

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$$3345 = 27 \cdot 125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Таким, 8 цифр будут либо 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, либо

1, 1, 1, 3, 3, 5, 5, 5 (только две тройки можно объединить между собой)

Значит, всего ~~две~~ всею чисел, состоящих из 1, 1, 3, 3, 5, 5, 5 -

$$= \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} \quad \text{всею чисел, состоящих из } 1, 1, 1, 3, 3, 5, 5, 5 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1!}$$

$$\text{Значит, всею искомыми чисел} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$= 560 + 1120 = 1680$$

Ответ: 1680

Задача 2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin 4x \cos 4x = \sqrt{2} (\cos^2 4x - \sin^2 4x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} (\cos^2 4x - \sin^2 4x)$$

$$-2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 4x - \sin 4x)$$

$$\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x$$

$$\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $x \in \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Задача 5.

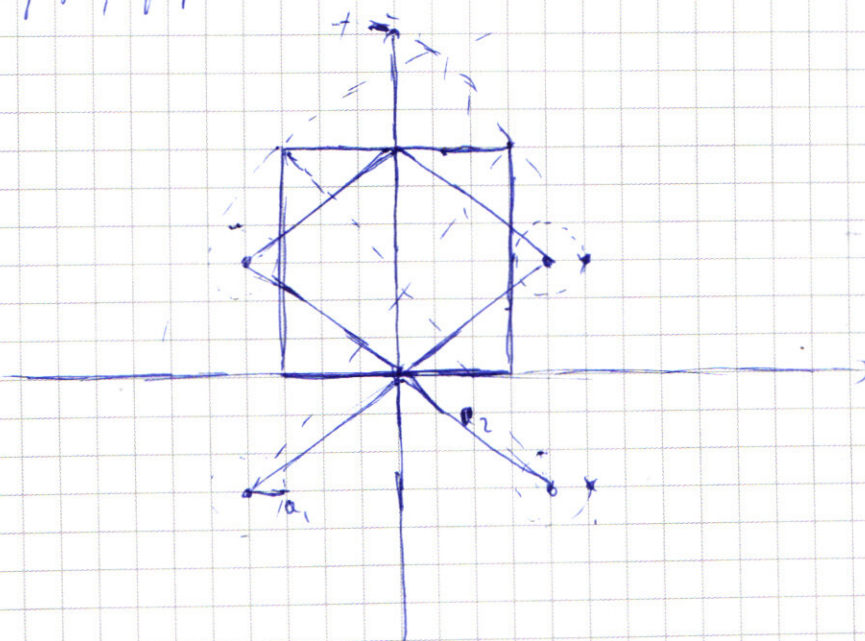
Построить графики системы уравнений

$(|x-4|)^2 + (|y-3|)^2 = a$ — 4 окружности с координатами $(4,3); (-4,3); (-4,-3); (4,-3)$
радиусом $\sqrt{a}$

$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$:

$\begin{cases} y-3-x \geq 0; \\ y-3+x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y-3-x \geq 0; \\ y-3+x < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y-3-x < 0; \\ y-3+x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y-3-x < 0; \\ y-3+x < 0 \end{cases}$
$y-3-x+y-3+x=6$	$y-3-x-y+3-x=6$	$-y+3+x+y-3+x=6$	$-y+3-x-y+3-x=6$
$y=6$	$x=-3$	$x=3$	$y=0$
$3-x \geq 0 \quad x \leq 3$	$y-3 \geq 0 \quad y \geq 3$	$y-6 \leq 0 \quad y \leq 6$	$-3-x \leq 0 \quad x \geq -3$
$3+x \geq 0 \quad x \geq -3$	$y-3 \leq 0 \quad y \leq 3$	$y \geq 0$	$-3+x \leq 0 \quad x \leq 3$
$y=6$ или $x \in (-3; 3)$	$x=-3$ или $y \in (0; 6)$	$x=3$ или $y \in (0; 6)$	$y=0$ или $x \in (-3; 3)$

Получим образцы, графики:



Первое решение — $a=1$ — 4 окружности радиуса 1, что $a=1$ — решение
Второе решение — отмечено крестиком — $a = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$
~~Ошибочное~~ Кривизна — решение — $a=25$ (точки) $y=0, x \leq 6$ и $y \leq 6, x \leq 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5 Продолжение

Ответ: $a = 1$ или $a = 25$

Других решений нет, т.к. при $a > 25$ все точки окр-тей выпадут за свою четверть, при $a < 25$ ~~тогда~~ ^{хотя бы} 4 симметричных решения относительно оси y (см. рис. 2)

