МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64}-1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

(1) ОДЗ: $\begin{cases} x>0 \\ xy>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^{2\lg xy}$

$\lg x\,(\lg y^5 - \lg x) = 2\lg xy \cdot \lg y$

$\lg x\,(5\lg y - \lg x) = 2(\lg x + \lg y)\cdot \lg y$

$5\lg x\cdot\lg y - \lg^2 x = 2\lg x\cdot \lg y + 2\lg^2 y$

$\lg^2 x - 3\lg x\cdot\lg y + 2\lg^2 y = 0 \quad |:\lg^2 y$, $\lg^2 y \neq 0$, $y \neq 1$

$\left(\frac{\lg x}{\lg y}\right)^2 - 3\frac{\lg x}{\lg y} + 2 = 0$

Пусть $\frac{\lg x}{\lg y} = t$, $t^2 - 3t + 2 = 0$
$t=1$, $t=2$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\lg x}{\lg y} = 1 \\ \frac{\lg x}{\lg y} = 2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \lg x = \lg y \\ \lg x = 2\lg y \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = y \\ x = y^2 \end{array}\right.$

если $y=1$, то $\lg^2 x = 0$
$x=1$

(2) если $x=1$, $y=1$, то $1-2-4-3+12=0$
$4=0$ – ложно,

$(1;1)$ не подходит

если $x=y$, то $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$
$-4x^2 + 8x = 0$
$-4x(x-2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ Т.к. $x>0$, $y>0$, $x=0$, $y=0$ не подходит,
т.е. $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

если $x=y^2$, то $y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$
$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$

$y(y^3-2y^2-7y+12)=0$

$y(y-3)(y^2+y-4)=0$

$y=0$ или $y=3$ или $y^2+y-4=0$

$D=1+16=17$

$y_1=\frac{\sqrt{17}-1}{2}$, $y_2=\frac{-\sqrt{17}-1}{2}$

т.к. $y>0$, $y=0$ и $y=\frac{-\sqrt{17}-1}{2}$ не подходит;

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=3 \\ x=3^2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x=\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 \end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y=3 \\ x=9 \end{cases} \\ \begin{cases} y=\frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ \cancel{y}\,x=\frac{9-\sqrt{17}}{2} \end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ: $(2;2)$; $(9;3)$; $\left(\frac{9-\sqrt{17}}{2};\ \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

N1 $3375=5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot3\cdot3\cdot1\cdot1$

3375 раскладывается на 6 простых множителей, тогда остальные цифры числа – единицы.

Если в числе только простые числа и единицы, то всего $8!=8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2=40320$ чисел

Возможен такие вариант, когда число состоит из цифр $5,5,5,9,3,1,1,1$. Таких чисел всего тоже $8!=40320$.

