

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

Число 4 не цифра в числе у нас 8, а 3375 раскладывается
всего на 8 $\Rightarrow$ 2 единицы точно будут присутствовать в числе.
Заметим, что три 5 точно должны быть, т.к. цифр
меньших на 5 больше нет, а с тройками иная
ситуация: в числе может быть либо три "3", либо
"3" и "9". Две 9 не может быть, т.к. в разложении числа
3375 у нас всего 3 тройки, а в двух 9 их 4.
Итак два набора цифр в восьмизначном числе:

1) 3; 3; 3; 5; 5; 5; 1; 1

2) 5; 5; 5; 1; 1; 1; 3; 9

Посчитаем кол-во чисел, ко-
торые получаются при
перестановке с повторениями:

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = 1120$$

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 =$$

$$= 35 \cdot 16 = 560$$

Ответ: $1120 + 560 = 1680$

Задача №3

$$(1) \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} &= y^{2 \lg xy} \\ \begin{cases} x > 0 & xy > 0 \\ xy > 0 & \Rightarrow y > 0 \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$(2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

Решим относительно x

$$x^2 - (2y + 4)x + (12y - 3y^2) = 0$$

$$D: b^2 - 4ac = (2y + 4)^2 - 4(12y - 3y^2) = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 =$$

$$= 16y^2 + 16 - 32y = 16(y^2 - 2y + 1) = 16(y - 1)^2 = (4 \cdot (y - 1))^2$$

$$x_1 = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} = 3y$$

$$x_2 = \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} = \frac{8 - 2y}{2} = 4 - y$$

$$1. \quad X = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^2 \lg 3y^2$$

$$\frac{(y^4)^{\lg 3y}}{(3)^{\lg 3y}} = (y^2)^{\lg 3y^2}$$

$$\frac{(y^4)^{\lg 3y}}{(3^{\lg 3y}) \cdot (y^2)^{\lg 3y^2}} = 1$$

$$\frac{y^{2(\lg 3y^2 - \lg 3y^2)}}{3^{\lg 3y}} = 1$$

$$\frac{y^{2(\lg \frac{3y^2}{3y})}}{3^{\lg 3y}} = 1$$

$$\frac{y^{2 \lg 3}}{3^{\lg 3y}} = 1$$

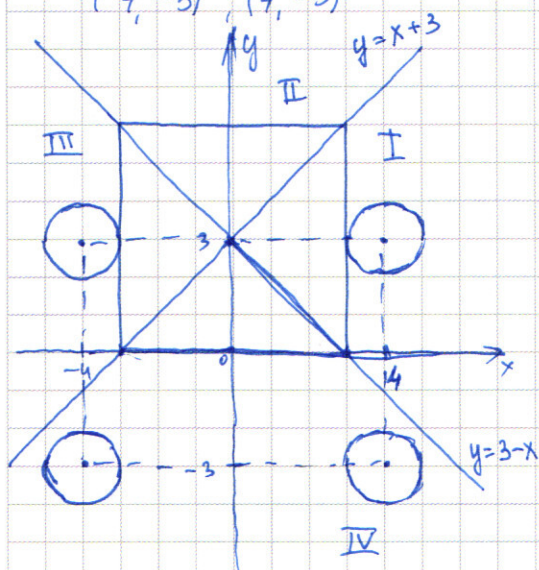
$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3 + \lg y}$$

Задача 5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

(2) 4 окружности с радиусом 3 и центрами в т. $(4; 3); (-4; 3); (-4; -3); (4; -3)$



$$(1) \quad \begin{cases} y-3-x > 0 & y-3+x > 0 \\ y > x+3 & y > 3-x \end{cases}$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$2) \quad \begin{cases} y-3-x < 0 & y-3+x < 0 \\ y < x+3 & y < 3-x \end{cases}$$

$$-y+3+x - y+3-x = 6$$

$$-2y = 6-6$$

$$y = 0$$

$$3) \quad \begin{cases} y-3-x > 0 & y-3+x < 0 \\ y > x+3 & y < 3-x \end{cases}$$

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$4) \quad \begin{cases} y-3-x < 0 & y-3+x > 0 \\ y < 3+x & y > 3-x \end{cases}$$

$$-y+3+x + y-3+x = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$O_1A = O_1B$ (как радиусы)
 $O_2A = O_2B$ (как радиусы)
 Радиусы у двух окр. равны $\Rightarrow$
 $O_2A = O_1A$
 $O_2B = O_1B$ } $\Rightarrow \triangle O_1AB = \triangle O_2AB$ (по 3 сторонам)
 BA - общ.