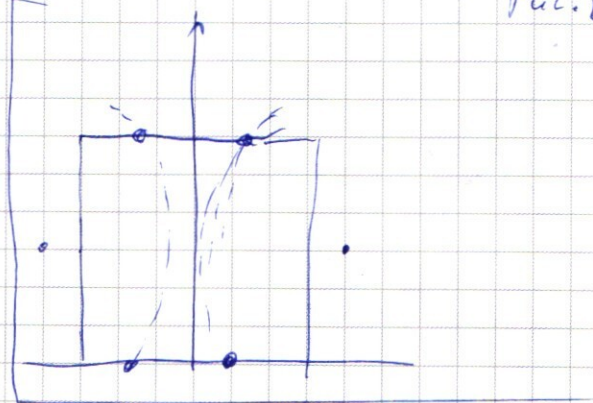
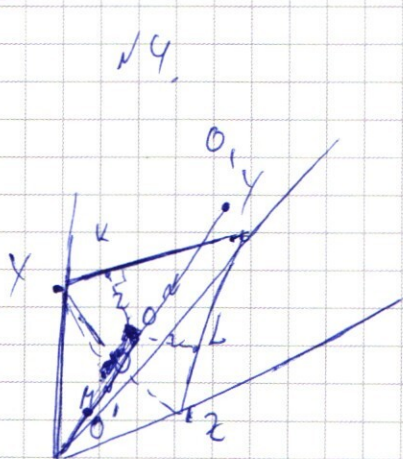


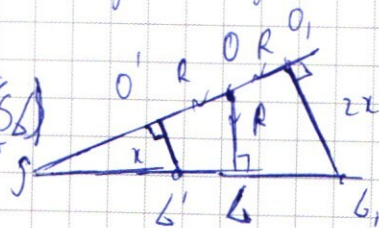
Рис. 2

Пусть X, Y, Z — точки сечения, проходящего через O перпендикулярно SO .

Пусть O' — точка касания окр-ти с плоскостью, перпендикулярной SO , ~~лежащей в вершине~~ $O' \in [SO]$; O_1 — та же точка кас. с той же плоскостью, $[SO] \ni O$. ~~Всегда получается та же~~ Рассмотрим сечение SOZ

обозначим точки B', C, D ~~(см. рис. 1)~~
соединим сечения,
проходящим через O', O_1 .

Пусть радиус окр-ти — R .



Обозначим аналогично $U'; K_i \in (SK)$ - точки, принадлежащие плоскостям $\pi_{O_i}^{(U')}$ через $O'; O_i$, аналогично $U'; K_i$.

$$\delta L^{M'K'} \sim \delta L_{,M,K} ; \quad \frac{\delta L^{M'K'}}{\delta L_{,M,K}} = \frac{4}{4} \Rightarrow \frac{O'_{L'}}{O_{L_1}} = \frac{1}{2} \quad \text{Thyges}$$

Рассмотрим четырехугольник $OB'LD$,

Из разных видов

$$\frac{R}{1.5R} = \frac{R}{\sqrt{4R^2 + R^2}}$$

$$\frac{2,25r^2}{R^2} = 1 + \frac{r^2}{4R^2}$$

$$\frac{2r^2}{R^2} = 1$$

$$\frac{u^2}{R^2} = \frac{1}{2}$$

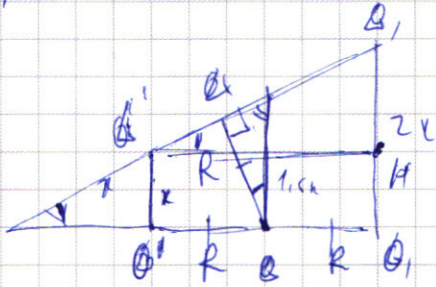
$$\frac{\pi}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{tg}(L \text{ ~~050~~ L50) = \frac{x}{2R} = \frac{1}{202} = \operatorname{tg}(L \text{ ~~450~~ L50) = \operatorname{tg}(L \text{ M50})$$

Answer: $\angle KSO = \arctan\left(\frac{1}{2.52}\right)$

$$\frac{n^2}{R^2} = \frac{1}{2} = \frac{\oint \vec{L}' \cdot \vec{M}' \cdot \vec{k}'}{\oint \vec{L} \cdot \vec{M} \cdot \vec{k}} \Rightarrow \oint \vec{L} \cdot \vec{M} \cdot \vec{k} = 2$$

Answer: π_4 $\int_{K \Delta M} = 2$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ \frac{y^5 \lg x}{x^3 \lg y} = y^{2 \lg x \lg y} \end{cases}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x = y + 2 \pm \sqrt{y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y} = y + 2 \pm 2\sqrt{y^2 - 2y + 1} = y + 2 \pm 2(y-1)$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x = 3y + 1 \\ x = -y + 4 \end{cases}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^3 \lg y} = y^{2 \lg x \lg y}$$

$$y^{\lg x^5 - \lg x^2 y^2} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg \frac{x^3}{y^2}} = x^{\lg x}$$

$$y^{\lg x^3 \cdot \lg y^2} = x^{\lg x}$$

$$3 \lg x - 2 \lg y = \lg x \cdot \lg y x$$

$$3 \lg x - 2 \lg y = \frac{\lg^2 x}{\lg y}$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0, y \neq 1$$

$$\begin{cases} \lg x = \lg y \\ \lg x = 2 \lg y \end{cases}$$

$$y = x$$

$$x = y^2$$

② Для $y = x$

$$x = 3x + 1$$

$$x = y = -\frac{1}{2} \text{ — не корн. (1, 1, 2)}$$

$$x = -x + 4$$

$$x = y = 2$$

Для $x = y^2$

$$y^2 = 3y + 1$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

— корн. только $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

$$x = \frac{11 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{11 + 3\sqrt{13}}{2}$$

$$y^2 = -y + 4$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Для $y = 1$ $x \in \emptyset$