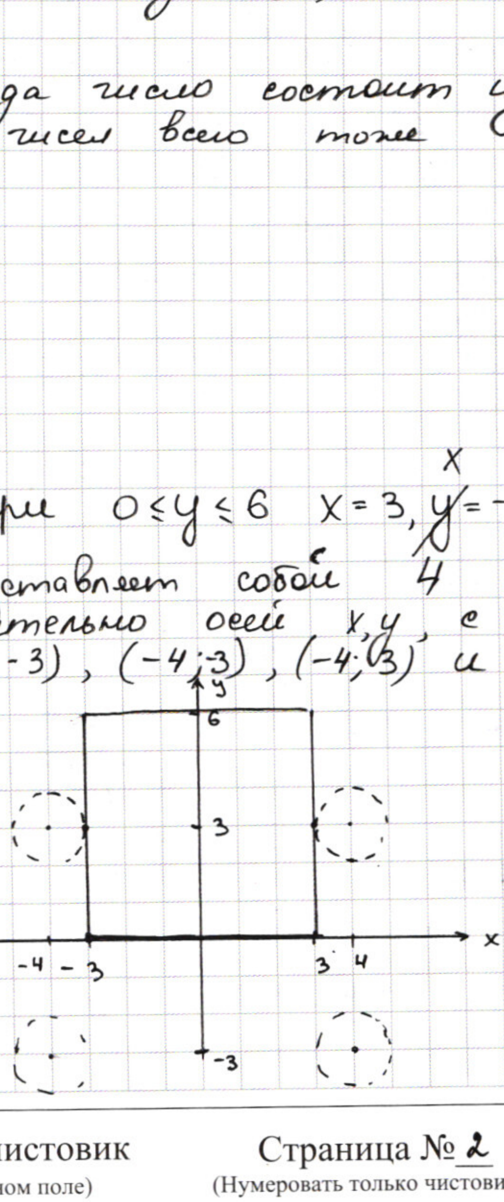
$8!\cdot2=80640$

Ответ: 80640

N5 $\begin{cases} |y-3-x|+|y-3+x|=6 & (1) \\ (|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a & (2) \end{cases}$

(1) при $-3\leq x\leq 3$ $y=6, y=0$; при $0\leq y\leq 6$ $x=3$, $\cancel{y}\,x=-3$

(2) График этого уравнения представляет собой 4 окружности, симметричные относительно осей x, y, с центрами в точках $(4;3)$, $(4;-3)$, $(-4;-3)$, $(-4;3)$ и радиусом $\sqrt{a}$



1. Система имеет ровно 2 решения, если окружности касаются графика (1), т.е. $x=\pm3$, тогда $a=1$

при $0\leq y\leq 6$ первое уравнение имеет 2 решения: $x=3$, $\cancel{y}=x=-3$, тогда (2) примет вид:

$1+(|y|-3)^2=a$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(|y|-3)^2 = a-1$; $\quad 0 \le |y| \le 6$

$0 \le a-1 \le 9$ $\quad$ $\Rightarrow$ $\quad -3 \le |y|-3 \le 3$

$1 \le a \le 10$ $\quad$ $0 \le (|y|-3)^2 \le 9$

при $-3 \le x \le 3$ (1) имеет также 2 решения, $y=6; y=0$,

если $y=6; y=0$ то $\quad 9 + (|x|-4)^2 = a$; $\quad 0 \le |x| \le 3$

$a-9 = (|x|-4)^2 \quad -4 \le |x|-4 \le -1$

$0 \le (|x|-4)^2 \le 16$

$0 \le a-9 \le 16$

$9 \le a \le 25$

Ответ: при $a \in [1;25]$ система имеет 2 решения

№2 $\quad \underline{\cos 11x} - \cos 3x \, \underline{-\sin 11x} + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sqrt{2}\left(\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\cos\frac{\pi}{4}}\cos 11x - \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\sin\frac{\pi}{4}}\sin 11x\right) - \sqrt{2}\left(\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\cos\frac{\pi}{4}}\cos 3x - \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\sin\frac{\pi}{4}}\sin 3x\right) = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sqrt{2}\cos\left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos 14x \quad |:\sqrt{2}$

$\cos\left(11x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$

$-2\sin\frac{11x + \frac{\pi}{4} + 3x + \frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{11x + \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} = -\sin\left(14x + \frac{\pi}{2}\right)$

$-2\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\sin(4x) = -\sin 2\cdot\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$

$-2\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\sin 4x = -2\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin 4x\right) = 0$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k \in Z$

$-\sin(4x) + \cos\left(7x - \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = 0$

$-\sin\left(7x - \frac{3\pi}{4}\right) - \sin 4x = 0$

$\sin\left(7x - \frac{3\pi}{4}\right) + \sin 4x = 0$

$2\sin\left(\frac{7x - \frac{3\pi}{4} + 4x}{2}\right)\cos\left(\frac{7x - \frac{3\pi}{4} - 4x}{2}\right) = 0$

$\sin\cancel{7x}\left(\frac{11}{2}x - \frac{3\pi}{8}\right) = 0$ $\quad$ или $\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) = 0$

$\frac{11}{2}x - \frac{3\pi}{8} = \pi n, n \in Z$ $\quad$ $\frac{3x}{2} - \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$

