

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin 7x \sin 4x - (2 \sin 4x \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin 4x \cdot (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} \cdot (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \\ -2 \sin 4x \cdot (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) \cdot \\ &\cdot (\cos 7x + \sin 7x) = 0 \end{aligned}$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) \cdot (-2 \sin 4x - \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)) = 0$$

$$\text{I } \sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$\operatorname{tg} 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{II } -2 \sin 4x - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{4x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2}\right) \cos\left(\frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}\right) = 0$$

$$\left[\sin\left(-\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \right.$$

$$\left. \cos\left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \right]$$

$$\left[\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \right] \cdot \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right] \cdot \frac{2}{11}$$

$$\left[x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z} \right.$$

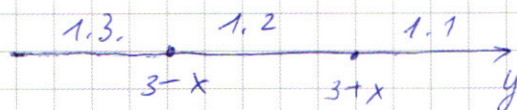
$$\left. x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi n, n \in \mathbb{Z} \right]$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

№ 5

Решим $3+x, 3-x$

I. $x \geq 0, 3+x \geq 3-x$



$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ ((|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

1.1. $y \geq 3+x$ $y-3-x+y-3+x=6$

$y=6$ $6 \geq 3+x$ $x \leq 3$

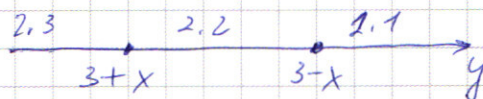
1.2. $3-x \leq y \leq 3+x$ $-y+3+x+y-3+x=6$

$x=3$ $3 \leq y \leq 6$

1.3. $y \leq 3-x$ $-y+3+x-y+3-x=6$

$y=0$ $x \leq 3$

II. $x \leq 0, 3+x \leq 3-x$



2.1 $y \geq 3-x$

$y-3-x+y-3+x=6$

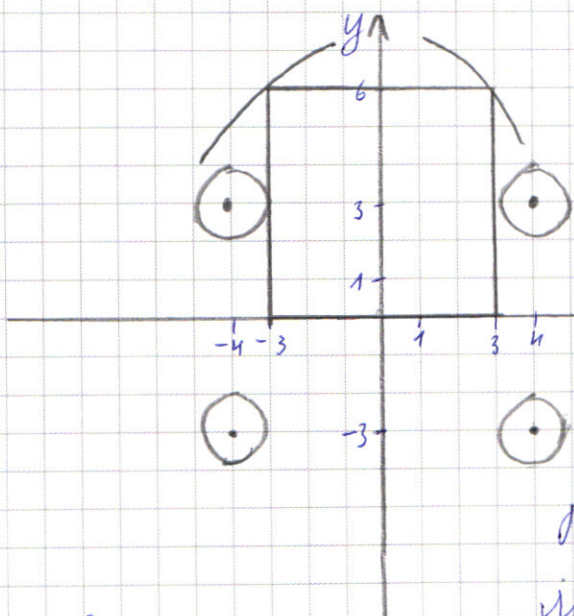
$y=6$ $6 \geq 3-x$ $x \geq -3$

2.2. $3+x \leq y \leq 3-x$

$y-3-x-y+3-x=6$

$x=-3, 0 \leq y \leq 6$

2.3. $y \leq 3+x$ $-y+3+x-y+3-x=6; y=0, x \geq -3$



I $\sqrt{a}=1$, 2 реш: $(a=1)$

$(-3; 3), (3; -3) \Rightarrow a=1$

II $\sqrt{a} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$ 2 реш:

$a=130$ $(-3; 6); (3; 6)$

Проверка:

$(|-3|-4)^2 + (|6-3|)^2 = 10 \neq 130$

В любых группах слагаемых либо > 2 реш, либо < 2 решений

Ответ: $a=1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

условия:

$$x > 0, y > 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x y} x^{\lg x}$$

$$y^{5 \lg x} = 10^{5 \lg x \lg y}$$

$$y^{2 \lg x y} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} = 10^{2 \lg x \lg y} \cdot 10^{2 \lg^2 y}$$

$$x^{\lg x} = 10^{\lg^2 x}$$

$$10^{5 \lg x \lg y} = 10^{2 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y + \lg^2 x}$$

$$5 \lg x \lg y = 2 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y + \lg^2 x$$

Замена: $\lg x = b, \lg y = a$

$$5ab = 2ba + 2a^2 + b^2$$

$$2a^2 - 3ba + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a_{1,2} = \frac{3b \pm b}{4} \quad \begin{cases} a = b \\ a = \frac{b}{2} \end{cases}$$

