

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $a b c d e f g h$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 3375.$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3375 \\ 6 & 5 \\ 13 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$3375 = 5^3 \times 3^3, \text{ ум.}$$

в восьмизначном числе
обязательно есть 3 "5" и 3 "3".

есть другая позиция нарисовать
нашу.

$$\underbrace{\times \times \times \times \times \times \times \times}_{8 \text{ позиций}} \quad 5^3 : C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1!} = 56$$

- вариантов расставить эти цифры.

$$27 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 9, \text{ ум}$$

на оставшиеся 5 позиций можно
поставить такие выборы чисел.

$$\underbrace{3, 9, 1, 1, 1}_{5 \text{ позиций}} \quad 3 \cdot 9 : C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10 \text{ вариантов.}$$

$$\underbrace{3, 3, 3, 1, 1}_{5 \text{ позиций}} \quad 3^3 : C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10 \text{ вариантов.}$$

Получается всего вариантов:

$$56 \times 10 + 56 \times 10 = 1120.$$

Ответ: 1120.

2. $\cos 11x - \cos 3x + \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$

$$\cos 11x - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 11x \right) - \cos 3x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 3x \right) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin \left(\frac{11x + \frac{\pi}{2} - 11x}{2} \right) \sin \left(\frac{11x - \frac{\pi}{2} + 11x}{2} \right) - 2 \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x + 3x}{2} \right) \sin \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x - 3x}{2} \right) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$- \frac{2\sqrt{2}}{2} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{2\sqrt{2}}{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - 3x \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 14x.$$

$$-\left(\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)\right) = \cos 14x.$$

$$2 \sin\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 3x}{2}\right) = \cos 14x.$$

$$2 \sin 4x \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 14x.$$

$$5. \begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6. & ① \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a & ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a & ② \end{cases}$$

$$1) |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6.$$

$$a) \begin{cases} y \geq x + 3 \\ y \geq -x + 3 \end{cases} \quad \begin{aligned} y - 3 - x + y - 3 + x &= 6. \\ 2y &= 12 \\ y &= 6. \end{aligned}$$

$$b) \begin{cases} y \geq x + 3 \\ y \leq -x + 3 \end{cases} \quad \begin{aligned} y - 3 - x - y + 3 - x &= 6. \\ -2x &= 6. \\ x &= -3. \end{aligned}$$

$$b) \begin{cases} y \leq x + 3 \\ y \leq -x + 3 \end{cases} \quad \begin{aligned} -y + 3 + x - y + 3 - x &= 6 \\ -2y &= 0. \\ y &= 0. \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} y \leq x + 3 \\ y \geq -x + 3 \end{cases} \quad \begin{aligned} -y + 3 + x + y - 3 + x &= 6. \\ 2x &= 6. \\ x &= 3. \end{aligned}$$

$$2) (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a. \quad - \text{уравнение окружности}$$

$$(4; 3) \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

$$(-4; 3) \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$(-4; -3) \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0. \end{cases}$$

$$(4; -3) \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$-a = R^2 \quad (a \geq 0).$$

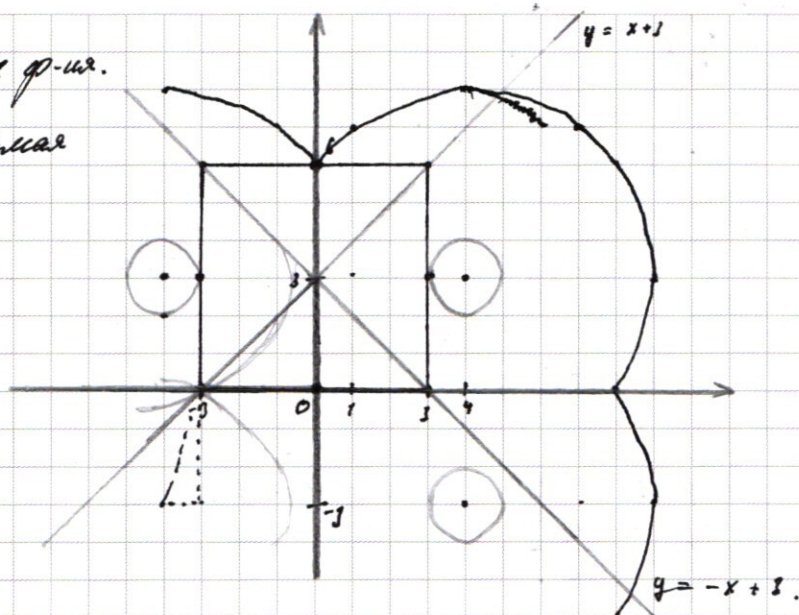
$$R = \sqrt{a}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y = x + 3$ - лев ф-ция.