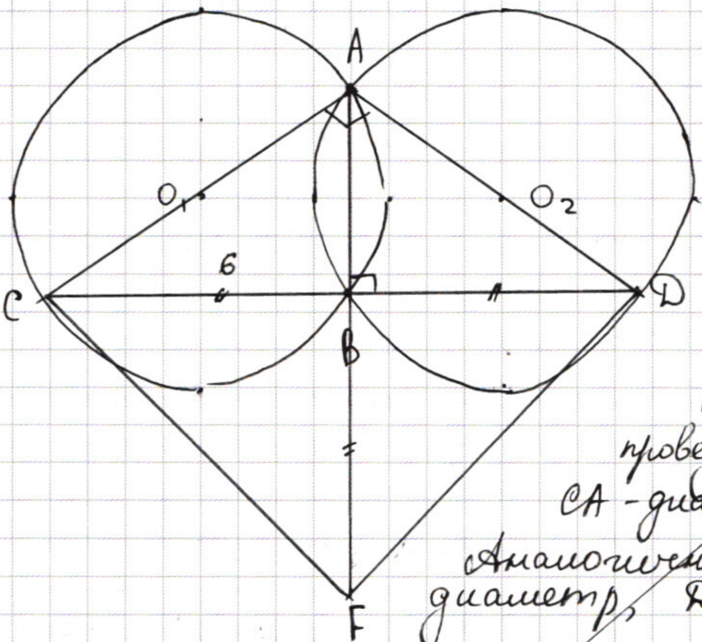
$\frac{11}{2}x = \frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in Z$ $\quad$ $\frac{3x}{2} = \frac{7\pi}{8} + \pi m, m \in Z$

$x = \frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in Z$ $\quad$ $x = \frac{7\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}$

Ответ: $\frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k \in Z$; $\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in Z$; $\frac{7\pi}{12} + \frac{2\pi m}{3}, m \in Z$

№6

а)



Дано:
$R_1 = R_2 = 5$
$\angle CAD = 90°$
$AF \perp CD$
$BF = BD$
$BC = 6$
Найти: CF - ?

Решение:

1. $CA \perp AD$, AD - касательная к окр-ти $\Big\} \Rightarrow CA$ - радиус, проведенный в точку касания, CA - диаметр, $CA = 10$.
Аналогично $CA \perp DA$ и DA - диаметр, $DA = 10$.

AC и AD - касательные, т.к. точки C и D симметричны относительно AB, $BD = CB$ и $AB \perp CD \Rightarrow \triangle ACD$ - равнобедренный, а это возможно только в том случае, когда $AC = AD = 2R$.

2. В $\triangle ACD$ по т. Пифагора $AC^2 + AD^2 = CD^2$
$CD = \sqrt{10^2 \cdot 2} = 10\sqrt{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow BD = BC = \frac{10\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BF = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

3. ~~Рассмотрим $\triangle ACB$: $AC = 10$, $BC = 6$~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① 3375 | 5 ; 3375 : 5 = 675 ; 675 : 5 = 135 ; 135 : 5 = 27

$3375 = 5\cdot5\cdot5\cdot3\cdot3\cdot3\cdot1\cdot1$

$8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

$56\cdot6 = 336$; $336\cdot5=1680$; $1680\cdot4=6720$; $6720\cdot2=13440$

② $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right) + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 3x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x\right) = \sqrt{2}\cos 14X$

$\cos\frac{\pi}{4}$; $\sin\frac{\pi}{4}$

$\sqrt{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}+11x\right) - \sqrt{2}\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos 14x$

$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}+11x\right) - \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$

$-\sin\left(11x+\frac{\pi}{4}-3x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+11x+3x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$

$\cos\alpha - \cos\beta = \cancel{\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}}$

$-\sin 8x\sin\left(14x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x$

$-\frac{1}{2}\sin 8x\cos 14x - \cos 14x = 0$

$\cos 14x\left(-\frac{1}{2}\sin 8x - 1\right) = 0$

$\cos 14x = 0$

$14x = \frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$

$x = \frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{14}, k\in Z$

$\frac{1}{2}\sin 8x = 1$

$-2\sin\frac{\frac{\pi}{4}+11x+3x+\frac{\pi}{4}}{2}\sin\frac{\frac{\pi}{4}+11x-3x-\frac{\pi}{4}}{2} = \cos 14x$

$\cos 30^\circ - \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$;

