

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Есть восьмизначное число с цифрами $a_1, a_2, a_3 \dots a_8$.

При этом $a_1, a_2 \dots a_8 \neq 0$ иначе их произведение будет $= 0$.

$$\begin{cases} 0 < a_1 \leq 9 & \text{и } a_1 \text{ чётное} \\ 0 < a_2 \leq 9 & \text{и } a_2 \text{ чётное} \\ \dots \dots \dots \\ 0 < a_8 \leq 9 & \text{и } a_8 \text{ чётное} \\ a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 3375. \end{cases}$$

Разложим 3375 на простые множители:

$$3375 \rightarrow 5 \cdot 675 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 135 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3.$$

Значит, то какие-то из $a_1, a_2 \dots a_8$ будут "5"; какие-то 3 будут "3" и какие-то $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ будут "1", тогда произведение всех цифр было $= 3375$, иначе если какие-то цифры будут $\neq 1$, то их произведение увеличит $\Rightarrow$ не получится.

Посчитаем количество случаев:

У нас есть C_8^3 - способов

расставить "5" $\Rightarrow$ остается 5 пустых

мест $\Rightarrow C_5^2$ - способами расставить "1" $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ остается 3 места, тогда расставить "3" ~~по 3~~ $\Rightarrow C_3^3$ - число "3" расставить.

Итого количество вариантов: $N = C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3$
восьмизначного числа

$$N = C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{3!}{3!} = \frac{8!}{5!3!2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 = 560.$$

$N = 560$ — число, составлено вариантов цепи цепи бонус.

Ответ: 560 цепей.

N2

формулы $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$.

$$\cos 11x - \cos 3x = \sin 4x + \sin 8x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

формулы $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

↓

$$-2 \sin 7x \sin 4x = 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

Используем $\cos 2\alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\sin 7x + \cos 7x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \cos 7x - \sin 7x + 2 \sin 4x) = 0.$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) 2 \sin 4x - 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x \right) = 0.$$

$$2(\sin 7x + \cos 7x) (\sin 4x - \sin(7x - \frac{\pi}{4})) = 0.$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$\sin 4x = \sin(7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\tan 7x = -1.$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi m \end{cases} \quad n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} 3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi n \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m \end{cases} \quad n, m \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}, n, m \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi m}{11}, m \in \mathbb{Z}.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

g) $R > \sqrt{130}$

○ (Абсолютно будет внутри всех окружностей)

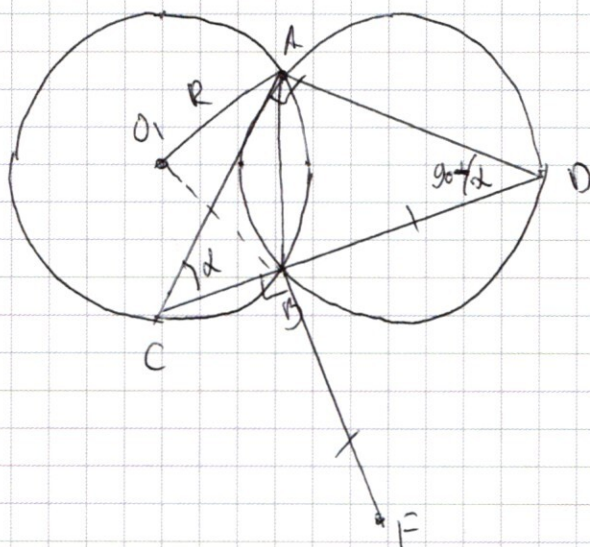
Шига сега подготви две родника

$$R = \sqrt{130} \quad \text{u} \quad R = 1$$

$$\Rightarrow a = R^2 = 130 \quad \text{und} \quad a = 1$$

Ans: $a = 130$; $a = 2$.

N 6



$\angle ACD = 90^\circ - \angle CAD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Вокруг $\triangle ACB$ и ADB
описаны окружности разного
радиуса:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \quad \text{u} \quad \frac{AB}{\sin \beta} = 2R \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ sind ringe-d.

$$\alpha = 90 - \alpha \Rightarrow \alpha = 45$$

$$\alpha = 180 - 90 + \alpha$$

$\theta = 90^\circ$ - невязка $\Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow ABCD$ - равносторонний прямоугольный Δ

$$\Rightarrow \angle AOB = 2 \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{2} R.$$

№ 7.

