

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Разложим число 3375 на ^{простые} множители: $3375 = 3^3 \cdot 5^3$. Рассмотрим различные варианты цифр, произведение которых 3375. П.к. $3 \times 5, 5 \times 5 > 9$, то возможно только 2 варианта ^{цифр}: 3, 3, 3, 5, 5, 5 или 9, 3, 5, 5, 5.

П.к. мы ищем восьмизначные числа, то эти формулы состоять из цифр 3, 3, 3, 5, 5, 5, 1, 1 или 9, 3, 5, 5, 5, 1, 1, 1. По формуле перестановок с повторениями находим, что всего чисел $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} + \frac{8!}{3! \cdot 3!} =$
 $= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2} = 560 + 1120 = 1680.$

Ответ: 1680.

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$(\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$-2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cdot (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(-2 \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \cdot \cos 7x + \sqrt{2} \cdot \sin 7x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0 / : \cos 7x \neq 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{2} \cdot \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0$$

$$\operatorname{tg} 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sqrt{2} \cdot \sin 4x - \sqrt{2} \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\sin \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos \left(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}.$$

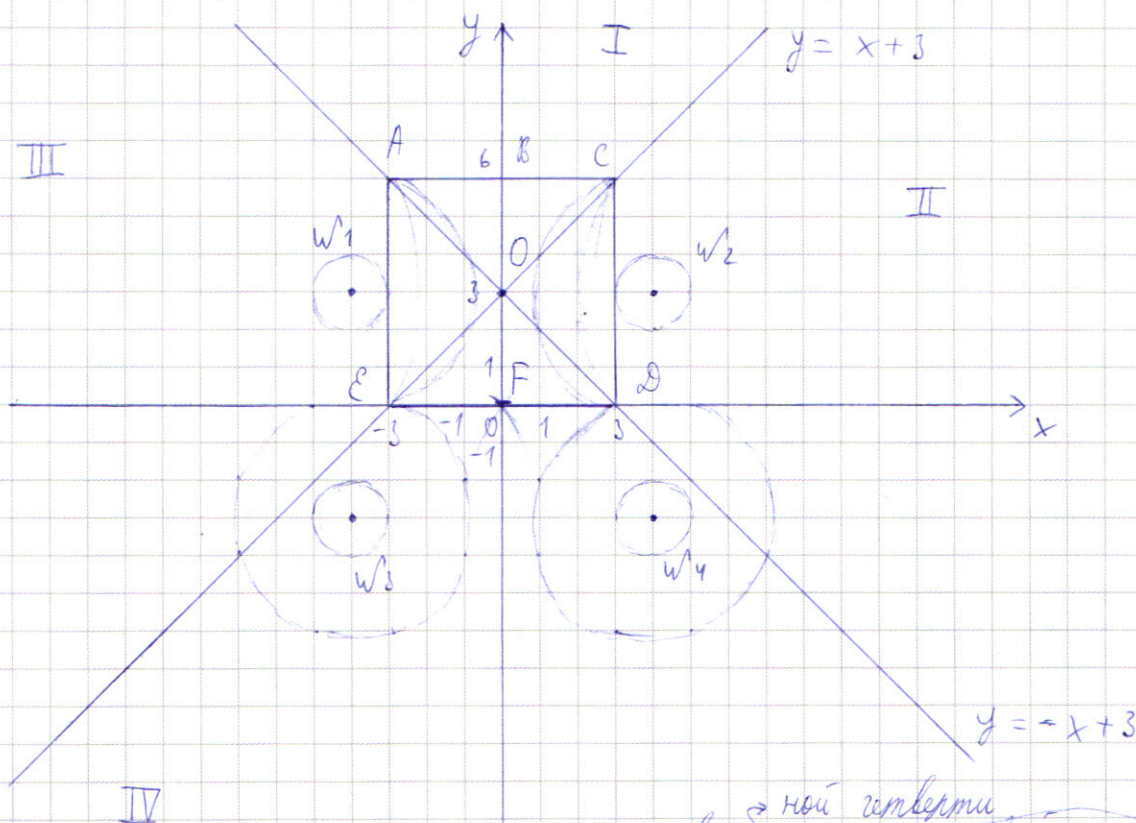
Ответ: $x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}.$

N 5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, & (1) \quad 2 \text{ решения.} \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

- (1) в I области: $y = 6 \Leftrightarrow 2y - 6 = 6$
 во II области: $x = 3 \Leftrightarrow 2x = 6$
 в III области: $x = -3 \Leftrightarrow -2x = 6$
 в IV области: $y = 0 \Leftrightarrow 2y + 6 = 6$
 (смотри рисунок)

- (2) при $x, y \geq 0$: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$
 при $x, y \leq 0$: $(x+4)^2 + (y+3)^2 = a$
 при $x \geq 0, y \leq 0$: $(x-4)^2 + (y+3)^2 = a$
 при $x \leq 0, y \geq 0$: $(x+4)^2 + (y-3)^2 = a$
- уравнения окружности с центром в точке: $(4; 3)$ и $(-4; -3)$ и радиусом $R, R^2 = a$.