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x = \cos 14x$

$\cos 14x = \sin 2\cdot\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$

$\cos 14x = \sin\left(14x+\frac{\pi}{2}\right) = \sin 2\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x = \sin 2\cdot\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x - 2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin 4x + \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$

$\sin 4x + \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = 0$

$7x+\frac{\pi}{4} = \pi k$

$x = \frac{\pi k}{7} - \frac{\pi}{28}, k\in Z$

$\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8} = \frac{7\pi}{8}$

③ $\begin{cases}\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}\\ \end{cases}$

3375 | 125

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$

$x>0$

$xy>0 \Rightarrow$

$y>0$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{5\lg x}$

$y^{5\lg x} = y^{2\lg xy}$

$5\lg x = 2\lg x + 2\lg y$

$3\lg x = 2\lg y$

$\lg x^3 = \lg y^2$

$x^3 = y^2$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 30 \\ \hline 1680 \\ \times 12 \\ \hline 336 \\ 168 \\ \hline \times 20160 \\ 2 \\ \hline 40320 \end{array}$$

$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg xy}$

$y^{5\lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2\lg x + 2\lg y}$

$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = \lg y^{2\lg xy}$

$\lg x \cdot \lg\frac{y^5}{x} = 2\lg xy \cdot \lg y$

$\lg x \cdot (\lg y^5 - \lg x) = 2(\lg x + \lg y)\cdot \lg y$

$5\lg x \cdot \lg y - (\lg x)^2 = 2\lg x \lg y + 2\lg^2 y$

$\lg^2 x + 2\lg^2 y - 3\lg x \cdot \lg y = 0 \quad \Big| : \lg^2 y$

$\left(\frac{\lg x}{\lg y}\right)^2 - 3\frac{\lg x}{\lg y} + 2 = 0$

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$t_1 = 1, \ t_2 = 2$

$\frac{\lg x}{\lg y} = 1$

$\lg x = \lg y$

$x = y$

$\frac{\lg x}{\lg y} = 2$

$\lg x = 2\lg y$

$x = y^2$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$x^2 - 4x - 2xy + 12y - 3y^2 = 0 \ \Big| : x^2$

$x(x-4) - 2xy - 3y(y-4) = 0$

если $x = y$, то

$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$-4x^2 + 8x = 0$

$-4x(x-2) = 0$

$x = 0$ $\quad$ $\underline{x=2}$

если $x = y^2$, то

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$

$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$

$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$

$\left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = 1^{2\lg x}$

$x^{-\lg x}$

если $y = 1$, то $\quad \lg^2 x = 0$

$x = 1$

$1 - 2 - 4 - 3 + 12$

$\cancel{13}6 : 13 - 4$

$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$

$y = 1: \quad 1 - 2 - 7 + 12 \neq 0$

$-1: \quad -1 - 2 + 7 + 12 \neq 0$

$2 \quad 8 - 8 - 14 + 12 \neq 0$

$-2 \quad -8 - 8 + 14 + 12$

$3 \quad 27 - 18 - 21 + 12 = 0$

39

$$\begin{array}{l|l} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 & y - 3 \\ \cline{2-2} -\ y^3 - 3y^2 & y^2 + y - 4 \\ \quad y^2 - 7y & \\ -\ y^2 - 3y & \\ \quad -4y + 12 & \\ -\ -4y + 12 & \\ \quad 0 & \end{array}$$

$(\sqrt{17} - 1)^2 = 17 + 1 - 2\sqrt{17} = 18 - 2\sqrt{17}$

3375

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 27 \\ \hline 175 \\ 50 \\ \hline 675 \end{array}$$

9 -

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ 27 \\ \hline 875 \\ 250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

5,

$$\begin{array}{r} \times 40320 \\ 2 \\ \hline 80640 \end{array}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|y-3-x|+|y-3+x|=6$

$(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a$

$|x|+|y|$ - ромб

при $a<0$ реш. нет

$|y-3-x|+|y-3+x|=6$

$y-3-x=0$ $\qquad$ $y+x=3$

$y-x=3$

1) если $\begin{cases} y-3-x>0 \\ y-3+x>0 \end{cases}$, то $y-\cancel{3}-\cancel{x}+y-\cancel{3}+\cancel{x}=6$