~~№ 4~~

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases} \Rightarrow 70 + (2^{64} - 1)x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 70 + (2^{64} \cdot x - x) \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65} \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}$$

$$100\%: 2^{64} \cdot x \geq 2^{66} + 2^{65} \quad \xrightarrow{x=0} \Rightarrow x=1 \quad x=2 \quad x=3 \quad x=4 \text{ не подходит.}$$

и.т.д. $2^{66} < 2^{64} + 2^{65}$

$$x=5: 2^{66} + 2^{64} \geq 2^{66} + 2^{65} \text{ — неверно } \Rightarrow \text{ не подходит.}$$

$$x=6: 2^{66} + 2^{65} \geq 2^{66} + 2^{65} \text{ — правильно } \Rightarrow \text{ рассмотрим все}$$

переведем.

$$70 - 6 + 2^{66} + 2^{65} \geq 2^6 + 2^{66} + 2^{65}$$

$$64 \geq 64 \text{ — верно } \Rightarrow x=6 \text{ — минимальный } x.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Или $x=2$ - в ОДЗ подходит $\Rightarrow y=2$ $x=2$ - тем же нулем.

Ответ: $x=2$ $y=2$; $x=9$ $y=3$; $x=\frac{9-\sqrt{17}}{2}$ $y=\frac{\sqrt{17}-1}{2}$

№5

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Эту систему мы будем решать графически, для начала нарисуем её.

1) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ - окружности с $R=\sqrt{a}$ и центрами $(4;3)$, $(-4;3)$, $(-4;-3)$, $(4;-3)$.

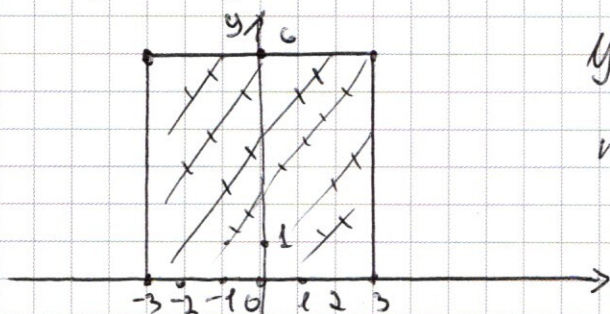
2) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$ - Для того, чтобы построить эту ~~линию~~ ^{равенство} разделим на 4 случая:

1) $(+,+)$ $y-x-x+y-3-x=6 \Rightarrow 2y=12 \Rightarrow y=6$.

2) $(+,-)$ $y-x-x+y-3+x=6 \Rightarrow 2x=-6 \Rightarrow x=-3$.

3) $(-,+)$ $-y+x+x+y-3+x=6 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$.

4) $(-,-)$ $-y+x+x+y-3-x=6 \Rightarrow -2y=0 \Rightarrow y=0$.



У нас получили квадрат и все точки его сторон удовлетворяют нашей равенству.

Все что внутри этого квадрата не подходит т.к. т. $(0;4)$ при подстановке в равенство $|1-3-0| + |1-3+0| \neq 6$ и $\neq 6$ не дает равенства и если точка за его пределами, равенства нет.

$$m. (5; 0) \rightarrow |0-3-5| + |-3+5| \neq 6.$$

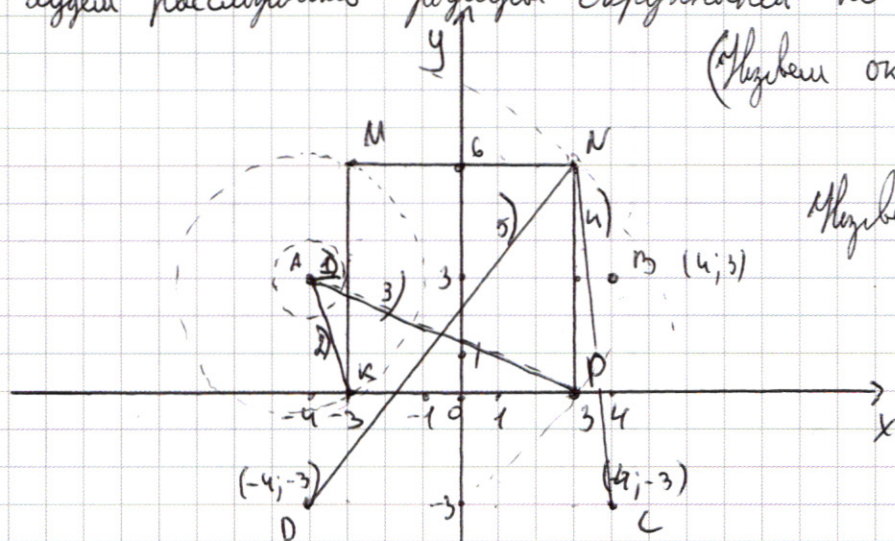
$$8 + 2 \neq 6$$

$$10 \neq 6$$

3) будем рассуждать радиусы окружностей по возрастанию.