График - прямая

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & 3 & 0 \end{array}$$



$y = -x + 3$ - лев ф-ция.

График - прямая

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & 3 & 0 \end{array}$$

при $R < 1 \Rightarrow a < 1$ нет решений.

при $R = 1$ ($a = 1$) - 2 решения.

при $1 < R \leq \sqrt{10}$ - 4 решения.

при $\sqrt{10} < R < 5$ - 6 решений.

при $R = 5$ ($a = 25$) - 2 решения. $((0; 0) \text{ и } (0; 6))$.

при $R > 5$ - решений нет.

Ответ: $a = 1$; 25 .

$$3. \begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy & ① \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 5y^2 + 12y = 0 & ② \end{cases}$$

$$1) \left(\frac{y^5}{x}\right) \lg x = y^2 \lg xy$$

$$\text{От: } x \in (0; +\infty) \quad y \in (0; +\infty).$$

$$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg x y} \quad \left| \begin{array}{l} x^{\lg x} \neq 0 \\ (\text{не 0}) \end{array} \right. \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x y} \cdot x^{\lg x} \quad \left| a^{\log_a b} = b \right.$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x y} \cdot (y^{\log_y x})^{\lg x}$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x y} \cdot y^{\log_y x \lg x}$$

$$5\lg x = 2\lg x y + \log_y x \cdot \lg x \quad \left| \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \right.$$

$$5\lg x = 2\lg x + 2\lg y + \frac{\lg x}{\lg y} \cdot \lg x$$

Замени: $\lg x = a$ $\lg y = b$

$$5a = 2a + 2b + \frac{a^2}{b}$$

$$3a = 2b + \frac{a^2}{b}$$

$$\frac{a^2 + 2b^2 - 3ab}{b} = 0 \quad \frac{a^2 - ab - 2ab + 2b^2}{b} = 0$$

$$\frac{a(a-b) - 2b(a-b)}{b} = 0$$

$$\frac{(a-2b)(a-b)}{b} = 0$$

$$a = 2b$$

$$a = b$$

$$b \neq 0$$

Другая замена:

$$\lg x = 2\lg y$$

$$x = y^2$$

$$\lg x = \lg y$$

$$x = y$$

$$\lg y \neq 0$$

$$y \neq 1$$

$$2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

а) при $x = y^2$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$\underline{y=0} \quad \left[\begin{array}{l} y \neq 0 \\ y \neq 1 \end{array} \right]$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

при $y = 3$

$$27 - 18 - 21 + 12 = 0$$

$$0 = 0 \text{ - верно, } \mu.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 4y + 12 \\ y^3 - 2y^2 \\ \hline -4y + 12 \\ -4y + 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 4 \div 3 \\ y^2 + y - 4 \end{array} \right. \quad \boxed{y = 3 - \text{корень.}} \Rightarrow x = 9.$$

$$y^2 + y - 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 16 = 17.$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x_1 = \left(\frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right)^2 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}.$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0, \text{ не } \notin \text{ ODS.}$$

$$a) (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right) - \text{решения для } x = y^2.$$

$$b). x = y.$$

$$y^3 - 2y^2 - 4y - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$-4y^2 + 8y = 0.$$

$$y^2 - 2y = 0.$$

$$y = 0$$

$$\notin \text{ ODS.}$$

$$y = 2. \Rightarrow x = 2.$$

$$(2; 2) - \text{реш.}$$

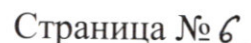
$$\text{Ответ: } (2; 2); (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right)$$

6.