$$\Rightarrow \angle A O_1 B = \angle A O_2 B \Rightarrow \text{т.к.}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle ADB &= \frac{1}{2} \angle A O_2 B \\ \angle ACB &= \frac{1}{2} \angle A O_1 B \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle ADB = \angle ACB \Rightarrow \triangle ACD - \text{р/б} \Rightarrow$$

$$\triangle ACD - \text{прямоуг.} \Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$$

Проверим $AN \perp CD$

$\triangle ACD$ - р/б $\Rightarrow AN$ - высота, медиана и биссектриса $\Rightarrow$

$$CN = ND = a, \quad \angle CAN = \angle NAD = 45^\circ$$

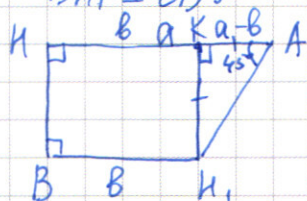
Продолжим FB до пересечения с AD : $FB \cap AD = H$,

$\triangle FBD$ - прямоугол. и $FB = BD \Rightarrow \triangle FBD$ - р/б $\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

$$\Rightarrow \angle ADF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

$(\triangle FHD)$: DB - биссектриса и высота $\Rightarrow \triangle FHD$ - р/б $\Rightarrow$
 DB - медиана $\Rightarrow BH_1 = BF = b$

$$\left. \begin{aligned} AN &\perp CD \\ BH_1 &\perp CD \end{aligned} \right\} \Rightarrow AN \parallel BH_1$$



Проведем $H_1K \perp AN$
 $\triangle AKH_1$ - р/б $\Rightarrow$ и прямоугол. $\Rightarrow AK = KH_1$
 $\Rightarrow HK = BH_1 = b$
 $\Rightarrow KA = a - b \Rightarrow KH_1 = a - b \Rightarrow HB = a - b$

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2}$$

$$BF = b$$

$$CB = CH + HB = a + a - b$$

$$AB = \sqrt{HB^2 + AN^2}$$

$$HB = a - b$$

$$AN = a$$

$$(a - b)^2 + a^2 = 50$$

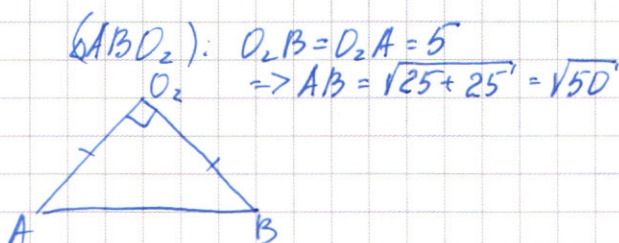
$$a^2 - 2ab + b^2 + a^2 = 50$$

$$2a^2 + b^2 - 2ab = 50$$

$$CF = \sqrt{b^2 + (2a - b)^2} = \sqrt{b^2 + 4a^2 - 4ab + b^2} = \sqrt{2b^2 + 4a^2 - 4ab} = \sqrt{2(b^2 + 2a^2 - 2ab)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 50} = 10$$

Ответ: 10



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Идем к задаче 5:

Нанесем прямые $y = x + 3$ и $y = 3 - x$

Плоскость разделилась на 4 части:

I: $y < x + 3$
 $y > 3 - x$
 $\Rightarrow x = 3$

III: $y > x + 3$
 $y < 3 - x$
 $\Rightarrow x = -3$

II: $y > x + 3$
 $y > 3 - x$
 $\Rightarrow y = 6$

IV: $y < x + 3$
 $y < 3 - x$
 $\Rightarrow y = 0$

$\Rightarrow$ Решением ~~второго~~ первого уравнения является квадрат с ~~реш~~ вершинами $(3; 3); (-3; 3); (3; 0); (-3; 0)$

$\Rightarrow$ Усл. вып. $\Leftrightarrow$ y квадрата с окружностями 2 точки пересечения