(Можем окружить A, B, C, D по их центрам)

Можем вписать MNPК



Радиус
 $R < 1$

Минимальное пересечение.
(никого не пересечение).

1) $R = 1$

$1 < R < \sqrt{10}$

2) $R = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\sqrt{10} < R < \sqrt{58}$

3) $R = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$

и D и C пересекает стороны квадрата т.к. $\sqrt{58} < \sqrt{82}$

4) $R = \sqrt{8^2 + 1^2} = \sqrt{65}$

вершину M и сторону NP т.к. $\sqrt{82} < \sqrt{81+49}$; C пересекает вершину N и сторону МК т.к. $\sqrt{82} < \sqrt{130}$

$\sqrt{82} < R < \sqrt{130}$

5) $R = \sqrt{8^2 + 13^2} = \sqrt{185}$

(A и B не пересекают, D и C пересекают M и N)

2 (окружности A и B касаются стороны квадрата)
(A и B не пересекают две стороны)

4 (окружности A, B, C, D пересекают углы).

8 (A, B, C, D пересекают по две стороны)

6 (стороны A, B, C, D пересекают углы MNPК)

4 (A и B не пересекают; D и C по две стороны)
(т.к. $\sqrt{82} > \sqrt{58}$)

4 (A и B не пересекают, D пересекает

(A и B не пересекают; D и C пересекают по две стороны).
т.к. (т.к. $\sqrt{130} > \sqrt{82}$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt[3]{\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}} = y^2 \lg xy$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x > 0 \\ yx > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Раскроем скобки уравнение:

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

Трансформируем его по y :

$$\lg x \log_y \frac{y^5}{x} = \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$\lg x (5 - \log_y x) = 2 \lg x + 2 \lg y.$$

$$\lg x (3 - \log_y x) = 2 \lg y.$$

Введем замену $T = \lg y$ $U = \lg x$, тогда $\log_y x = \frac{U}{T}$

$$U \cdot \left(3 - \frac{U}{T}\right) = 2T$$

$$3UT - U^2 = 2T^2 \rightarrow 2T^2 - 3UT + U^2 = 0 \rightarrow 2T^2 - 2UT + U^2 - UT = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2T(T-U) - U(T-U) = 0 \rightarrow (2T-U)(T-U) = 0.$$

$$T = \frac{U}{2} \quad \text{или} \quad T = U.$$

$$\lg y = \frac{1}{2} \lg x \quad \text{или} \quad \lg y = \lg x.$$

а) $y = \sqrt{x}$

б) $y = x.$

a) $y = \sqrt{x}$.

Подставим $y = \sqrt{x}$ во второе уравнение:

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \rightarrow y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0.$$

Решим уравнение $y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$.

$y = 3$ подходит $\Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} 1 & -2 & -7 & +12 \\ 3 & 1 & 1 & -4 & 0 \end{array}$ - Возмущение
схемы Горнера.

$$y(y-3)(y^2+y-4) = 0.$$

Решим $y^2+y-4=0$. $D = 1+16 = 17$.

$$y_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \quad y_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2}.$$

$$y(y-3)\left(y - \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)\left(y + \frac{1+\sqrt{17}}{2}\right) = 0.$$

$y=0$ и $y = -\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)$ - не подходят по ОДЗ.

$y=3 \Rightarrow x=9$ $y = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = \frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{9-\sqrt{17}}{2}.$

Проверим $x = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$ в ОДЗ.

$$9-\sqrt{17} \geq 0$$

$$81 > 17 \Rightarrow \text{подходит.}$$

У нас есть пары $(y=3; x=9)$ и $(x = \frac{9-\sqrt{17}}{2}; y = \frac{\sqrt{17}-1}{2})$

б) $y=x$, тогда подставив в уравнение $x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$
получим: $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0.$

$$-4x^2 + 8x = 0 \quad x=0 \quad x=2.$$

$x=0$ - не подходит по ОДЗ $\Rightarrow$ нам не нужны.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x=6$ — min x . — равно, если или нullo $y \geq \Rightarrow x_{\min}=2$.
и.к. в обоих $\leq$ в обоих $>$

Рассмотрим случай, когда $70-x=0 \Rightarrow x=70$.

$$2^{64} \cdot 70 \quad \vee \quad 2^{70} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{70} + 2^{66} + 2^{65} = 2^{70} + 2^{66} + 2^{65} \Rightarrow x=70 \text{ подходит.}$$

Значит min N -комиссии пар. $= 70-7+1=65$.