Ответ: $x = y = 2$ или

$$y = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \quad x = \frac{11 + 3\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{или } y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$$

Задача 6. Прогнати

Пусне H - основани боксови и C на (AO_1) .

$$\angle F'CA = \angle B'BA = \angle F'CE \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{F'C}{AB} = \frac{CE}{ED} = \frac{F'E}{AE} \quad F'E = F'B - FB$$

$$CE = 6\sqrt{2} \text{ (интеграл } 6 \text{ в } EDC) \Rightarrow \frac{10}{AB} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{AE}$$

$$F'E = 2$$

$$\text{Основа } AE = \sqrt{2} \quad AB = 5\sqrt{2}$$

$$EC = 6\sqrt{2} \Rightarrow AC = 7\sqrt{2}$$

Пусне $C' \in W$, $\angle ACC' = 90^\circ$

$$\angle AC'C = \angle C'CA = \angle ACH \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AC}{AC'} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

Очирова
на FC

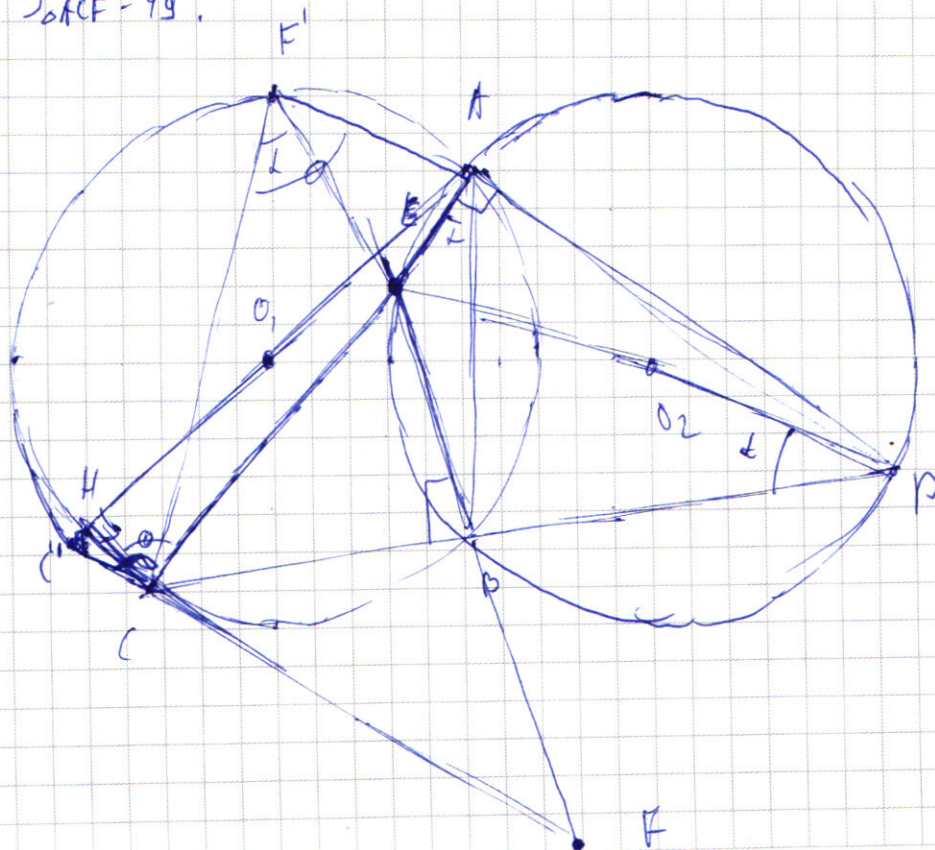
равна
 $90^\circ - \angle C'AC$

$$AH = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

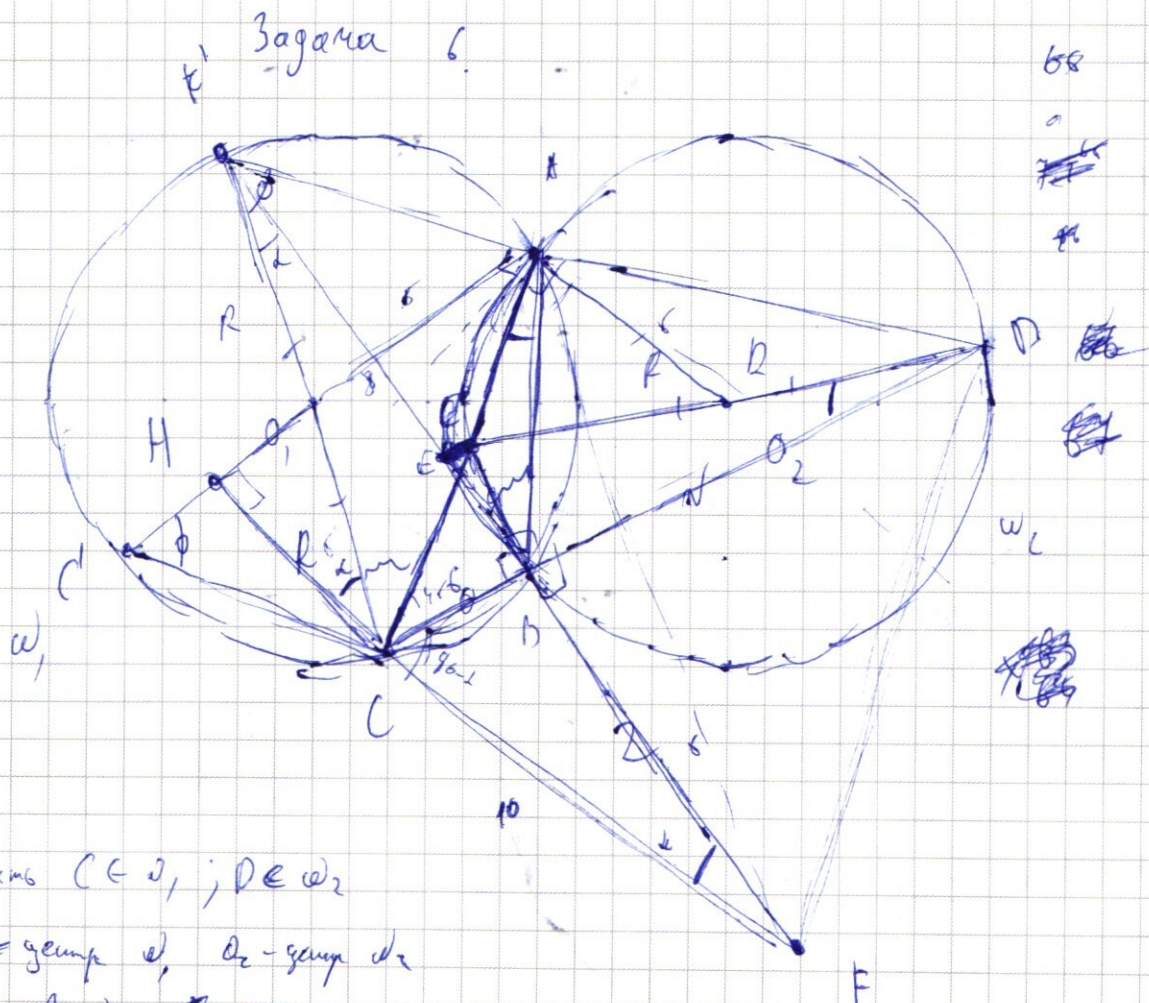
$$AH = 9,8$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 10 = 49$$

Одговор: $S_{\triangle ACF} = 49$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пример $C \in \mathcal{D}_1; D \in \mathcal{D}_2$