Обр. замена:

1) $\lg y = \lg x$

$$x = y$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ (неверно по ум.)} \\ x = y = 2 \text{ (подл.)} \end{cases}$$

$$2) \lg y = \frac{\lg x}{2}$$

$$2 \lg y = \lg x$$

$$y^2 = x$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y \cdot (y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$y = 0 \text{ (нев. по } y \text{)}$$

$$y = 3, 27 - 18 - 21 + 12 = 0 \text{ (Верно)}$$

$$x = y^2 = 9 \quad (9; 3)$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ (неуд. укл)}$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)^2 \quad \left(\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)^2, \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$

$$\text{Ответ: } (2; 2), (9; 3), \left(\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)^2, \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)$$

№ 1

а b c d e f g h - шестизначное восьмизначное число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 3375$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\text{Итого } P_1 = \frac{8!}{3+3+2} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8} = 120 \cdot 42 = 240 + 4800 =$$

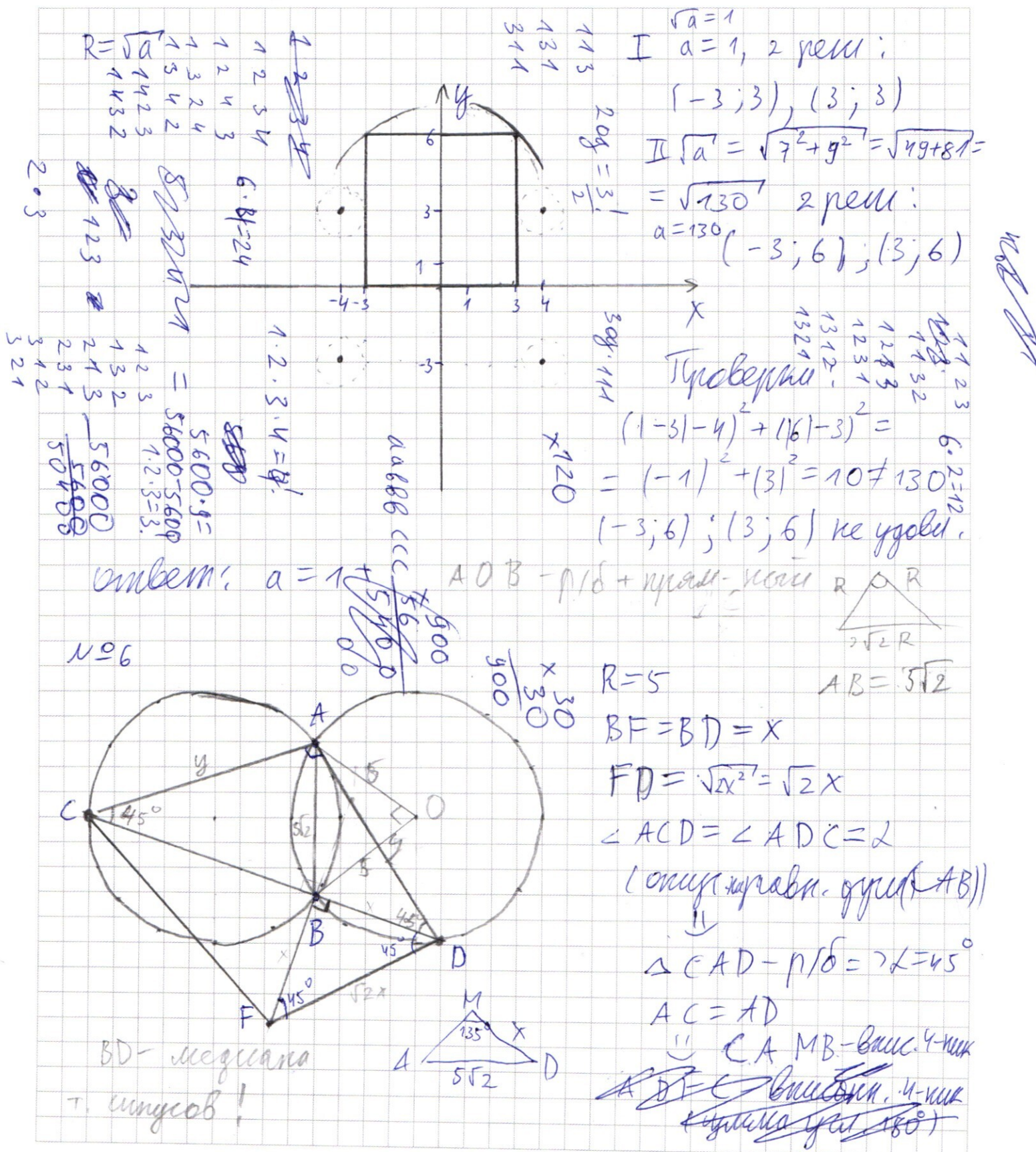
$$= 5040 \quad \text{без превращ в 9}$$

Ответ: 5040 вариантов

$$\text{с превращ. } P_2 = \frac{8!}{4} = \frac{8!}{4}$$

$$\text{Ответ: } 5040 + \frac{8!}{4} = 55440$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$N=3$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$$

Условие:

$$x \neq 0 \\ x > 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad / : x^2 \end{cases}$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) - 4y^2 + 12y - 4x = 0$$

$$(x-y)^2 - (4y^2 - 12y + 3^2) + 3^2 - 4x = 0$$

$$(x-y)^2 - (2y+3)^2 + 9 - 4x = 0$$

$$(x-y-2y-3) \cdot (x-y+2y+3) + 9 - 4x = 0$$

$$(x-3y-3) \cdot (x+y+3) + 9 - 4x = 0$$

$$1 - 2 \frac{y}{x} - \frac{4}{x} - 3 \left(\frac{y}{x}\right)^2 + 12 \frac{y}{x^2} = 0$$

$$y^5 \lg x = x \lg x y^2 \lg xy = x \lg x y \lg x y^2 y$$

$$y^{(2+3)} \lg x$$

$$3375$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 125} \\ \underline{250} \\ 875 \\ \underline{875} \\ 0 \end{array}$$

$$: 125$$

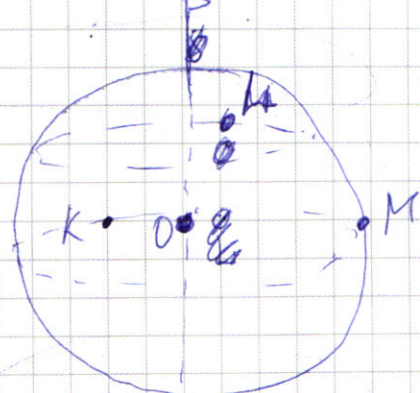
$$: 27$$

Fgh

$$\begin{array}{r} 000 \\ 125 \\ 250 \\ 375 \\ 500 \\ 625 \\ 750 \\ 875 \end{array}$$