При $x \in [6; 20]$ $y \in \mathbb{Z}$ и.к. $y=70+2^{64} \cdot x - x$

$70-x \in \mathbb{Z}$; $2^{64} \cdot x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$
все условия верны.

Если $x \leq 0$, то $70 + (2^{64}-1)x < 0$, а $2^x + 3 \cdot 2^{65}$

всегда $> 0 \Rightarrow$ не подходит.

Если $x > 70$

Рассмотрим $x=71$.

$$2^{70} + 2^{66} + 2^{65} - 1 \quad \vee \quad 2^{71} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{70} + 2^{64} - 1 \quad \vee \quad 2^{70} + 2^{70}$$

$$2^{64} - 1 < 2^{70} \Rightarrow \text{не подходит.}$$

Рассмотрим $x=72$.

$$2^{70} + 2^{65} + 2^{65} - 1 \quad \vee \quad 2^{72} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{72} > 2^{70} + 2^{65} - 1 \Rightarrow \text{не подходит}$$

Если x будет возростом, то разница
будет еще больше $\Rightarrow$ если $x > 70$ лет $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{бесконечность } N = 64$$

Ответ: $N = 64$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6.$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 9.$$

$$y-3-x=0.$$

$$y=x+3.$$

$$y-3-x=6.$$

$$y=9+x$$

$$y=x+3$$

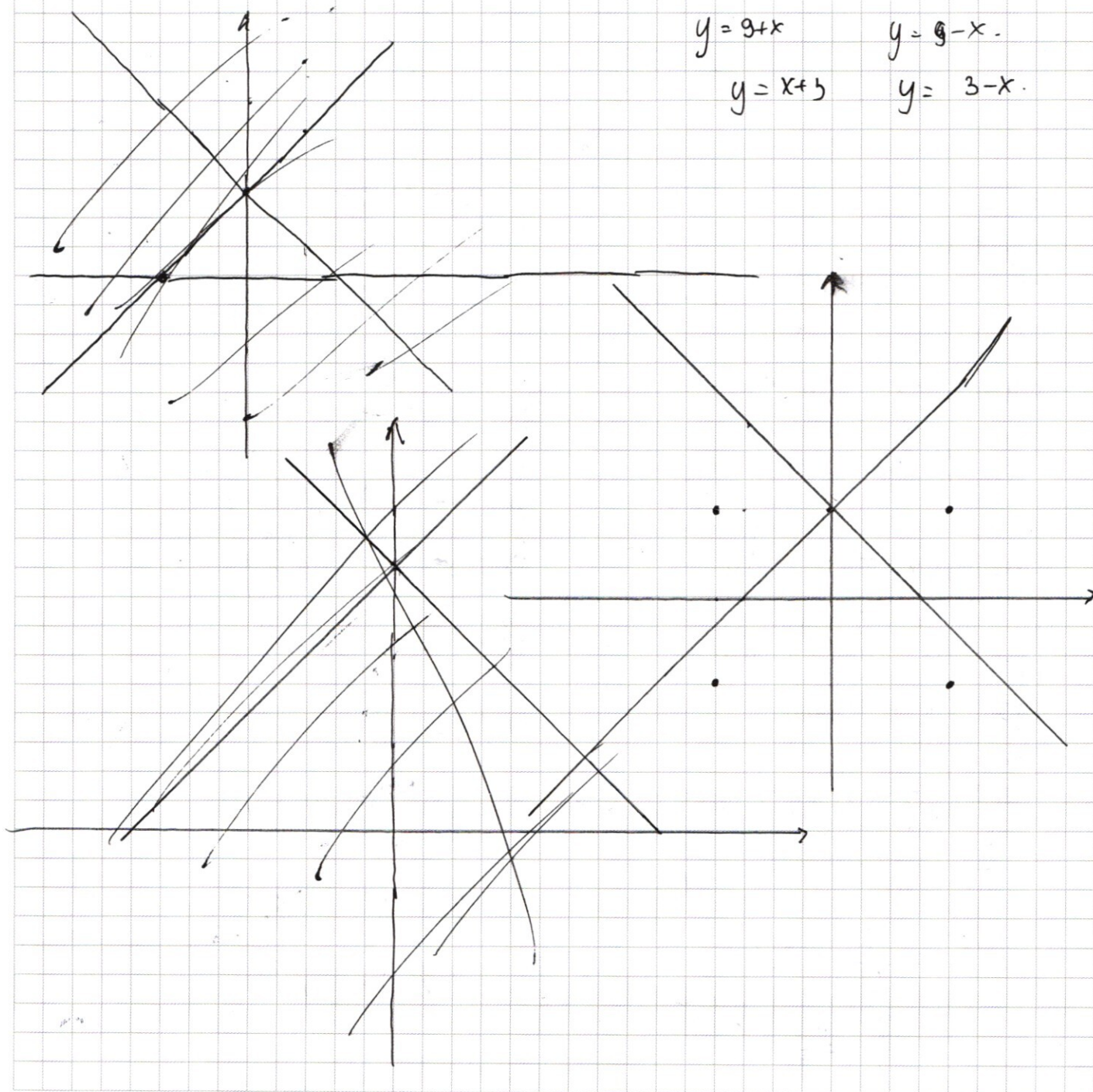
$$y-3+x=0$$