O_1 - Gruppe d_1 , O_2 - Gruppe d_2

$$PO_2 \uparrow \quad \omega_2 = E$$
$$\angle CAP = 90^\circ \Rightarrow \text{EK } E \in CA$$

$\angle CBF = 90^\circ \Rightarrow$ если $F' = F \cap W$, $O_1 \in FC$. Поскольку PF' — диаметр $\angle PDE = 90^\circ$

~~Thema~~ ~~$\perp$~~ ~~$\in$~~ ~~B'~~ ~~$\Rightarrow$~~ $E \in B'$, ~~we~~ ~~$E \in$~~ ~~B'~~

Поэтому $\angle(F'B) = \angle BAC = \angle$ (попарно на CB) $\Rightarrow \angle EDB = \angle$

(определяется на $E \cap B$) $\Rightarrow \delta(F'B) = \delta(E \cap B) \Rightarrow F'B = AB = FB$. Значит

15- Высота и медиана ~~и~~ CF — медианы $FCF' \Rightarrow FC = CF' \Rightarrow$
 $= 2R = 10$. Ответ: 10.

Gegeben ~~ist~~ $CB = 6$ $BF = BF' = BP = 8$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{\lambda} + 5 \cdot 10^{65} = 10 + 2^{\lambda} \cdot \lambda$$

$$\lambda = 65$$

$$4.768$$

$$2^{\lambda} = 70 +$$

$$\lambda = 65 \leq \lambda_m$$

$$\lambda = 64$$

$$2^{\lambda} + 5 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{\lambda} - 64$$

$$2^{\lambda}$$

$$2^{\lambda}$$

$$\lambda = 66$$

$$2^{66} + 5 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{70}$$

$$\lambda \leq 70$$

$$2481632 \cdot 54$$

$$64 \cdot 2^{76}$$

$$\lambda = 128$$

$$1 \cdot 23$$

$$12$$

$$1$$

$$70$$

Задача 4.

Найдем максимум x при котором $\exists$ такое y .