$\begin{cases} y-x>3 \\ y+x>3 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} 6-x>3 \\ x+6>3 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} x<3 \\ x>-3 \end{cases}$ $\quad$ $2y-6=6$ $\quad$ $y=6$

если $\begin{cases} y-x>3 \\ y+x<3 \end{cases}$ $\quad$ $\cancel{y}-\cancel{3}-x-\cancel{y}+\cancel{3}-x=6$

$-2x=6$

$x=-3$

$\begin{cases} y+3>3 \\ y-3<3 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} y>0 \\ y<6 \end{cases}$

если $\begin{cases} y-x<3 \\ y+x>3 \end{cases}$, то $x+\cancel{3}-\cancel{y}+\cancel{y}-\cancel{3}+x=6$

$x=3$

$\begin{cases} y-3<3 \\ y+3>3 \end{cases}$ $\quad$ $y<6$, $y>0$

если $\begin{cases} y-x<3 \\ y+x<3 \end{cases}$ $\quad$ $-y+3+\cancel{x}-y+3-\cancel{x}=6$

$\begin{cases} -x<3 \\ x<3 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} x>-3 \\ x<3 \end{cases}$ $\quad$ $-2y+6=6$

$y=0$

$|y-3-x|+|y-3+x|=6 \iff \begin{cases} \text{при } -3<x<3 & y=6,\ y=0 \\ \text{при } 0<y<6 & x=3,\ x=-3 \end{cases}$

$\leq a \leq 10$

$(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=a$

1

при $0<y<6$ $\quad$ $x=\pm 3$

при $-3<x<3$ $\quad$ $y=6,\ y=0$

если $x=\pm 3$, то $1+(|y|-3)^2=a$

$(|y|-3)^2$ $\quad$ $a-1$

$0<|y|<6$

$-3<-3<3$

$0<\ ^2<9$

$0<a-1<9$

$1<a<10$

при $0<y<6$ $\quad$ $x=\pm 3$ - 2 решения:

$1+(|y|-3)^2=a$ $\quad$ $a-1$

$0<|y|<6$

$-3<-3<3$

$0<\ ^2<9$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$ $\quad \cancel{\sqrt{2}\sin}$

$\sqrt{2}\cos(11x+3x)$

$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

$\sqrt{2}\cos(11x+3x) = \sqrt{2}\cos 11x\cos 3x - \sqrt{2}\sin 11x \sin 3x$

$\cos 11x - \sin 11x = \sqrt{2}\cos\left(11x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin 3x - \cos 3x = -\sqrt{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\cos\left(11x+\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) = -2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x$

$\cos 11x - \cos 3x = -2\sin 7x \overset{\sin}{\cancel{\cos}} 4x$

$\sin 3x - \sin 11x = 2\sin(-4x)\cos(7x)$

$-2\sin 7x\sin 4x - 2\sin 4x\cos 7x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x = \cancel{\sqrt{2}}\cos 14x$

$\cos 14x = \sin\left(14x+\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$

$-2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\sin 4x = 2\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$ $\quad 7x+\frac{\pi}{4} = \pi k$

$-\sin 4x = \cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)$ $\quad \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$\cos\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(7x - \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(7x - \frac{3\pi}{4}\right)$

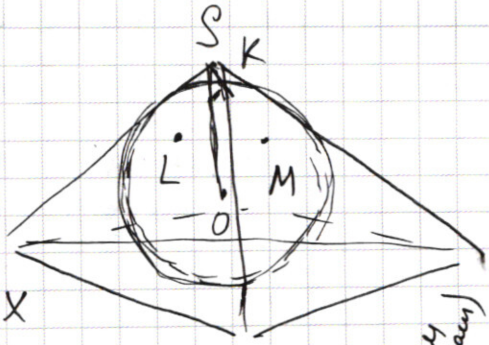
$\sin\left(7x - \frac{3\pi}{4}\right) - \sin\left(\cancel{7x - \frac{3\pi}{4}}\right) = 0$ $\quad 4x$

$\cancel{\cos 120^\circ = \sin(120^\circ}$

$\cos 30^\circ =$

$\cos \overset{12}{\cancel{3}}0^\circ = -\sin(90^\circ + 30^\circ)$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$