$$y=3-x.$$

$$y-3+x=6$$

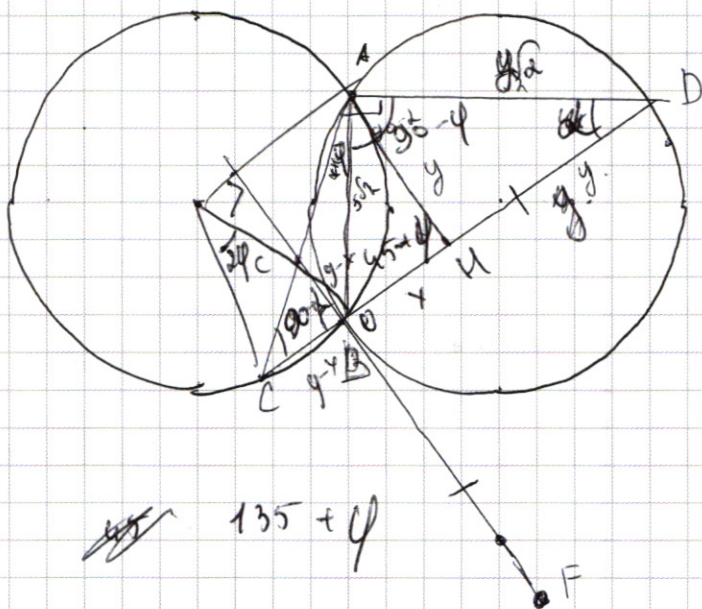
$$y=9-x.$$

$$y=3-x.$$



№6

$$\frac{AD}{\sin 45^\circ} = \frac{CA}{\sin \alpha}$$



$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2R \quad \frac{AB}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R$$

$$\sin \alpha = \sin 90^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - \alpha$$

$$5\sqrt{2}^2 + x^2 = AD^2$$

$$5\sqrt{2}^2 + x^2 = y^2$$

$$\frac{y-x}{y} = \frac{CO}{AO} \quad CO = y-x$$

$$x > 0, \quad y > 0$$

№3

$$\log_x \log_y x = y^2 \log_{xy} x \leftarrow \log_{xy} y$$

$$\log_y \frac{y^5}{x} \log_x = 2 \log_{xy} xy$$

$$\log_y \frac{y^5}{x} \log_x (\log_x x + \log_x y)$$

$$\log_x (\log_y \frac{y^5}{x} - 2) = \log_y y$$

$$\log_x (\log_y \frac{y^5}{x} - \log_y y^2) = 2 \log_y y$$

$$\log_x (\log_y \frac{y^5}{x}) = \log_y y$$

$$\log_x (3 - \log_y x) = 2 \log_y y$$

$$\frac{T}{3}$$

$$\frac{4}{y}$$

$$T(3 - \frac{T}{4}) = 2 \cdot 4$$

$$3 - \frac{T}{4} = \frac{2 \cdot 4}{T}$$

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ 27 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\log_x (\log_y \frac{y^5}{x}) = 2 \log_{xy} xy$$