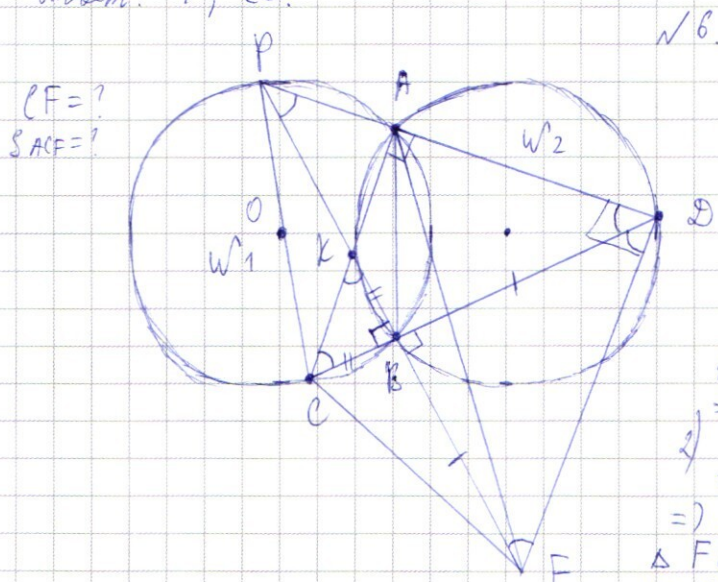


- Подсказка: Каждая окружность не может выйти за рамки своей координатной четверти.
- 1) Начнем увеличивать радиусы окружностей с $R=0$, тогда 2 решения конуса, когда w_1 и w_2 касаются AE и CD при $R=1$, т.е. $a=1$
- 2) При дальнейшем увеличении w_1 и w_2 пересекают график (1) уравнения в 4-ех точках до $R=4$, при $R=4$ в 5-ти. Продолжим увеличивать радиус, пока w_1 и w_2 не пересекут график (1) в т. B и F, т.е. при $R=5$. w_3 и w_4 также пересекут т. F $\Rightarrow$ всего 2 решения, значит, $a = R^2 = 25$.
- 3) Далее пересечений нет, т.к. окружности выйдут за пределы своих областей.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит, $a = 1$ или $a = 25$.

Amber: 1; 25.


$$R=5, \angle CAD=90^\circ, PR \perp CD$$

Решение:

б) а) 1) Т.к. окружности одинаковы и $\angle ADC$, $\angle ACB$ - вписанные, опираются на AB , то $\angle ADC = \angle ACB \Rightarrow \triangle ADC$ - равнобедренный и прямоугольный $\Rightarrow AD = AC$, $\angle ADC = \angle ACB = 45^\circ$

2) По те-ме шнуров $AB = 2k \cdot \sin 45^\circ =$
 $= k\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$. $\angle CKB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
 $\Rightarrow \triangle CKB$ - равнобедренный $BK = KC$

$\triangle FBD$ - равнобедренный и прямоугольный по условию $\Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$.

3) М.к. $\angle PDK = \angle KDF$, то DK - высота и бис-са $\triangle$ -ка PDF (P -м. пересечения ~~высота~~ DA и FK) $\Rightarrow \angle DPF = \angle DFP = 45^\circ$. М.к. ~~то~~ $\angle APK = \angle ACK$ и данные углы опираются на AK , то $PE \in W_1$, при этом т.к. $\angle PAC = 90^\circ$, то PC - диаметр. $\Rightarrow PC = 2R = 10$.

4) М.к. ΔPOF - равнобедренный и OP - высота, то OP - медиана $\Rightarrow CP$ - медиана и высота $\Rightarrow \Delta CPF$ - равнобедренный, тогда $CF = PC = 10$.

д) 1) По теореме Пифагора $BF = BD = \sqrt{CF^2 + CE^2} = 8$; $DF = PD = 8\sqrt{2}$; $KK = BC = 6$
 $CD = BC + BD = 14 \Rightarrow AC = AD = 7\sqrt{2}$.