3 и 3

99999000



$$S_1 = \pi R_1^2 = 1$$

$$S_2 = \pi R_2^2 = 4$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$R_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

$$3375 = 9 \cdot 375 = 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 = R_2 : R_1 = 2$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$R_2 = 2 R_1$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 27 \\ \underline{+ 875} \\ 250 \\ \underline{+ 875} \\ 3375 \end{array}$$

$$135 = 5 \cdot 27$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 9} \\ \underline{27} \\ 675 \end{array}$$

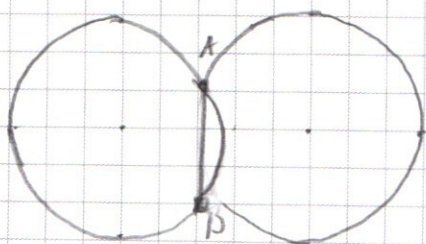
$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 375} \\ \underline{63} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ \underline{5} \\ 175 \\ \underline{15} \\ 25 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$\begin{aligned}
 \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\
 \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) &= \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 11x\right) = \\
 &= \cos 11x - \sin 11x \\
 \sqrt{2} \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) - \sqrt{2} \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right)\right)\right) &= \sqrt{2} \cos 14x \\
 2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 11x - \frac{\pi}{4} + 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 11x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right) &= \cos 14x \\
 2 \sin(-4x) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 14x}{2}\right) &= \cos 14x \\
 -2 \sin 4x \cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) &= \cos 14x \\
 -2 \sin 4x \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x\right) &= \cos 14x \\
 -\sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) &= 2 \cos^2 7x - 1 \\
 -\sqrt{2} \sin 4x \cos 7x - \sqrt{2} \sin 4x \sin 7x &= 2 \cos^2 7x - 1 \\
 2 \cos^2 7x - 1 - \sqrt{2} \sin 4x \cos 7x - \sqrt{2} \sin 4x \sin 7x &= 2 \cos^2 7x - 1 \\
 \cos 7x \cdot (2 \cos 7x + \sqrt{2} \sin 4x) &= 1 = \\
 = \sqrt{2} \sin 4x \sin 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos(3x) - \cos(11x)) \\
 \sin x \sin y &= \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))
 \end{aligned}$$