$$\log_x (5 - \log_y x) = 2 (\log_x x + \log_x y)$$

$$\log_x (3 - \log_y x) = 2 \log_y y$$

$$\log_x = T \quad \log_y = 4$$

$$T(3 - \frac{T}{4}) = 2 \cdot 4$$

$$T(3 - \frac{T}{4}) = 2 \cdot 4$$

$$3 = \frac{8T}{4} \quad 4 = T$$

$$\log_x = \log_y$$

$$135 - \varphi = 45 + \varphi$$

$$\varphi = 90^\circ$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

$$70 + (2^{64} - 1)x \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 2^{64} \cdot x - x \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65}$$

$x = 70$ проверим.

$$2^{65} \cdot 35 \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{65} \cdot 35 + 2^{65} \cdot 2 + 2^{65} \geq 2^{70} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{70} + 2^{66} + 2^{65} \leq 2^{70} + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{67} + 67 \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65}$$

x не меньше 2.
 x не меньше 2.

$$2^{64} + 67 \geq 2$$

$$x \leq 70$$

$$70 + 2^{64} \cdot x - x \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65}$$

$$2^{64} \cdot x + 2^6 + 2^2 + 2^1 - x \geq 2^x + 2^{66} + 2^{65}$$

$x > 2$ проверим

$$x \geq 3$$

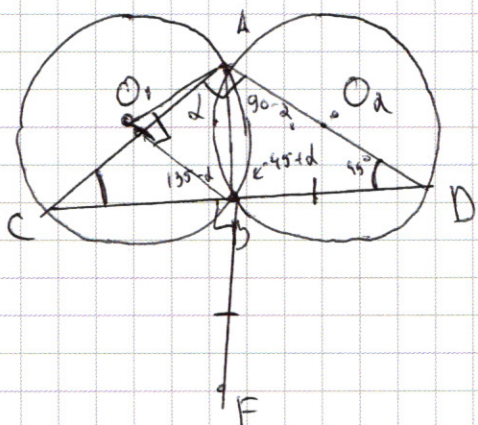
✓ 7

$x = 70$ негружен.

✓ 4



✓ 6



Два равных м.к. описанных круга

$$\angle ACD = \angle CDA \Rightarrow \angle = 45^\circ$$

м.к. описанные все равны друг

$$\Rightarrow \angle O_1 B = \angle O_2 B = 90^\circ \Rightarrow$$

$$= AB = \sqrt{2} R$$

$$AO = CA$$

м.к. $AO = CA$ и $R_1 = R_2 = R$, то

$$\frac{\sin(\frac{CD}{2})}{\sin(135-d)} = \frac{AO}{\sin(45+d)}$$

$$\sin(135-d) = \sin(45+d)$$

$$\sin 45^\circ \cos(90-d) < 0$$

$$135-d = 45+d$$

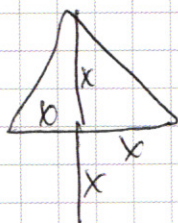
$$2d = 90 \Rightarrow d = 45^\circ$$

$$135-d = 180-45$$

$= AB$ высота

$\Rightarrow$

AF - высота AB



Высота делит гипотенузу на две равные

отрезки $\Rightarrow$ мерити $= \frac{1}{2}$ гипотенузы $\Rightarrow$

$$CA = BD = BF = AB = 5\sqrt{2} \Rightarrow CF = 10$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6.$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y = 6.$$

$$y-3-x + 3-y-x = 6$$

$$x = -3.$$

$$-y+3+x + y+3+x = 6$$

$$x = 0$$

$$-y+3+x + 3-x-y = 6$$

$$y = -6$$

$$|3-3+4| + |-3-3-4|$$

$$y-3-x + 3-y-x = 6$$

$$-2x = 6.$$

$$x = -3$$

$$y-3-x + y-3+x = 6.$$

$$y = 6.$$

1) $\sqrt{a} = 1$ и точки.