2) По т-ме косинусов $\cos \angle ACF = \frac{AC^2 + CF^2 - AF^2}{2 \cdot AC \cdot CF} = \frac{98 + 100 - 226}{2 \cdot 10 \cdot 7\sqrt{2}} = \frac{-28}{14\sqrt{2} \cdot 10} = -\frac{\sqrt{2}}{10}$

$$\Rightarrow \sin \angle ACF = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ACF} = \sqrt{1 - \frac{2}{100}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$
$$3) S_{ACF} = \frac{1}{2} A \cdot C \cdot F \cdot \sin \angle ACF = \frac{1 \cdot 7\sqrt{8} \cdot 10 \cdot 7\sqrt{2}}{2 \cdot 10} = 49$$

Answer: a) 10; d) 49.

№7.

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Решение:

Можно записать $2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + 2^{64}x - x$

$$2^x - 2^{64}x + x + 3 \cdot 2^{65} - 70 < 0. \quad (1)$$

М.ж. $y = 2^x$ и $y = (2^{64} - 1)x$ схематично выглядят так. (рис. 1)

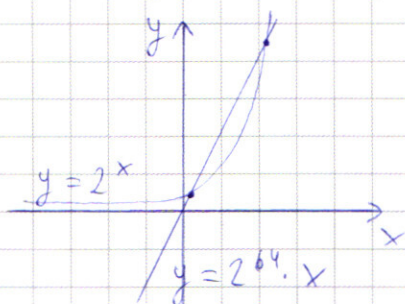


рис. 1.

потому все x принадлежат только 1-му интервалу. Находим, что при $x < 7$ и при $x > 69$:

(1) не выполняется.

$$\begin{aligned} \text{при } x = 69: (1): 2^{69} - 2^{64} \cdot 69 + 69 + 3 \cdot 2^{65} + 70 &= \\ &= 139 + 2^{64} \cdot (6 - 69 + 32) < 0. \end{aligned}$$

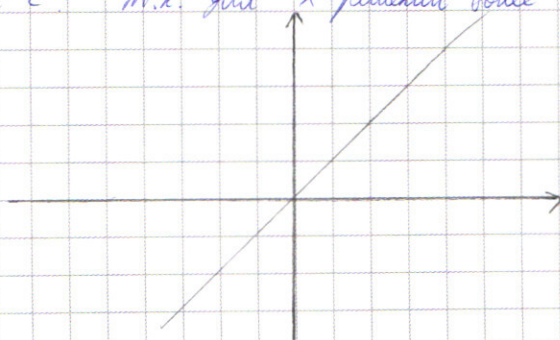
$$\begin{aligned} \text{при } x = 7: (1) 128 - 2^{64} \cdot 7 + 7 + 3 \cdot 2^{65} - 70 &= \\ &= 65 + 2^{64} \cdot (6 - 7) < 0 \end{aligned}$$

$$\text{при } x = 6: 64 - 2^{64} \cdot 6 + 6 + 3 \cdot 2^{65} - 70 = 2^{64} \cdot (6 - 1) = 5 \cdot 2^{64} > 0$$

$$\text{при } x = 70: 2^{70} - 2^{64} \cdot 70 + 70 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 140 + 2^{64} \cdot (6 - 70 + 64) > 0.$$

Значит, $x \in [7; 69]$, $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ для каждого $x \in [7; 69]$:

$y \in (2^x + 3 \cdot 2^{65}; 70 + (2^{64} - 1)x]$, $y \in \mathbb{Z}$ М.ж. для x решений более $69 - 6 = 63$, то всего пар ≥ 63 .



$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y} \quad (1) \quad \text{№3.}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0(?)$$

$$(2) x^2 - (2y + 4)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = (y + 2)^2 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4$$

$$x_1 = 3y + 1 \text{ или } x = -y + 3.$$

$$(1) y^5 \lg x = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x y}$$

ОЗС: $x > 0, y > 0$

$$\begin{aligned} 5 \lg x &= \lg x + 2 \lg x \cdot y \cdot \lg y \\ y^3 \lg x &= x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg y} \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } \lg x = a, \lg y = b$$