№ 2

$$\begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin 7x \sin 4x - (2 \sin 4x \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 (\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x \\ -2 \sin 4x \cdot (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} \cos 14x = \\ &= \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 \sin 4x \cdot (\sin 7x + \cos 7x) &= \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) \cdot \\ (\cos 7x + \sin 7x) &= 0 \\ (\sin 7x + \cos 7x) \cdot (-2 \sin 4x - \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)) &= 0 \\ \sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{4} - 7x)) & \end{aligned}$$

$$I \sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$II -2 \sin 4x - 2 \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0$$

$$\sin 4x + \sin(\frac{\pi}{4} - 7x) = 0$$

$$2 \sin(\frac{4x + \frac{\pi}{4} - 7x}{2}) \cos(\frac{4x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}) = 0$$

$$2 \sin(-\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\begin{cases} \sin(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0 \\ \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z} / \cdot \frac{2}{3} \\ \frac{11}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z} / \cdot \frac{2}{11} \end{cases} \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{11} + \frac{2\pi n}{11}, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$I. \sin 7x = -\cos 7x / : \cos 7x \neq 0$$

$$\operatorname{tg} 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, x = \frac{5\pi}{11} + \frac{2\pi n}{11}, x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N^{\circ} 3$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 4x + y^2 - 9 = 2xy + 3y^2 - 12y + 2^2 - 2^2$$

$$(x-2)^2 - 3 = (2xy + 3y^2 - 12y + 2^2 - 2^2)$$

$$(x-2)^2 = (2xy + 3y^2 - 12y + 2^2 - 2^2)$$

$$x \cdot (x-4) = 3y \cdot (4-y)$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^2 \lg xy$$

$$\lg xy = \lg x + \lg y$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg xy \cdot x \lg x = y^2 (\lg x + \lg y) x \lg x$$

$$(y^5 \lg x)^5 = (y^2 \lg x)^5 \cdot (y^2 \lg y)^5 x^5 \lg x^5$$

$N^{\circ} 1$

$$y = \overline{a b c d e f g h} -$$

$$a b c d e f g h = 3375 \Rightarrow y : 3, 5, 5, 5, 9$$

$$y : 25$$

$$g h : 25$$

$$g h = 00, 25, 50, 75$$

$$135 = 9 \cdot 15 = 9 \cdot 3 \cdot 5$$

$$27 = 9 \cdot 3$$

$$54 = 9 \cdot 6$$

Сумма цифр: 9

Одн. из цифр 0/5 + y:3

3375 | 15
30
37
30
75
75
0

225 | 5
20
25
25
0

3375 | 25
25
87
75
125
125
0

$$81 = 9$$

a b c d e f g h

0000

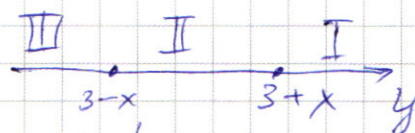
$N^{\circ} 5$ $\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot x \end{cases}$ $N^{\circ} 5$ $\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (-|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$

