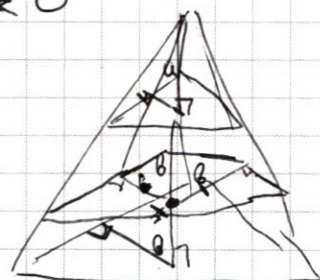
$y-3 > -x$

$y < x+3 = 6$

$y > -x+3 = 0$

~~$-y+3+x + y-3+x = 6$~~

$x = 3$



$y-3-x > 0$

$y-3+x < 0$

$y > 3+x$

$y < x-3$

"0"

"-6"

$\frac{2}{1+2} = 1$

$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}$

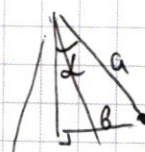
$1+2 \frac{b}{a} = 2$

$(1+2 \frac{b}{a})^2 = 4$

$\alpha \cdot a^2 = 1$

$\sqrt{(a+2b)^2} = 4 \Rightarrow$

$1 + \frac{4b}{a} + \frac{4b^2}{a^2} = p$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 25} \\ 25 \\ \hline 87 \\ 75 \\ \hline 125 \end{array}$$

$$120 + 12 + 3 =$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ 10 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \cos x - \sin x &= \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 560$$

$$560 \cdot 3 = 1680$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$$

$$\cos x - \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(-x) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sin 3x + \cos 11x = \sin$$

$$\cos 11x - \cos 3x = -2 \sin(7x) \sin(4x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 11x\right) + \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin(-4x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right)$$

$$\sin 3x - \sin 11x =$$

$$= 2 \sin(-4x) \cos(7x)$$

$$\cos 14x = 2 \cos^2 7x - 1 = 1 - 2 \sin^2 7x$$

$$-2 \sin(7x) \sin(4x) + 2 \sin(4x) \cos(7x)$$

$$(\cos 11x - \sin 11x) - (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$-2 \sin(4x) \cos(7x) - 2 \sin(4x) \sin(7x)$$

$$-2 \sin(4x) (\cos(7x) + \sin(7x)) = \sqrt{2} (\cos(7x) - \sin(7x)) \cdot (\cos(7x) + \sin(7x))$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(\cos(7x) + \sin(7x)) (\cancel{\cos(7x)} + \sin(7x) + \sqrt{2} \sin 4x) = 0$$

$$\underbrace{\cos(7x) + \sin(7x)}_{\sin - 1 \text{ го } 1} + \underbrace{\sqrt{2} \sin 4x}_{-\sqrt{2} \text{ го } \sqrt{2}} = 0 \quad \vee \quad 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy & y^5 \lg x \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & \sqrt{x^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cos(a) - \sin(b) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \sin\left(b - \frac{\pi}{2}\right) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{b-a}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{a+b}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\sin(a) - \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \cos a - \sin b &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \sin(-b) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b-a}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(a) + \cos(b) &= \sin(a) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = \\ &= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 4y^2 + 12y -$$

$$\begin{aligned} &4x^2 - 2xy - 4y^2 \\ &2x - 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4x^2 - 4x + 1 \\ &x^2 - 2xy + y^2 \\ &36y^2 + 12y + \phi = 0 \end{aligned}$$