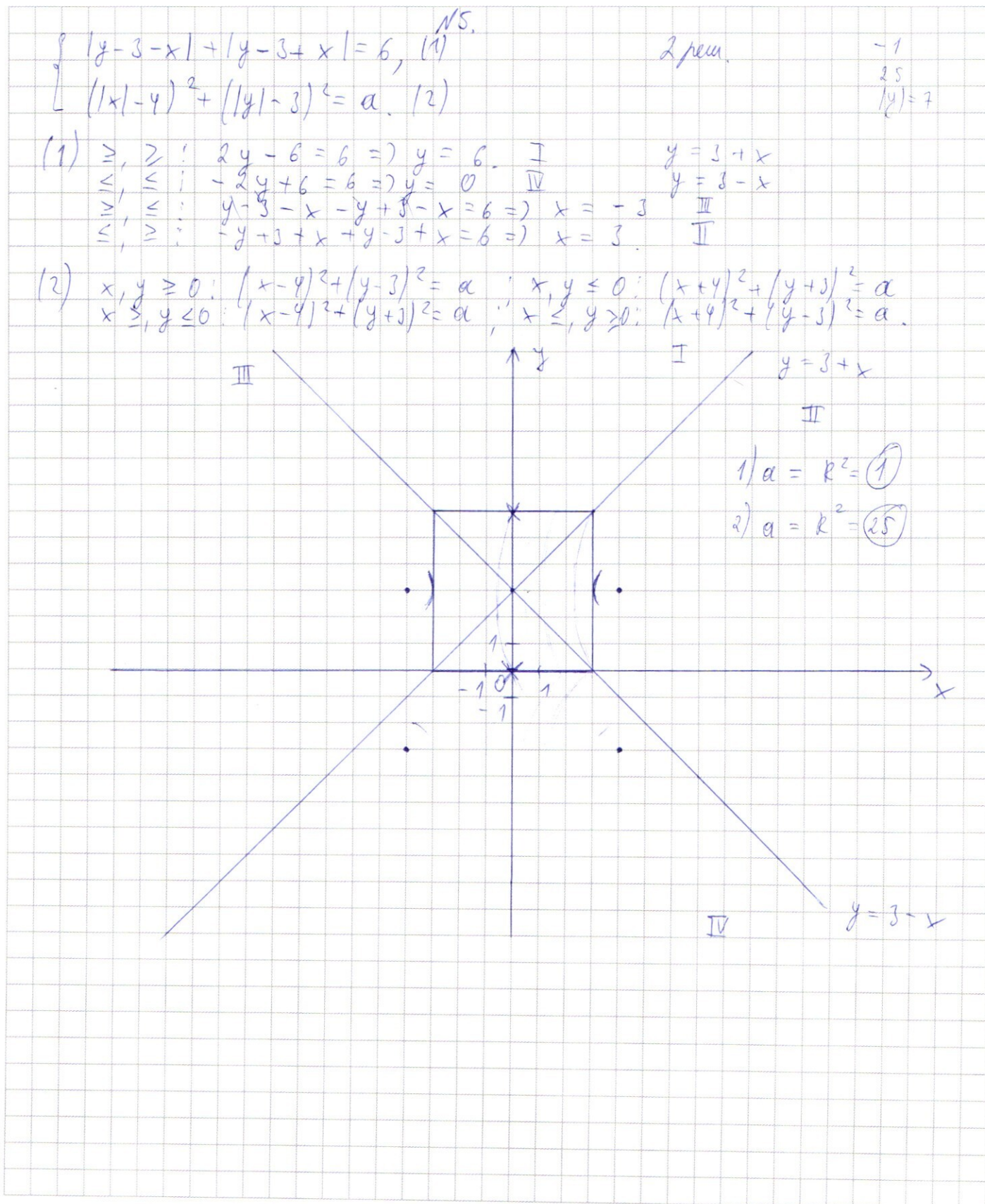
$$3ab = 10 \cdot a^2 \cdot 10 \cdot 2b^2$$

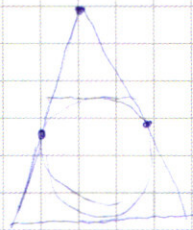
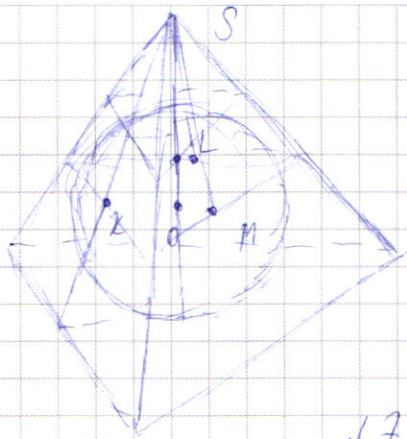
$$3ab = a^2 + 2b^2$$

$$a = 2b \text{ или } a = b$$

$$x = y^2 \text{ или } x = y$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}, & N7. \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$2^x - (2^{64} - 1)x + 3 \cdot 2^{65} - 70 < 0$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 - 2^{64}x + x < 0$$