$I: y \geq 3 + x$

Нум: $3 + x$, $3 - x$

$x \geq 0$ $3 + x \geq 3 - x$

$x \leq 0$ $3 + x \leq 3 - x$



$I: x \geq 0$, $y \geq 3 + x$, $y - 3 - x + y - 3 + x = 6$

$2y - 6 = 6$

$y = 6$ $6 \geq 3 + x$ $x \leq 3$

$|6 - 3 - x| + |6 - 3 + x| = 6$
 $|3 - x| + |3 + x| = 6$

1.2. $3 - x \leq y \leq 3 + x$

$-y + 3 + x + y - 3 + x = 6$

$x = 3$ $0 \leq y \leq 6$

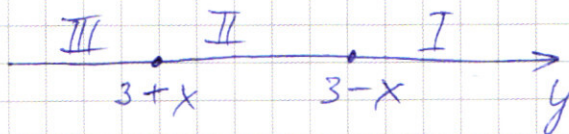
1.3. $y \leq 3 - x$

$-y + 3 + x + y + 3 - x = 6$

$-2y = 0$ $y = 0$

$0 \leq 3 - x \Rightarrow x \leq 3$

II. $x \leq 0$



2.1. $y \geq 3 - x$

$y - 3 - x + y - 3 + x = 6$

$y = 6$ $6 \geq 3 - x$

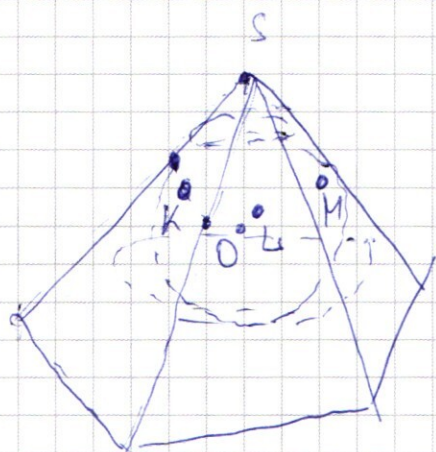
$x \geq -3$

2.2. $3 + x \leq y \leq 3 - x$

$y - 3 - x - y + 3 - x = 6$ $x = -3$, $0 \leq y \leq 6$

2.3. $y \leq 3 + x$, $-y + 3 + x - y + 3 - x = 6$ $y = 0$, $0 \leq 3 + x$, $x \geq -3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{зад:} \\ x > 0 \\ y > 0 \end{matrix}$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg xy \cdot x \lg x$$

$$\cancel{y^5 \lg x} \quad \lg xy = \lg x + \lg y$$

$$y^2 (\lg x + \lg y) = y^2 \lg x + y^2 \lg y$$

$$x \lg x = x^{\log_{10} x} = (10^{\log_{10} x})^{\log_{10} x} = 10^{\lg^2 x}$$

$$y^2 \lg y = 10^{2 \lg y}$$

$$y^5 \lg x = \cancel{y^5} = 10^{5 \lg y \lg x}$$

$$10^{5 \lg y \lg x} = 10^{2 \lg y}$$

$$\lg y = \lg x$$

$$\log_{10} y - \log_{10} x = 0$$

$$\log_{10} \left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

$$\frac{y}{x} = 1$$

$$y = x$$

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x = 0, \quad x = y = 2$$

(нев)

Пров:

$$16 \lg^2 = \cancel{16} \cdot 2 \lg^4 = 4 \lg^4 = 16 \cdot \frac{1}{2} \lg^4$$

$$y^5 \lg x = y^2 \lg x \cdot y^2 \lg y \cdot 10^{\lg^2 x}$$

$$10^{5 \lg y \lg x} = 10^{2 \lg^2 y} \cdot 10^{2 \lg y \lg x} \cdot 10^{\lg^2 x}$$

$$10^{5 \lg y \lg x} = 10^{2 \lg^2 y + 2 \lg y \lg x + \lg^2 x}$$

$$5 \lg y \lg x = 2 \lg^2 y + 2 \lg y \lg x + \lg^2 x$$

$$\text{Замена: } \lg y = a$$

$$\lg x = b$$

$$5ab = 2a^2 + 2ab + b^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$a_{1,2} = \frac{3b \pm b}{4}$$

$$\begin{cases} a_1 = b \\ a_2 = \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\lg 2 = \frac{1}{2} \lg 4 = \lg 2 \quad (\text{верно})$$

$$\lg y = \frac{\lg x}{2}$$

$$2 \lg y = \lg x$$

$$\lg y^2 = \lg x$$

$$\lg \frac{y^2}{x} = 0$$

$$\frac{y^2}{x} = 1$$

$$y^2 = x$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y + 12y = 0$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$$y \cdot (y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$y = 0 \quad x = 0 \text{ (неверно)}$$

$$y = 2, \quad 8 - 8 - 14 + 12 = 0$$

$$y = -2, \quad -8 - 8 - 14 + 12 = 0$$

$$y = 3, \quad 27 - 18 - 21 + 12 = 0$$

$$x = 9$$

$$\begin{array}{r|l} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 & y - 3 \\ \hline y^3 - 3y^2 & \\ \hline -y^2 - 7y + 12 & \\ -y^2 - 3y & \\ \hline -4y + 12 & \\ -4y + 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$y^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \right)^2$$

То же:

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$x = \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right)^2$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \in (2^x + 3 \cdot 2^{65}, 70 + (2^{64} - 1)x]$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$70 + (2^{64} - 1)x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} \geq 0$$

$$f(x) = 70 + 2^{64}x - x - 2^x - 3 \cdot 2^{65} \geq 0$$

$$f'(x) = 2^{64} - 1 - \ln 2 > 0$$

$$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$$

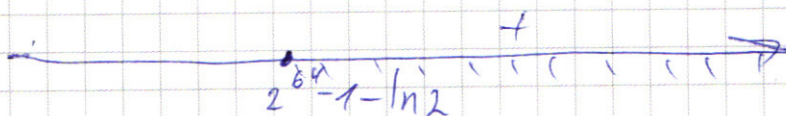
$$\ln a \cdot a^x$$

$$\ln a \cdot a^x$$

$$(2^x)' = \ln 2 \cdot 2^x$$

$$(e^x)' = \ln e \cdot e^x = e^x$$

$$= e^x$$





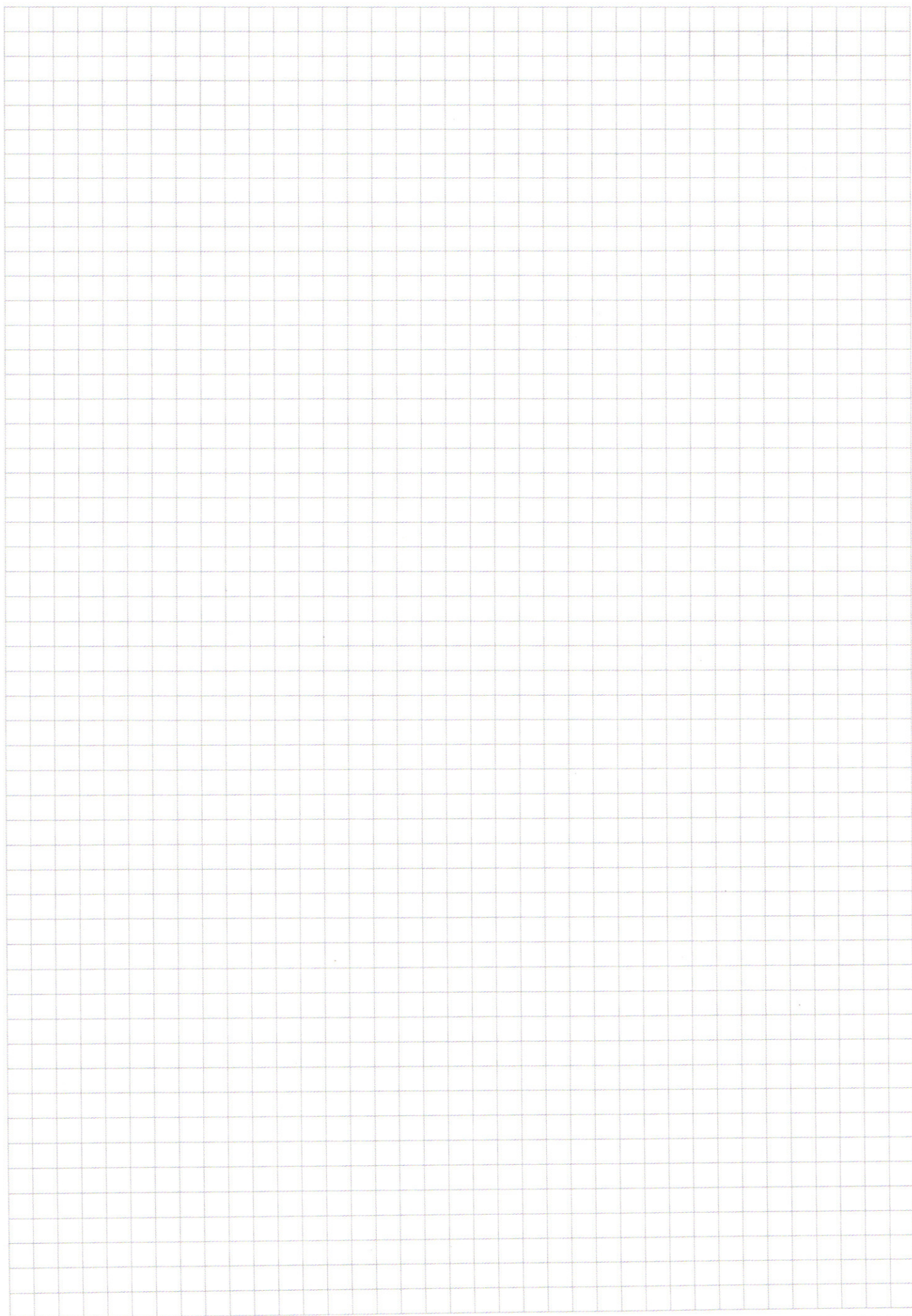
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)