При $\sqrt{a} < 1$ нет решений

$\sqrt{a} = 1$ 2 решения

$1 < \sqrt{a} \leq 5$ 4 решения

$5 < \sqrt{a} < 7$ 6 решений

$\sqrt{a} = 5$ 4 решения

$7 < \sqrt{a} < 9$ 6 решений

$\sqrt{a} = 7$ 8 решений

$9 < \sqrt{a} < 11$ 10 решений

$\sqrt{49+9} = \sqrt{58}$

$\sqrt{a} = \sqrt{58}$ 6 решений

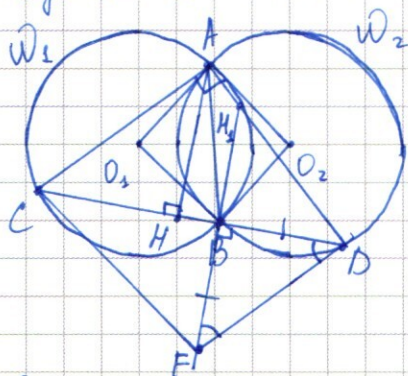
$\sqrt{58} < \sqrt{a} \leq \sqrt{82}$ 4 решения

$\sqrt{82} < \sqrt{a} \leq \sqrt{130}$ 2 решения

$\sqrt{130} < \sqrt{a}$ нет решений

Ответ: $a = 1$; ~~$a \in 82 < a < 130$~~

Задача №6

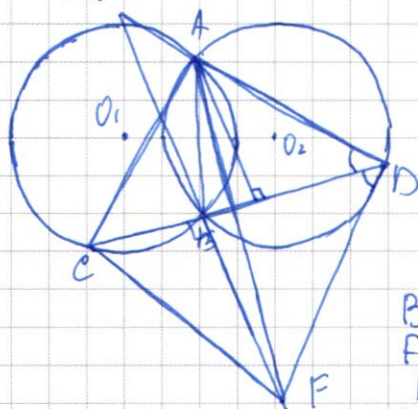


Решение!

Дано: Окр W_1 ; Окр W_2 ;
Окр $W_1(O_1; 5)$; Окр $W_2(O_2; 5)$
Окр W_1 и Окр W_2 $\cap$ A, B ; $C \in W_1$;
 $D \in W_2$; C, B, D — лежат на одной
прямой; $\angle CAD = 90^\circ$, $BF \perp CD$;
 $BF = BD$; $BC = 6$
Найти: CF

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

К задаче №6



$$\angle ADB = \angle FDB = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 90^\circ \Rightarrow \angle CAD = 90^\circ$$

$AC \parallel DF$

$$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{AD \cdot AC}{2} = S_{ADC}$$

$$S_{ADC} = \frac{AH \cdot CD}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = 6 \\ FC = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow BF = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$BF = BD = 8$$

$$\Rightarrow CD = 8 + 6 = 14$$

$$AH = \frac{1}{2} CD = 7$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{7 \cdot 14}{2} = 49$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = 49$$

Ответ: 49

Задача №4

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 40 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 40 + 2^{64}x - x$$

$$40 = 64 + 6 = 2^6 + 6$$

$$2^x + 6 \cdot 2^{64} < 2^6 + 6 + 2^{64}x - x$$

$$2^x + 6 \cdot 2^{64} - 2^{64}x < 2^6 + 6 - x$$

$$2^{64}(6 - x) + 2^x < 2^6 + (6 - x)$$

$$(2^{64} - 1)(6 - x) < 2^6 - 2^x$$

Задача №2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x = \cos 14x$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 11x - \sin 11x \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right) - \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 3x - \sin 3x \cdot \cos \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 14x$$

2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3345} \\ \underline{30} \\ 34 \\ \underline{30} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$555 \cdot \dots$$

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \\ 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 555 \ 111 \ 3 \ 9 \\ 555 \ 333 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} (\cos 11x - \sin 11x) + (\cos 3x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} (\cos(11x + 3x)) = \sqrt{2} \cdot (\cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x \cdot \sin 3x)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sqrt{2} \cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x + \sqrt{2} \sin 11x \cdot \sin 3x = 0$$

$$(\cos 11x (1 - \sqrt{2} \cos 3x) - \cos 3x) - (\sin 11x (1 - \sqrt{2} \sin 3x) + \sin 3x) = 0$$

$$(a - \sqrt{2}ab + b)$$

$$\begin{array}{l} a(1 - \sqrt{2}b) - c + d + \sqrt{2}cd = 0 \\ -(c - d - \sqrt{2}cd) = 0 \end{array}$$

$$\cos 11x \cdot \cos 3x$$

$$\sqrt{2} (\cos \frac{\pi}{4} \cos 11x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 11x) =$$

$$= \sqrt{2} (\cos(11x + \frac{\pi}{4})) + \sqrt{2} \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\log_0 x} = y^{2 \log_0 x} \quad \cos(11x + \frac{\pi}{4}) - \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\Delta: b^2 - 4ac = (2y+4)^2 - 4(12y-3y^2) = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 = 16y^2 - 32y + 16 = 0$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$x > 0 \quad y > 0$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x > 0 \quad y < 0$$