$x \in [x_{\min}; x_{\max}]$

$$\min \{x \in \mathbb{Z} \mid 70 + (2^{64} - 1)/x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65} = 4 \quad \square$$

$$70 + (2^{64} - 1)/x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + (2^{64} - 1)/6 \geq 2^5 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$(70 + 3 \cdot 2^{65} - 6 \geq 2^6 + 3 \cdot 2^{65})$$

$$\text{для } x=7 \quad y \in [70 + 2 \cdot 2^{65} - 7, 2^7 + 3 \cdot 2^{65}]$$

$$\text{макс } y\text{-ов } 0,5 \cdot 2^{65} + 64 - 1 - 2^7$$

$$\text{для } x=8 \quad \text{макс } y\text{-ов } 1 \cdot 2^{65} + 64 - 2 - 2^8$$

$$\text{В общем случае макс } y\text{-ов } 2^{65} \cdot \frac{x-7}{2} + 64 - (x-7) - 2^x$$

Найдем $x_{\max}$ | $\exists y$ удовк. условию

$$x_{\max} = 40$$

$$70 + (2^{64} - 1)/x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + \frac{2^{64} - 1}{64} - 69 \geq 2^{40} + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 70 \cdot 2^{40} - 70 \geq 2^{40} + 3 \cdot 2^{65} \quad \left| \frac{6}{64} \cdot 2^{40} \geq 3 \cdot 2^{65} \right|$$

$$\text{Итого } y\text{-ов} = \frac{2^{65}}{2^{65}} \cdot \frac{65 \cdot 64}{2} + 64 \cdot 63 + \frac{64 \cdot 63}{2} + 2^{40} - 1 - 2^{40} + 1 =$$

$$= 65 \cdot 32 \cdot 4 + 2^{40} - 128 = 14112 + 2^{40} - 128 = 2^{40} + 13984$$

$$(n, k) \sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1; \quad \sum_{i=0}^k i = \frac{k(k+1)}{2}$$

$$\text{Ответ: } 2^{40} + 13984$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

abcdefgh

3345 5
5 645 5
135 5
24 9
66 675 3 676
15 120 8000
1 560 26

$$\sin 3x + \sin(-11)x =$$

$$= 2 \sin -4x \cos 4x$$

11 335555
11 33 5553
11 33

8!
3! 13! 2

555 333 11
565 9 3 111

$$\cos 4x - \cos 3x = \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$- 2 \sin 4x \sin 4x + 2 \cos 4x \sin 4x = \sqrt{2} \cos 4x$$

126.87

$$\sin 125^\circ - \sin 27^\circ = 2 \sin \frac{125^\circ - 27^\circ}{2} \cos \frac{125^\circ + 27^\circ}{2}$$

$$= 2 \sin 49^\circ \cos 76^\circ$$

$$= 2 \cdot 0.7547 \cdot 0.2419 = 0.365$$

$$2 \sin 4x (\cos 4x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 4x + \sin^2 4x)$$

$$2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 4x + \sin 4x)$$

$\sin 5x$

$\sin 4x$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = \cos x \sin x = 2 \sin x$$

$$= \cos x \cos \frac{\pi}{2} - \cos x \cos \frac{\pi}{2} = 2 \sin x$$

$$\cos 3 - \cos 5 = -2 \sin 4 \sin 1$$

$$\cos \pi = -1$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin x + \sin y$$

$$\sin x + \sin y$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{y}{x}\right)^5 \lg x &= y^{2 \lg x y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 1 \\ x^2 - 2xy + y^2 - 4x^2 - 4x + 1 - y^2 + 4x^2 - 3y^2 + 12y = 0 \end{aligned}$$

$$(x-y)^2 + (x-2)^2 + (y+6)^2 - x^2 - 4y^2 - 36 = 0$$

$$\begin{aligned} (x-y)^2 - (2x+1)^2 + 4x^2 - 4y^2 + 12y + 1 &= 0 \\ (-x-y-1)(3x-y-1) &= 0 \end{aligned}$$

$$(x-y)^2$$

$$(x-y)^2 + (x-2)^2 - (2y-3)^2 - x^2 + 5 = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 - 4y^2 + 12y - 9 - x^2 + 5 = 0$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x y}$$

$$(x-5)^2 + (-2)^2$$

$$\lg xy = \lg x + \lg y$$

$$\begin{aligned} y^{3 \lg x} &= x^{\lg x} \\ x &\neq 2ke \\ y^2 &= x \\ x &= 24e \\ y^2 &\neq \pm 1 \end{aligned}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} y^{\lg y}$$