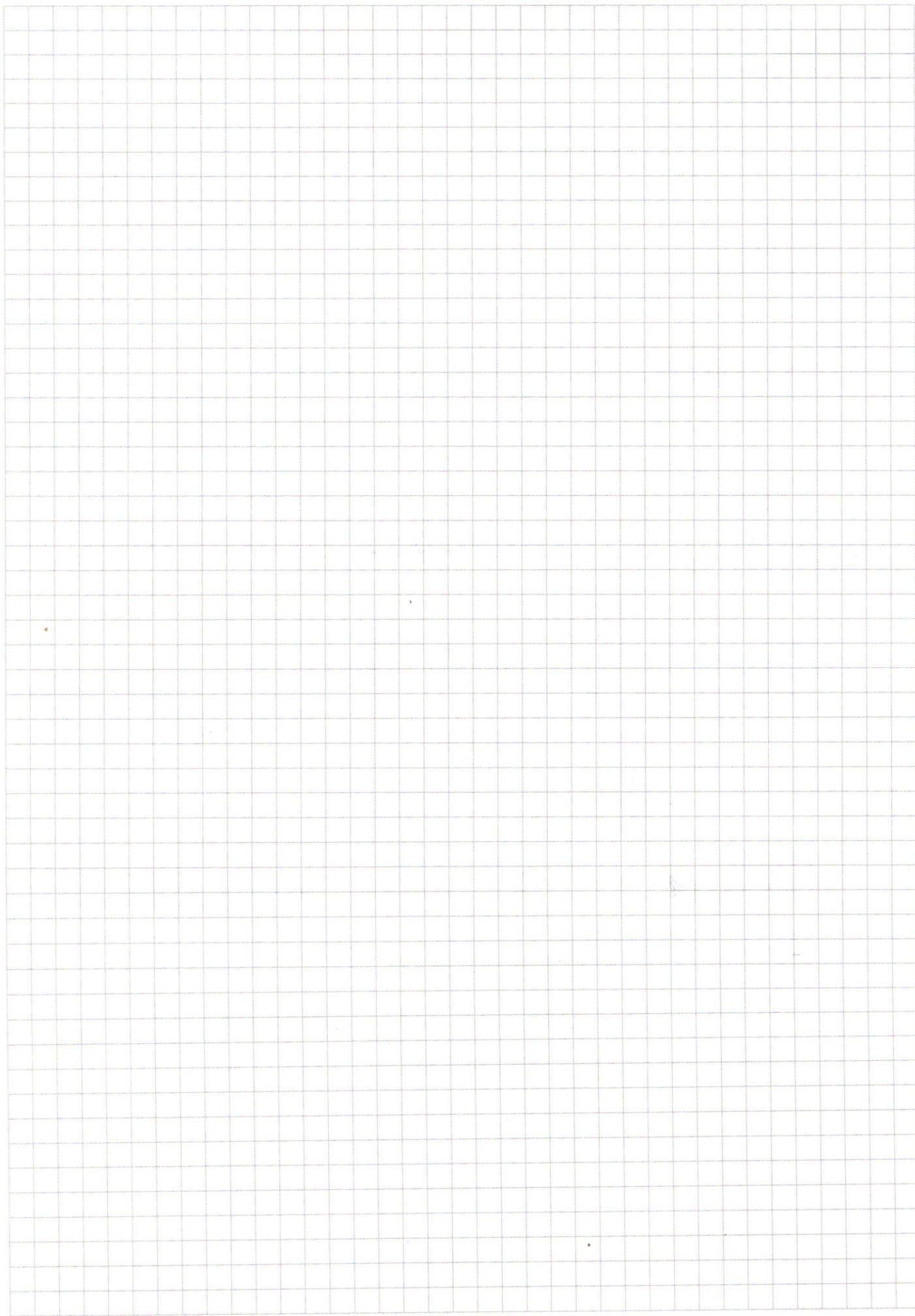
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy & \Leftrightarrow y^{5 \lg x} = x^{\lg x} (y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & y^{3 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{\lg y} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ & (x^2 - 2xy - y^2) - 4y^2 - 4x + 12y = 0 \\ & \frac{a}{a} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{((a+r) \frac{8}{9})^2}{(a+2r)^2} &= \frac{(1 + \frac{1}{2})^2}{(1+1)^2} \cdot \frac{64}{81} \\ &= \frac{9}{81} \cdot \frac{64}{81} = \frac{16}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+1y+4)(-1x+3y) &= ax^2 + adyx + bcyx + \\ (-1 \cdot x + (-1)y + 4)(-1 \cdot x + 3y) &= 0 \\ \cancel{x^2} + 3xy - \cancel{yx} - 3y^2 + 4x + 12y &= 0 \\ x^2 - 3xy + xy - 3y^2 + 4x + 12y &= 0 \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