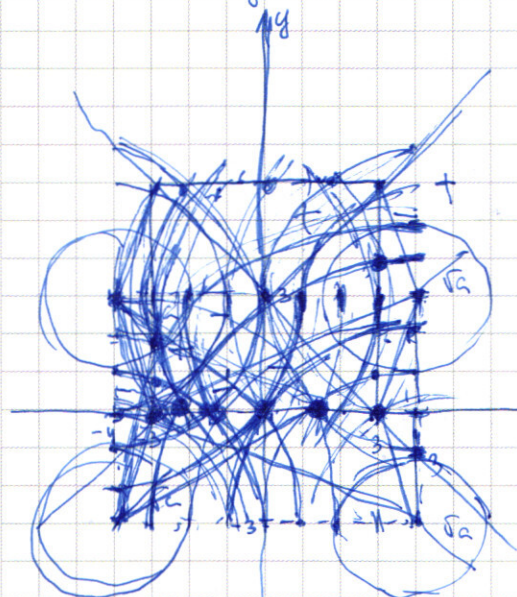
$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = a$$

$$x < 0 \quad y > 0$$

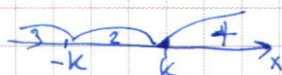
$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x < 0 \quad y < 0$$

$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = a$$



$$\begin{aligned} y-3-x &= 0 \\ y-x &= 3 \\ y-x &> 0 \\ (k-x) + (k+x) &= 6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1) \quad k-x+k+x &= 6 \\ 2k &= 6 \quad x \geq y-3 \\ k &= 3 \\ -k+x+k+x &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad k-x+k+x &= 6 \\ -k+x+k+x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad k-x+k+x &= 6 \quad 3-y < x < y-3 \\ 2k &= 6 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad k-x-k-x &= 6 \quad x \leq 3-y \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$y-3-x+y-3+x = 6$$

$$\begin{aligned} 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$\begin{aligned} y &> 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y &\leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{aligned}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} + 2^{64}x - x$$

$$2^x \rightarrow 3$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 2^{64}x < 70 - x$$

$$x > 6$$

$$2^{64}(6-x) < 2^6 + 6 - x$$

$$2^x + (2^{64} - 2^6 - 1)(6-x) < 2^6 = 2^x$$

$$\frac{(2^{32} - 1)(2^{32} + 1)}{(2^{16} - 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)} \quad x < 6$$

$$2^x + 2^{64}(6-x) < 2^6 + (6-x)$$

$$2^x - 2^6 + 2^{64}(6-x)(2^{64} - 1) < 0 \quad (2^{x-6} - 1)2^6$$



R₁
R₂
R₃

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad | \cdot \sqrt{2}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} (\cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x \cdot \sin 3x)$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x \cdot \cos 3x - \cos 3x$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \cos 11x \cdot \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x \right)$$

$$(\cos 11x + \sin 11x)^2 = \cos^2 11x + \sin^2 11x - 2 \cos 11x \cdot \sin 11x$$

$$\text{Решим } \cos 11x - \sin 11x = t$$

$$t = \pm \frac{1-t}{2} = \cos 11x \cdot \sin 11x$$

$$(\cos 3x - \sin 3x)^2 = k$$

$$1 - k = \cos 3x \cdot \sin 3x$$

$$\cos 11x \cdot \sin 11x + \cos 3x \cdot \sin 3x$$

$$(\cos 11x + \cos 3x)^2 = \cos^2 11x + \cos^2 3x + 2 \cos 11x \cdot \cos 3x$$

$$\cos 11x$$

$$(\sin 11x + \sin 3x)^2 = \sin^2 11x + \sin^2 3x + 2 \sin 11x \cdot \sin 3x$$

$$2\sqrt{2} \cos 11x \cdot \cos 3x - 2\sqrt{2} \sin 11x \cdot \sin 3x + \cos^2 11x + \cos^2 3x + \sin^2 11x + \sin^2 3x - 2$$