$$y^{3 \lg x} = x^{\lg x} y^{2 \lg y}$$

$$\lg x = 3 \lg y - 2 \lg y$$

$$\frac{\lg x}{x} = \frac{\lg y}{y}$$

$$\lg x = \frac{1}{\lg y e}$$

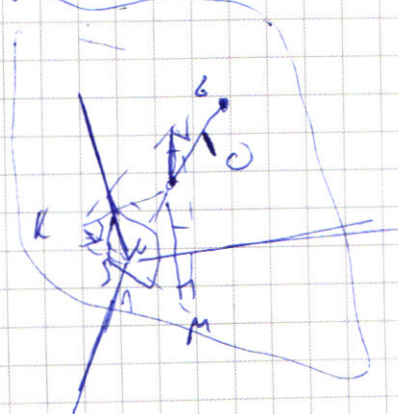
$$\frac{1}{\lg y e} = \frac{1}{\lg y x}$$

$$(x-2)^2$$

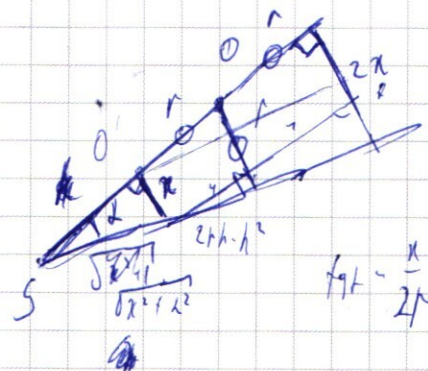
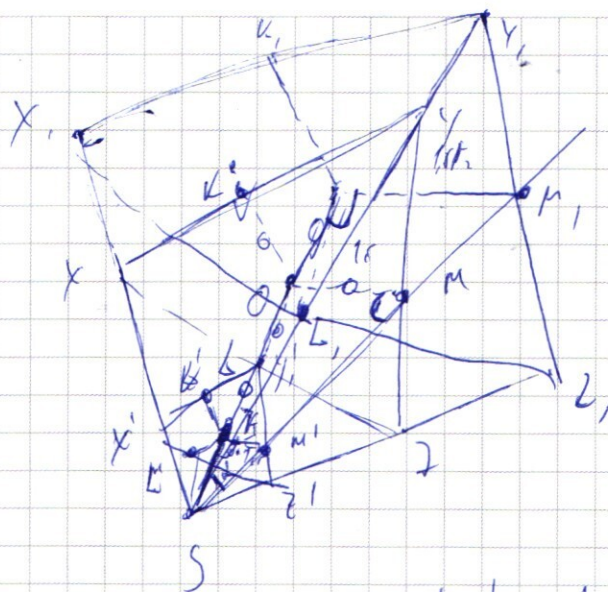
$$4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 - 3y^2 - 2xy + 12y = 0$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^5$$

x



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

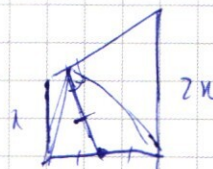


$$\angle \rightarrow \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}$$

$$OM = 1,5 OM'$$

$$R_{\text{сн}} = 9L = x$$

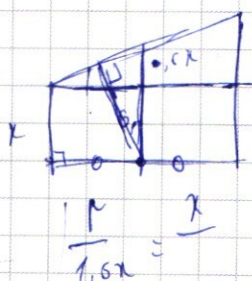
$$\frac{r}{1,5x} = \frac{m}{m-x} = \frac{1,5x}{2x+x}$$



$$\frac{r}{x} = 1, \quad \frac{r}{1,5} = \frac{r}{1+1} = \frac{1,5x}{2x+x}$$

$$\frac{1}{1,5} \cdot 2 = \frac{2}{2x+1}$$

$$\frac{16,9}{96} = \frac{16,9}{54}$$



$$x^2 + 1 = 1,5x$$

$$x^2 - 0,5x = 0$$

$$x = 0,5$$

$$\frac{0,5}{1,5} = \frac{0,5}{1,5} = 1$$

$$9x^2 - 4x - 16 = 0$$

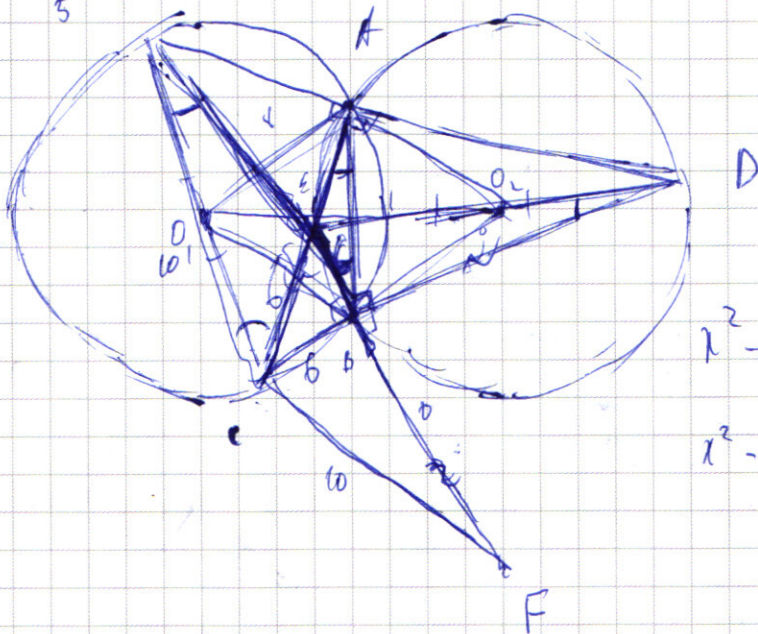
$$\frac{R}{1,5x} = \frac{x}{\sqrt{4R^2 + x^2}}$$

$$\frac{2,25x^2}{R^2} = \frac{4R^2}{x^2} + 1$$

$$\frac{x^2}{R^2} = 1,25 \Rightarrow \frac{4}{x^2} + 1$$

$$2,25x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\frac{49.2}{10} \quad \frac{40}{5} \quad 9.7$$