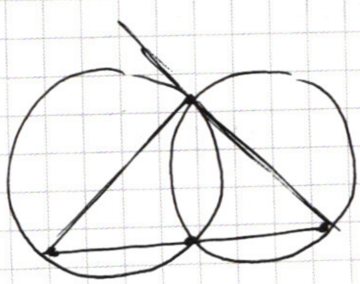
$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \le 70 + (2^{64}-1)x \end{cases}$$

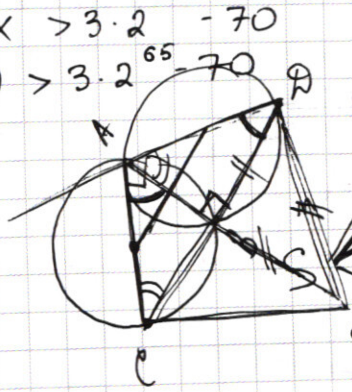
$2^x + 3\cdot 2^{65} < 70 + (2^{64}-1)x$

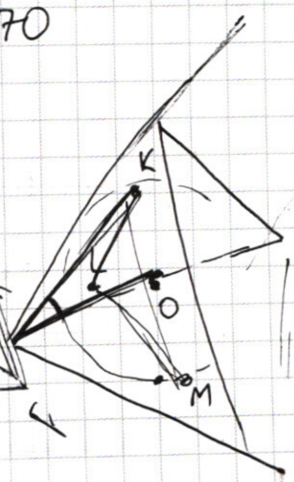
$(2^{64}-1)\cdot x \cdot 2^x > 3\cdot 2^{65} - 70$

$2^x\cdot 2^{64}\cdot x - 2^x\cdot x > 3\cdot 2^{65} - 70$

$x\left(2^{x+64} - 2^x\right) > 3\cdot 2^{65} - 70$







$\triangle ADC \sim \triangle BDA$ (по 2-м углам)

$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DA}$

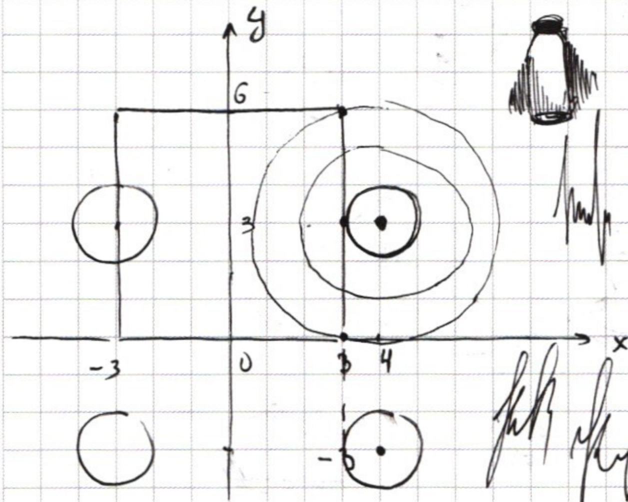
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$a=1$ - 1 корень

$x=3$: $1+(|y|-3)^2=1$

$(|y|-3)^2=0$

$|y|-3=0$

$y=\pm 3$

$(|x|-4)^2+(|y|-3)^2=1$

$|x|+|y|=2$

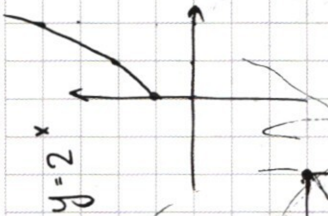
~~$x>0$~~,

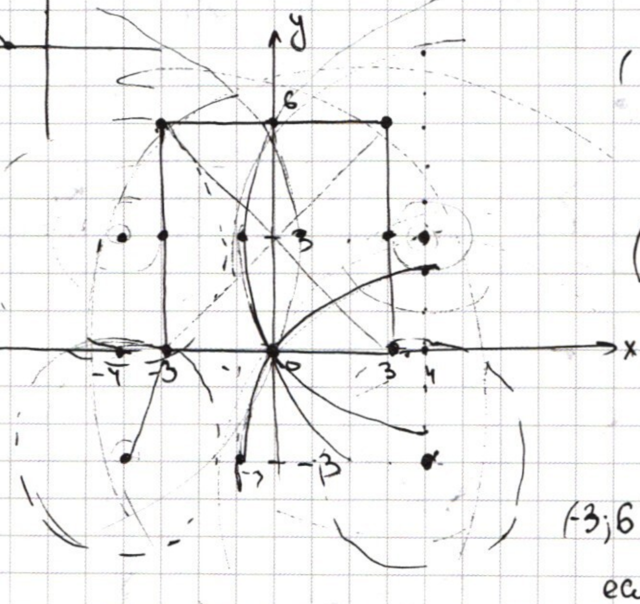
если $x>0$, $y>0$, то $(x-4)^2+(y-3)^2=a$ - окр-ть $(4;3)$