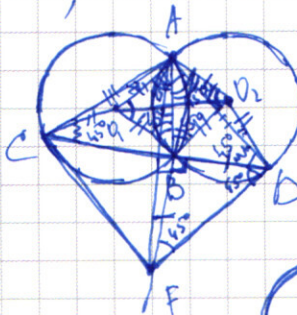
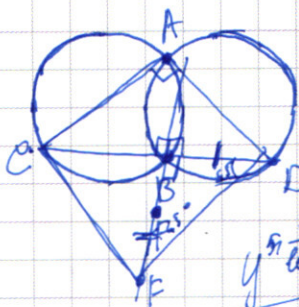
$$(\cos 11x + \cos 3x)^2 + (\sin 11x - \sin 3x)^2 - 2 =$$

$$= \sqrt{2} \cos 11x - \sqrt{2} \cos 3x - \sqrt{2} \sin 11x + \sqrt{2} \sin 3x$$

$$2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x \right) - 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x \right)$$

$$2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 11x \right) - 2 \left(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \right)$$

$$2 \left(\sin \left(\frac{\pi}{4} - 11x \right) - \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) \right)$$



$$a^2 + (a-b)^2 = 25$$

$$a^2 + a^2 + b^2 - 2ab = 25$$

$$4a^2 + b^2 - 4ab + b^2 = 25$$

$$2a^2 + b^2 - 2ab = 25$$

$$4a^2 + 2b^2 - 4ab = 50$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - x(2y + 4) + (12y - 3y^2) = 0$$

$$D: b^2 - 4ac = (2y + 4)^2 - 4(12y - 3y^2) = 4y^2 + 16y + 16 - 48y + 12y^2 =$$

$$= 16y^2 - 32y + 16 = 16(y - 1)^2$$

$$x_1 = \frac{2y + 4 \pm 4(y - 1)}{2} = \frac{2y + 4 + 4y - 4}{2} = 3y$$

$$x_2 = \frac{2y + 4 - 4(y - 1)}{2} = \frac{2y + 4 - 4y + 4}{2} = 4 - y$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$1) \text{ if } x = 3y$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3 + \lg y} = (y^2)^{\lg 3 + \lg y^2}$$

$$\frac{y^{4 \lg 3 + \lg y}}{3^{\lg 3} \cdot y^{\lg y}} = 1$$

$$\frac{y^{4 \lg 3 + \lg y - 2 \lg y}}{3^{\lg 3}} = 1$$

$$\frac{y^{4 \lg 3 - \lg y}}{3^{\lg 3}} = 1$$

$$\frac{y^{4 \lg 3 - \lg y}}{3^{\lg 3}} = 1$$

$$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3} = 1$$

$$\frac{y^2}{3} = 1 \quad y^2 = 3 \quad y = \pm \sqrt{3}$$

$$\frac{1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3}{4!} = 6$$

$$\frac{1 \ 2 \ 1 \ 2}{1 \ 1 \ 2 \ 2} = 1$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 36 \\ \hline 80 \\ 480 \\ \hline 560 \\ \times 20 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$xy \geq 0$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$2) \text{ if } x = 4 - y$$

$$(a^x)^x = b^y \quad \left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^{2 \lg (4-y)y}$$

$$\frac{y^{5 \lg 4-y}}{(4-y)^{\lg 4-y} \cdot y^{2 \lg (4-y)y}} = 1$$

$$\frac{y^{5 \lg 4-y - 2 \lg (4-y)y}}{(4-y)^{\lg 4-y}} = 1$$

$$\frac{y^{5 \lg 4 - y}}{(4-y)^{\lg 4-y}} = 1$$

$$\frac{y^{5 \lg 4 - y}}{4 - y \lg 4 - y} = 1$$

$$\frac{y^{5 \lg 4 - y}}{y^{2 \lg 4} (4-y)^{\lg 4-y}} = 1$$

$$\frac{y^{5 \lg 4 - y}}{(4-y)^{\lg 4-y}} = 1$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^{2 \lg x + \lg y}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = x \lg x \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x \lg x$$

$$y^{3 \lg (4-y) - 2 \lg y} = (4-y) \lg (4-y)$$

$$y^{3 \lg (4-y) - 2 \lg y} = (4-y) \lg (4-y)$$