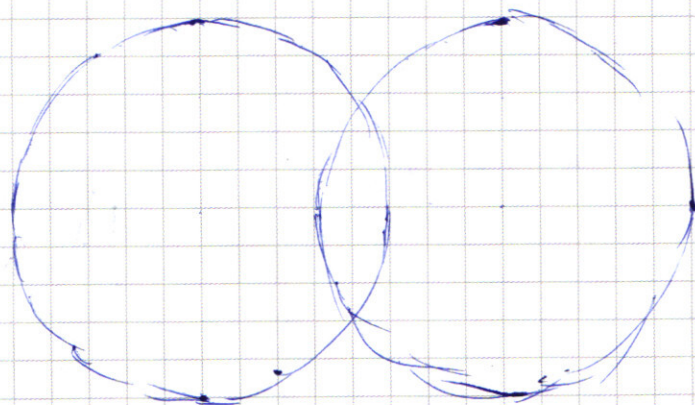


$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 2x(y-2) + 3(y-2)^2 + 12 = 0$$

~~$$-3y^2 + 12y + 12$$~~

$$x^2 - 2x(y-2) - 3y^2 + 12y = 0$$



$$\textcircled{1} = y^2 - 4y + 4 + 3y^2 + 12y =$$

$$= 4y^2 + 8y + 4$$

$$= 4(y+1)^2$$

$$\lg_{xy} x^{\lg y} = \lg x$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y$$

$$\frac{y}{x^{\lg x}} = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y$$

$$y(5 \lg x - 2 \lg xy) = x \lg x$$

$$\lg \frac{y^5}{x^2} = \lg x$$

$$\lg \frac{y^5}{x^2} = x$$

$$\lg_y \frac{x^y}{y^x} = \lg_y x^{\lg x}$$

$$\lg_y x^{\lg x} = \lg_y x^{\lg x}$$

$$\lg_y x = \frac{\lg x}{\lg y}$$

$$x = y - 2 \pm (2y + 1)$$

$$x = -y - 3$$

$$x = 3y - 1$$

$$y^x = -y - 3$$

$$x = 3y - 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on a grid background.

Top left: $y > 2^x + 3 \cdot 2^{0.5}$
 $y \leq 80 - (2^{64} - 1)/x$
 $2^{64} \cdot 2^x$

Top right: $\frac{y^{5 \lg x}}{x^{8 \lg x}} = y^{2 \lg x \lg y}$
 $y^{(\lg 2)^5}$

Center: A coordinate system with a curve in the second quadrant and a horizontal line.

Bottom left: $1 - 5^2 \cdot 1 < -40 \cdot 2^x - x - a$
 $6 \cdot 2^{64} \cdot 2^x$
 $-y + 5 + a$

Bottom center: $|y - 5 - x| + |y - 3 + x| = 6$
 $y - 3 - x > 0$
 $y - 3 + x > 0$
 $2y - 6 = 6$
 $y = 6$
 $5 - x > 0$
 $5 + x > 0$
 $x < 3$
 $x > -5$
 $y > 0$
 $y - 6 < 0$
 $4 - 3 - x - y + 3 - x = 6$
 $x = -5$

Bottom right: $49 + 81 = 130$
 $|x - 4|^2$
 $(x - 4)^2 + (|y| - 4)^2 = 25$
 $y = 0, x = 0$
 $y \leq 6, x = 0$

$$\frac{y}{x \lg x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{\lg x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{\lg y} \cdot \frac{\lg y}{\lg x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{\lg y} \cdot \frac{\lg y}{\lg x}$$