$x>0$, $y<0$, то $(x-4)^2\ (-y-3)^2=a$

$(x-4)^2+(y+3)^2=a$ $(4;-3)$

$x<0$, $y>0$ $(x+4)^2+(y-3)$ $(-4;3)$ $(-4;-3)$





~~$x=\pm 3$~~:

$(3;3)$, $(-3;3)$

$(3-4)^2+(3-3)^2=a$

$a=1$ - 2 корня

$(0;0)$: ~~$a=5$~~, то

если $x=0, y=0$, $a=25$, $r=5$

$(1-4)^2+(3-3)^2$

$(3;3)$

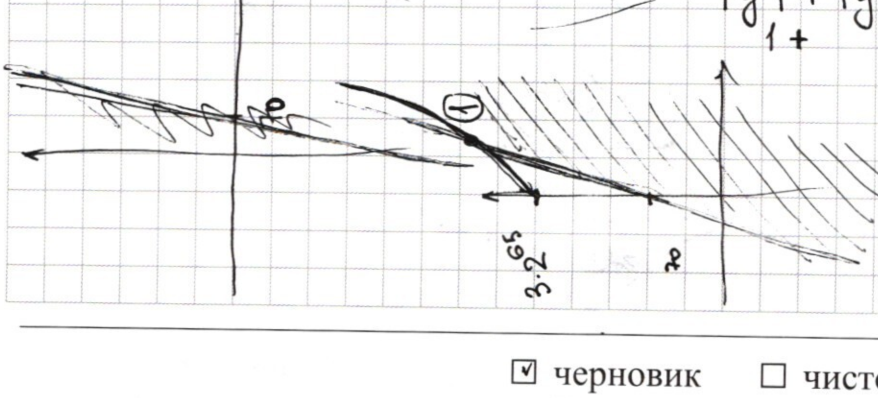
$1+9 \Rightarrow a=10$

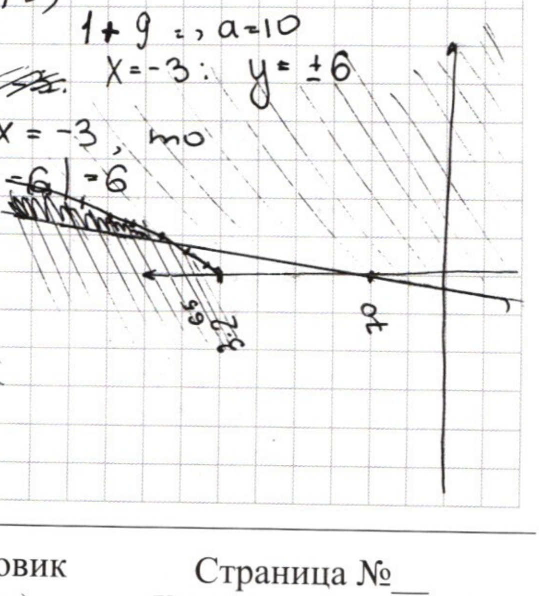
$(-3;6)$: ~~$x=-3$~~ $x=-3$: $y=\pm 6$

если $x=-3$, то

$|y|+|y-6|=6$

$1+$