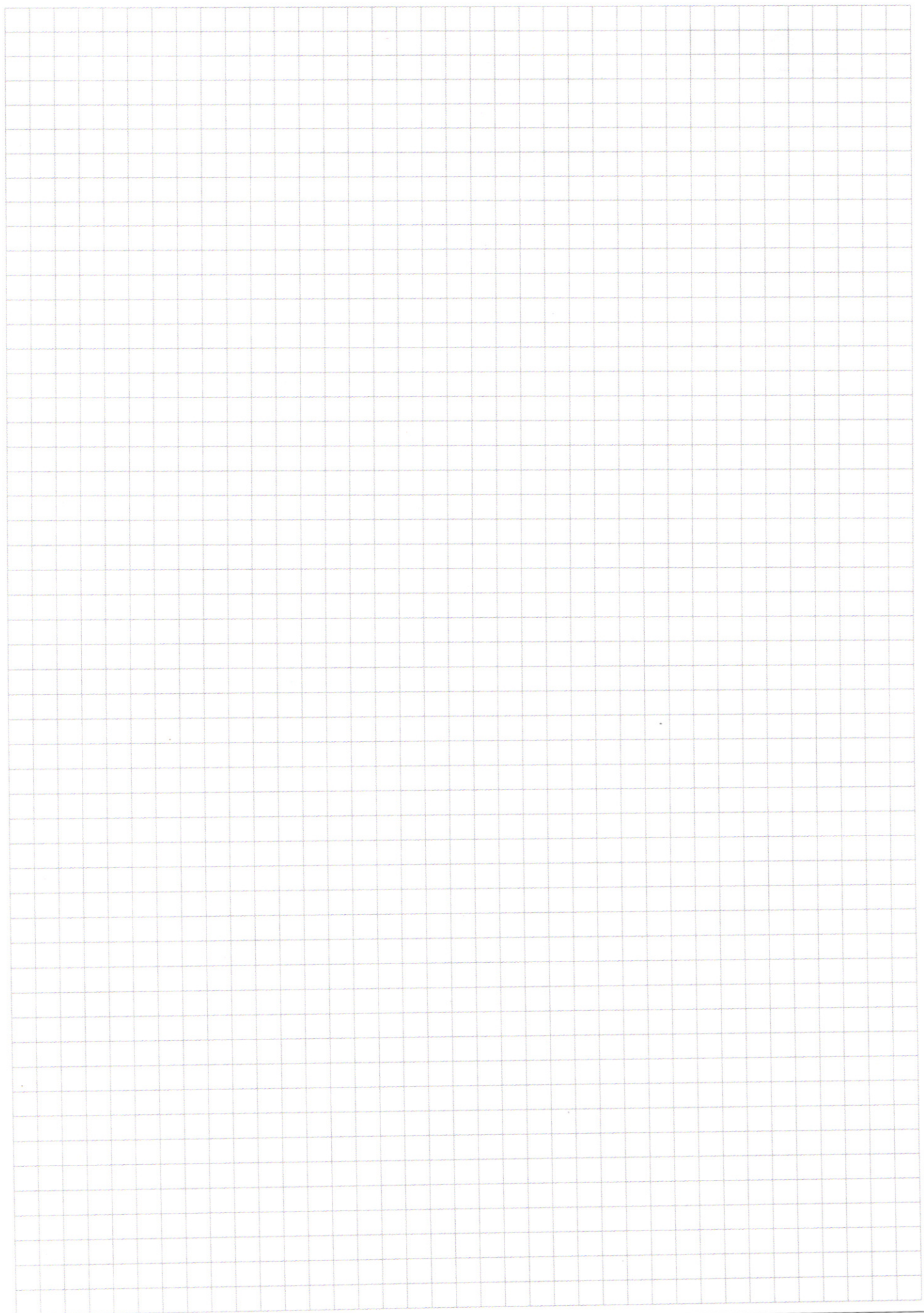
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)