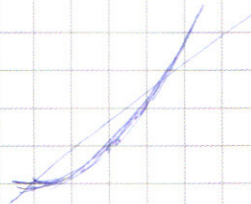
$$2^x - 69 + 6 \cdot 2^{64} - 2^{64}x < 0$$

$$2^x - 2^{64}x + 6 \cdot 2^{64} - 69 < 0$$

$$2^x \vee 2^{64}x$$

2	4	16	64
2^{64}	2^{65}	2^{66}	2^{68}

$$2^x - 2^{64}(x - 6) - 69 < 0$$



$$\begin{aligned} \lg x &= a \\ \lg y &= b \end{aligned}$$

$$10^{3ba} =$$

$$a^2 + 2b^2 - 3ab = 0$$

$$(a - 2b)(a - b)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} < 70 + 2^{64} \cdot x - x \quad N^{\circ} 7.$$

$$2^x - (2^{64} - 1) \cdot x + 3 \cdot 2^{65} + 70 < 0 \quad 2^x - 2^{64} \cdot x + x + 3 \cdot 2^{65} + 70 < 0$$

$$x \leq 0 : \text{недо } 2^x > 2^{64} \cdot x$$

x	2 ⁴	2 ⁵	2 ⁶	2 ⁷
2 ^x	2 ¹⁶	2 ³²	2 ⁶⁴	2 ¹²⁸
2 ⁶⁴ · x	2 ⁶⁸	2 ⁶⁹	2 ⁷⁰	2 ⁷¹

x	64	32	128	16
2 ^x	2 ⁶⁴	2 ³²	2 ¹²⁸	2 ¹⁶
2 ⁶⁴ · x	2 ⁷⁰	2 ⁶⁹	2 ⁷¹	2 ⁶⁸

$$2^6 = 64$$

$$\text{при } x=1: 2 - 2^{64} + 1 + 3 \cdot 2^{65} + 70 > 0$$

$$\text{при } x=2: 4 - 2^{64} \cdot 2$$

$$\text{при } x=3: 8 - 2^{64} \cdot 3$$

$$\text{при } x=4: 16 - 2^{64} \cdot 4 + 4 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 90 + 4 \cdot 2^{65} - 2^{65} - 2^{64} \cdot 4 > 0$$

$$2^{64} \cdot (8 - 4) = 2^{64} \cdot 4 = 2^{66}$$

$$2^{64} \cdot (6 - 4) = 2^{65}$$

$$\text{при } x=5: 32 + 5 + 70 + 3 \cdot 2^{65} - 2^{64} \cdot 5$$

$$2^{64} \cdot (16 - 5) = 2^{64} \cdot 11 > 0$$

$$\text{при } x=6: 64 - 2^{64} \cdot 6 + 6 + 3 \cdot 2^{65} + 70 > 0$$

$$\text{при } x=7: 128 - 2^{64} \cdot 7 + 7 + 3 \cdot 2^{65} + 70 < 0$$

$$2^{64} \cdot (6 - 7) = -2^{64}$$

$$y > 2^7 + 3 \cdot 2^{65} = 128 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1) \cdot 7 = 63 + 7 \cdot 2^{64} = 63 + 3,5 \cdot 2^{65}$$

$$128 - 63 = 65 \approx 2^{64}$$

$$\text{при } x=100: 2^{100} - 2^{64} \cdot 100 + 100 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 170 + 2^{64} \cdot (6 - 100) + 2^{100}$$

$$\text{при } x=80: 2^{80} - 2^{64} \cdot 80 + 80 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 150 + 2^{80} + 2^{64} \cdot (6 - 80) >$$

$$\text{при } x=70: 2^{70} - 2^{64} \cdot 70 + 70 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 140 + 2^{64} \cdot (6 - 70) + 2^{70} \approx 2^{70} \approx 10^2$$

$$\text{при } x=69: 2^{69} - 2^{64} \cdot 69 + 69 + 3 \cdot 2^{65} + 70 = 139 + 2^{64} \cdot (6 - 69) + 2^{69} =$$

$$= 139 + 2^{64} \cdot (-63) =$$

$$x \in [7; 69]$$

$$y^{5 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{3 \lg x} = x^{\lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y^{\lg x}}{y^{\lg y}} \right)^2 = \left(\frac{x}{y} \right)^{\lg x}$$

$$y^{2 \lg \frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y} \right)^{\lg x}$$

$$y^{2 \lg x - 2 \lg y + \lg x} = x^{\lg x}$$

$$y^{3 \lg x - 2 \lg y} = x^{\lg x}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 - 2^{64} + x$$

$$2^7 + 3 \cdot 2^{65} \vee 70 + 2^{64} \cdot 7 - 7$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$$