$$y-3-x - y+3-x = 0.$$

$$x = -3.$$

$$-y+3+x + y-3+x =$$

$$x = 3.$$

$$-y+3-x - y+3-x = 0.$$

$$y = 0.$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$y > 2x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$\frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot 2^{65} + 3 \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x.$$

$$\frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot 2^{65} = 70 + (2^{64} - 1)x.$$

$$2^x + 2^{66} + 2^{65} = 70$$

$$70 = 35 \cdot 2$$

$$2^{65} \cdot 35$$

$$2^{70} + 2^{65} \cdot 3$$

$$\frac{8!}{6 \cdot 6 \cdot 2} =$$

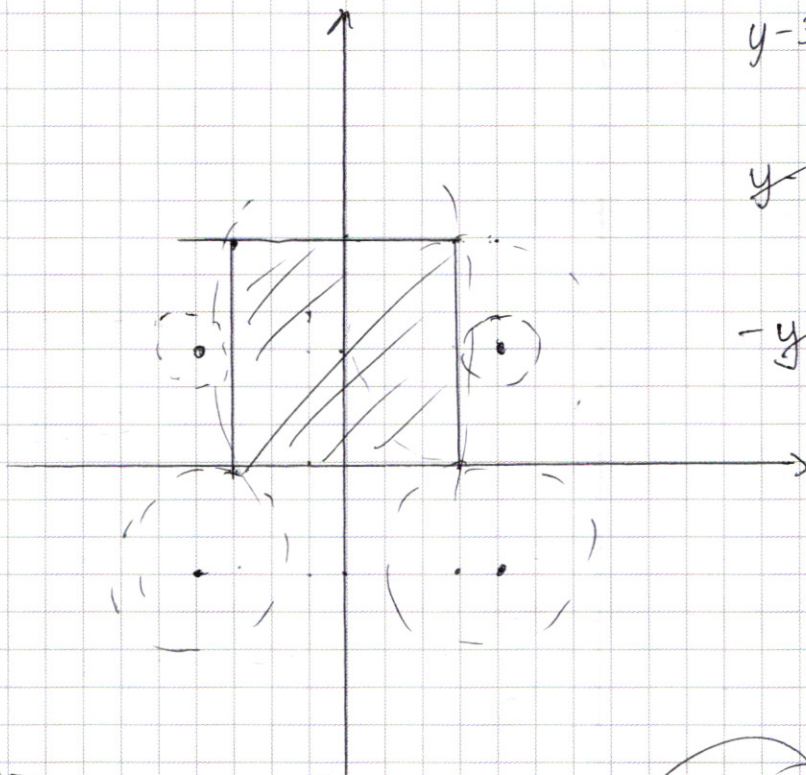
$$C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{2!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 1$$

$$C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2!} \cdot 1$$

360.

$$x = 70$$

$$\frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2!} \cdot \frac{8!}{6 \cdot 6 \cdot 2}$$



$$y-3-x + y-3+x=6.$$

$$y=6$$

$$y-3-x + (-y)+3-x=6.$$

$$x=-3.$$

$$-y+3+x + y-3+x=6.$$

$$x=3$$

$$-y+3+x - y+3-x=6$$

$$y=0$$

$$1) \sqrt{a} = 1$$

$$2) \sqrt{a} = \sqrt{10}$$

$$3) \sqrt{a} = \sqrt{58}$$

$$4) \sqrt{a} = \sqrt{82}$$

$$5) \sqrt{a} = \sqrt{49+84}$$

2 точки

∞ точек.

∞ точек.

∞ точек.

∞ точек.

∞ точек.

∞ точек.

2 точки.

$$a=1.$$

$$a=130.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3 - \frac{1}{t} = at$$

$$3t - 1 = t^2$$

$$-y + 3 + x - y - x + 3 = 6$$

$$= 2t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 5.$$

$$\lg x \lg y \frac{45}{x} = 2 \lg xy.$$

$$\lg x (5 - \lg y x) = 2 \lg x + 2 \lg y x.$$

$$\lg x (3 - \lg y x) = 2 \lg y$$

$$\lg x (3 \lg y - \lg y x) = 2 \lg y.$$

$$- \lg x^2 + 3 \lg y \lg x = 2 \lg y^2.$$

$$2T^2 + U^2 - 3UT = 0.$$

$$D = 9U^2 - 8U^2 = U^2.$$

$$2T^2 + U^2 - 3UT = 0.$$

$$T = U \quad T = \frac{1}{2}U.$$

$$\lg x = \lg y \quad \lg y = \lg \frac{x}{2}$$

$$a) x = y \quad b) y = \frac{x}{2}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 - 3 - 1 \\ 1 - 3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 3 + 1 \\ 1 - 3 + 2 \end{pmatrix}$$