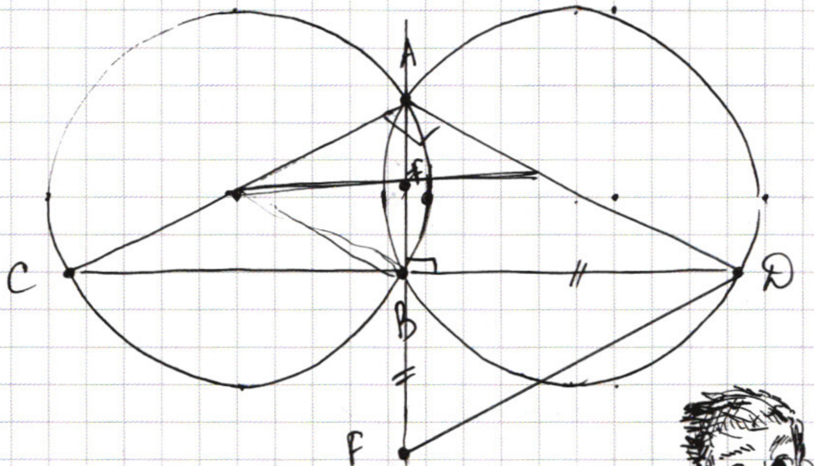


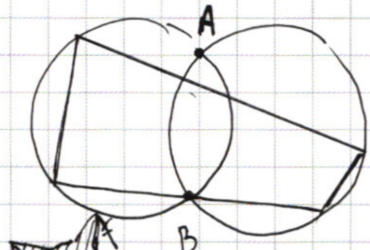
☑ черновик ☐ чистовик

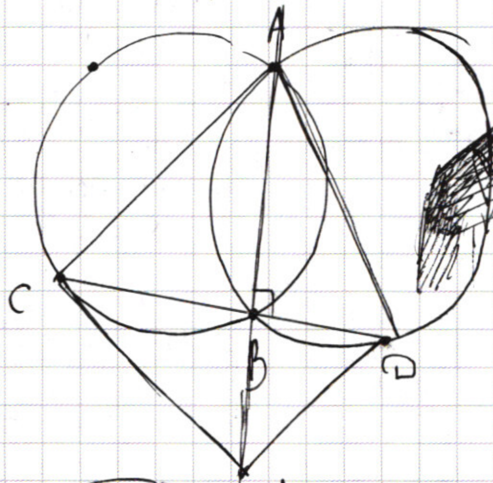
(Поставьте галочку в нужном поле)

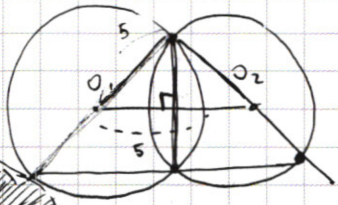
Страница №__

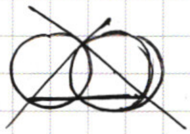
(Нумеровать только чистовики)



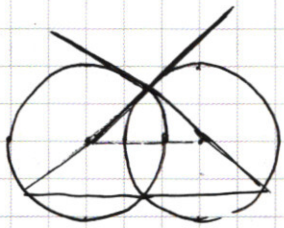


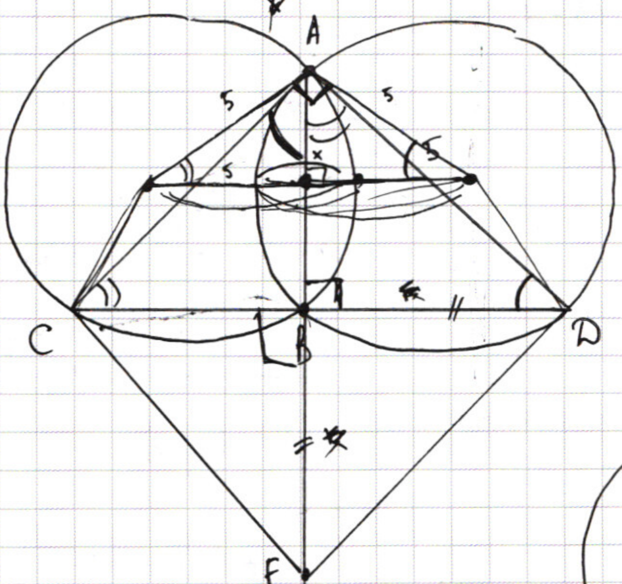






CF-?





т.к. CA ⊥ AD,
AD - касат. к
окр-ти, CA — диаметр