дано: $x > 0, y > 0$.

$$(2) \quad x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - (2y + 4)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = (y + 2)^2 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = 4(y - 1)^2$$

$$x_{1,2} = y + 2 \pm 2(y - 1)$$

$$x_{1,2} =$$

$$1$$

$$(1) \quad \frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^{2 \lg xy} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x \lg x} = y^{2 \lg xy} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^5 \lg x = y^{2 \lg xy} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x \lg x$$

$$y^3 \lg x = y^{2 \lg y} \cdot x \lg x$$

$$y^3 = y^{2 \lg y} \cdot x$$

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 14x$$

$$\cos 14x = \cos(11x + 3x) = \cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x \cdot \sin 3x$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cdot \cos 11x \cdot \cos 3x + \sin 3x - (\cos 3x - \sqrt{2} \cdot \sin 11x \cdot \sin 3x + \sin 11x) = 0$$

$$-2 \cdot \sin 4x \cdot \sin 7x + 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cdot \cos^2 7x - \sqrt{2} \cdot \sin^2 7x$$

$$-2 \cdot \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cdot (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0 / \cos 7x$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x = 0$$

$$\lg 7x = -1$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2} \cdot \sin 4x = 0$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$-\sqrt{2} \cdot \sin(7x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cdot \sin 4x = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}$$

$$-\sin 4x + \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cdot \sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cdot \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\sin(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0 \quad \text{или} \quad \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) = 0$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi k$$

$$\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{2}{3} \pi k = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3} \pi k \quad 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \quad x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}$$

$$1) 3375 = 3^3 \cdot 5^3 \Rightarrow 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1 \text{ или } 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1, 1$$

$$3375 : 9 = 375 : 3 = 125$$

$$P_1 = \frac{8!}{3!3!2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 560$$

$$P_2 = \frac{8!}{3!3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 1120$$

$$= 1680$$

$$1234 \quad 2233 \quad 1222$$

$$\frac{4!}{2!2!} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 6$$

$$2233$$

$$2232$$

$$3322$$

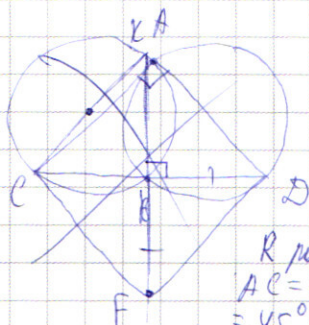
$$2525$$

$$5252$$

$$3223$$

$$70$$

6)



$$R=5$$

R радиус, AB диаметр
 $AC=AD$, $\angle ACD=\angle ADC=$
 $=45^\circ$ $AB=2R=10$

$$\sin 45^\circ$$

$$AB = \frac{2R \cdot \sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}; BK=BC \Rightarrow AC \parallel DF$$

DB - диаметр и высота A -ка $FDB \Rightarrow DF=DP$, $\angle DPK=45^\circ \Rightarrow PE \perp DB$

$\angle PAC=90^\circ \Rightarrow PC$ - диаметр, $PC=2R=10$, $\triangle FCP$ - равноб. $\Rightarrow CF=PC=10$

$$8) BC=6 \Rightarrow BF=8=BD \Rightarrow CK=6\sqrt{2}; DF=8\sqrt{2}; CD=14 \Rightarrow$$

$$AP=AD=7\sqrt{2} \Rightarrow AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \sqrt{98 + 128} = \sqrt{226}$$

$$P = \frac{\sqrt{226} + 7\sqrt{2} + 5}{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{226}}{2} + \frac{4\sqrt{2}}{2} + 5 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{226} \cdot 10 \cdot \sqrt{2}$$

$$\cos \angle ACF = \frac{98 + 100 - 226}{2 \cdot 70\sqrt{2}} = -\frac{28}{14 \cdot 10 \cdot \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow$$

$$\sin \angle ACF = \sqrt{1 - \frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{98}}{10} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 = 49$$

5)

$$\begin{array}{r} +128 \\ 98 \\ \hline 226 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ 27000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 556 \\ 3375 \end{array}$$