$$2T^2 - 3UT + U^2 = 0$$

$$2T(T - U) + U(U - T)$$

$$a) x^2 - \frac{2x}{x} - \frac{4x - 3}{x^2} + \frac{12}{x} = 0.$$

$$x^2 - 2 - \frac{4x - 3}{x^2} + \frac{12}{x} = 0.$$

$$x^4 - 2x^2 - 4x^3 - 3x + 12 = 0.$$

$$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 3x + 12 = 0.$$

$$16 - 32 - 4 - 6 + 12 = -5$$

$$a) x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0.$$

$$-4x^2 + 8x = 0.$$

$$x = 0 \quad x = \pm \sqrt{2}.$$

$$x = y$$

$$x^2 - 2x \cdot x - 4x - 3x^2 + 12x = 0.$$

$$8x = 4x^2.$$

$$x = 0$$

$$(2 - x) = 0.$$

$$x = 2$$

неиспользуем
второй.

$$\frac{-3U \pm U}{4} = -U; -\frac{U}{2}.$$

$$\lg y = -\lg x$$

$$\lg y = -\frac{1}{2} \lg x$$

$$\lg xy = 0.$$

$$\lg y x^2 = 0.$$

$$a) xy = 1$$

$$b) y \sqrt{x} = 1.$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$(2T - U)(U - T) = 0.$$

8) $y = \sqrt{x}$.

$$x^2 - 2x\sqrt{x} - 4x - 3x^2 + 12\sqrt{x} = 0.$$

$$x^2 - 2x\sqrt{x} - 7x + 12\sqrt{x} = 0.$$

~~$$t^2 - 2t^3 - 7t^2 + 12t = 0.$$~~

~~$$t=0 \quad t^3 - 2t - 7t + 12 = 0.$$~~

~~$$t=2 \quad \begin{array}{ccccccc} 1 & - & 2 & - & 7 & 12 \\ 2 & 1 & 0 & - & & \end{array}$$~~

$$x\sqrt{x} - 2x - 7\sqrt{x} + 12 = 0.$$

$$t^3 - 2t^2 - 7t + 12 = 0.$$

$$27 - 18 - 21 + 12 \neq 0.$$

$$t=3 \quad 1 - 2 - 7 + 12 = 0.$$

$$3 \quad 1 \quad +1 \quad -4 \quad 0$$

$$v^2 + v - 4 = 0.$$

$$D = \sqrt{17}$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

~~$$\frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$~~

~~$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \quad x = 2$$~~

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right) = \sqrt{x}.$$

$$\frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = x$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \quad x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$y = 2 \quad x = 2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$\frac{8!}{5! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{4!} = \frac{8!}{4! \cdot 1!}$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$$

$$3375 \rightarrow 5 \cdot 675 \rightarrow 5 \cdot 5 \cdot 135 \rightarrow (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27) \rightarrow$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{8!}{4! \cdot 1!} = 1680$$

$$C_8^3 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1!} = 1680$$

$$C_8^3 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 1680$$

$$C_8^3 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 1680$$

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - 2 \sin 7x \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 7x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} (1 - 2 \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 7x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 7x \cos 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x (\sin 4x + \cos 4x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-2 \sin 7x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\sin^2 7x + \cos^2 7x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\sin^2 7x + \cos^2 7x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$2 \sin 7x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\sin^2 7x + \cos^2 7x)$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy.$$

$$C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0.$$

$$2\left(\frac{\sqrt{2}\cos 7x - \sqrt{2}\sin 7x}{2}\right) + 2\sin 4x = 0.$$

$$2\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + 2\sin 4x = 0.$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0.$$

$$2\left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin 4x\right) = 0.$$

$$\lg 7x = -1.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin 4x = 0.$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = -\sin 4x.$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}$$

$$2\left(-\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)\right) + 2\sin 4x = 0.$$

$$2\left(\sin 4x - \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\sin 4x = \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi m \Rightarrow -3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m \Rightarrow$$

$$4x = \pi - 7x + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \Rightarrow 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{12} - \frac{2\pi m}{3}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}$$

$$n, m \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\leftarrow \lg y$$

$$\log_y \frac{y^5}{x} \lg x = 2 \lg xy \cdot \log_y y.$$

$$\log_y \frac{y^5}{x} \lg x = 2 \lg xy.$$

$$\log_y \frac{y^5}{x}$$

$$x^2 - 2xy - 4x + 3y^2 + 12y = 0$$