$$\lg x^5 - \lg x^2 y^2 = \lg x$$

$$\lg x^3 - \lg y^2 = \lg x$$

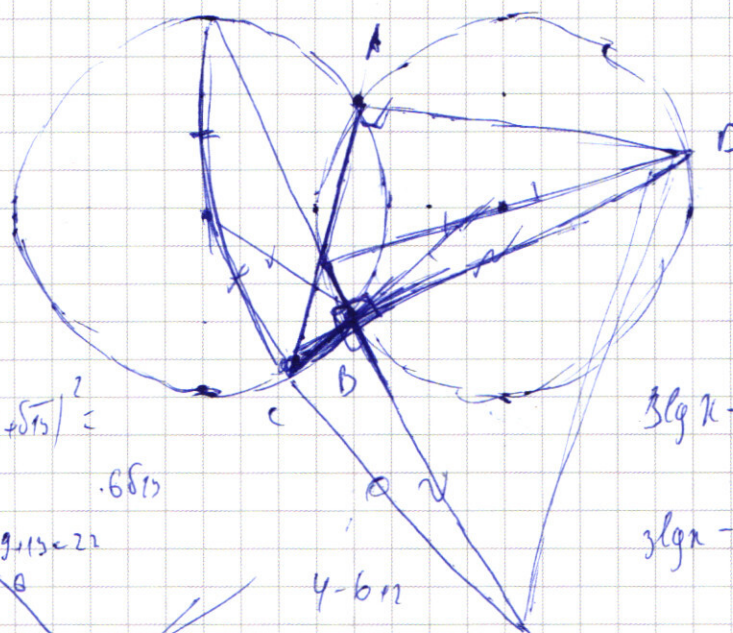
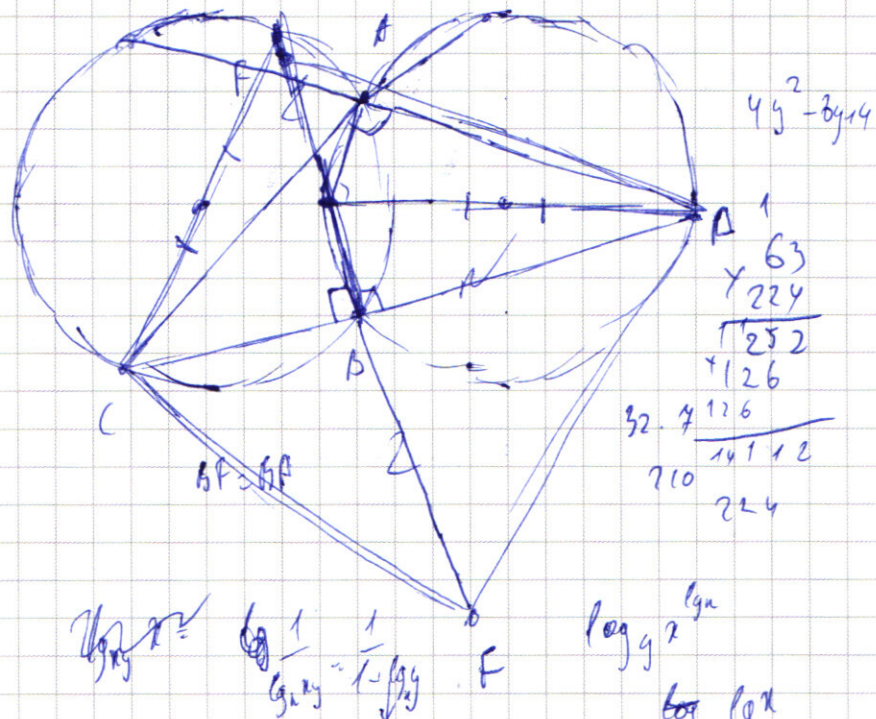
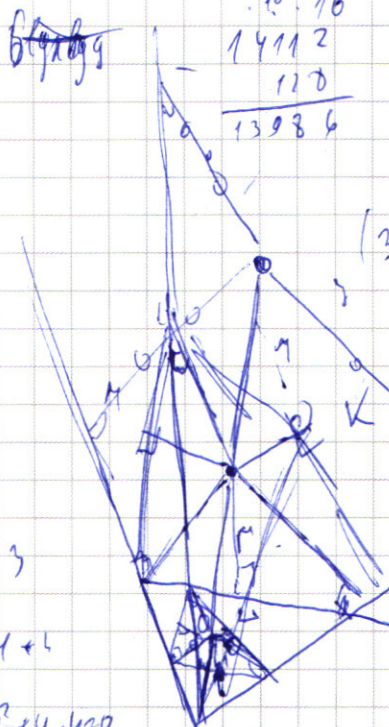
$$\lg x^3 - \lg y^2 = \lg x$$

$$\lg x^3 - \lg y^2 = \lg x \cdot \lg x$$

$$\lg x^3 - \lg y^2 = \frac{(\lg x)}{\lg y}$$

$$\frac{10}{10} = \frac{10}{10}$$

$$\frac{14112}{120} = \frac{13986}{120}$$



$$3 \lg x - 2 \lg y = \frac{\lg x}{\lg y}$$

$$3 \lg x - 2 \lg y = \frac{\lg x \lg x}{\lg y}$$

$$3(\lg x \lg y - (\lg y)^2) = \lg x$$

$$\lg x = \lg y$$

$$\lg x = 2 \lg y \cdot \frac{x}{y} = \frac{2 \cdot 10}{1.59} = \frac{10 \cdot 10}{29}$$

$$\frac{1}{x} = 1$$

$$\frac{10}{1.59} = \frac{10 \cdot 10}{29}$$

$$\frac{x}{1.59} = \frac{10}{1.59} = \frac{10}{1.59}$$

$$\frac{1}{1.59} = \frac{1}{1.59} = \frac{1}{1.59}$$

$$\frac{1}{y}$$