Дано:

$$\omega_1 (O_1; R); \omega_2 (O_2; R) \quad R = 5.$$

$$\omega_1 \cap \omega_2 = A \cup B.$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. ~~CD = CB + BD = 6 + 8 = 14.~~

ΔCAD - прямоугольный, $\angle CAD = 90^\circ$. $CD^2 = CA^2 + AD^2 \Rightarrow (CA = AD) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2CA^2 = CD^2$ $CA = \sqrt{\frac{CD^2}{2}} = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}.$

4) В ΔCBF по определению $\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$
 $\cos \angle BCF = \frac{3}{5}.$

5) $\sin \angle ACF = \sin (\angle ACB + \angle BCF) =$
 $= \sin (45^\circ + \arcsin \frac{4}{5}) = \sin (45^\circ + \arccos \frac{3}{5}) =$
 $= \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos (\arccos \frac{3}{5}) + \sin (\arcsin \frac{4}{5}) \cdot \cos \frac{\pi}{4} =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}.$

6) $S_{\Delta ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF}{2} =$
 $= \frac{7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10}}{2} = 49.$

Ответ: 49.

Ответ: а) $CF = 10$; б) $S_{\Delta ACF} = 49$.

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$

$\cos 14x = \cos (11x + 3x) = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x.$

$(\sin 3x - \cos 3x) - (\sin 11x - \cos 11x) = \sqrt{2} \cos 14x.$

$\sqrt{2} \sin (3x + \arcsin \frac{-1}{\sqrt{2}}) - \sqrt{2} \sin (11x + \arcsin \frac{-1}{\sqrt{2}}) = \sqrt{2} \cos 14x.$

$\sin (3x - \frac{\pi}{4}) + \sin (\frac{\pi}{4} - 11x) = \cos 14x.$

$2 \sin (\frac{3x - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} - 11x}{2}) \cos (\frac{3x - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 11x}{2}) = \cos 14x.$

$-2 \sin 4x \cos (7x - \frac{\pi}{4}) = \sin (\frac{\pi}{2} - 14x).$

$2 \sin (\frac{\pi}{4} - 7x) (\cos (\frac{\pi}{4} - 7x)) + 2 \sin 4x \cos (\frac{\pi}{4} - 7x) = 0.$

1) $\cos (\frac{\pi}{4} - 7x) = 0.$ 2) $\sin (\frac{\pi}{4} - 7x) + \sin 4x = 0.$

~~7x = \frac{\pi}{4}~~

$$1) \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n.$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{7} - 7x\right) + \sin 4x = 0.$$

$$2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{7} - 7x + 4x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{7} - 7x - 4x}{2}\right) = 0.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x\right) = 0$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi k. \quad | \cdot \frac{2}{3}.$$

$$x = \frac{2\pi}{3 \cdot 8} + \frac{2\pi k}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} - 5,5x\right) = 0.$$

$$5,5x - \frac{\pi}{8} = \pi t.$$

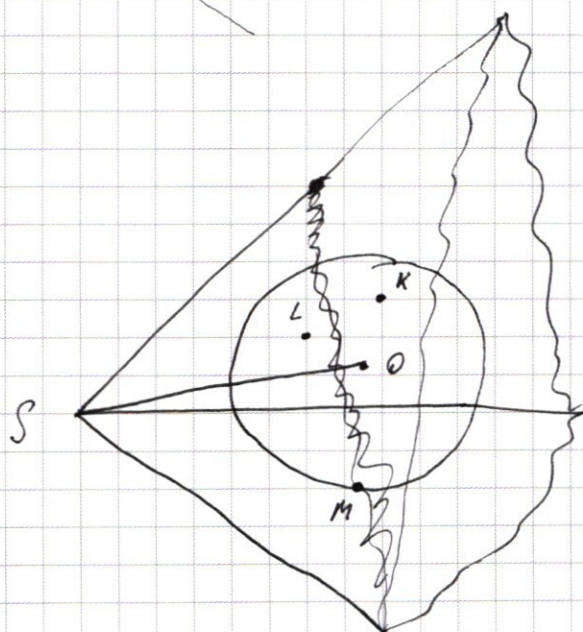
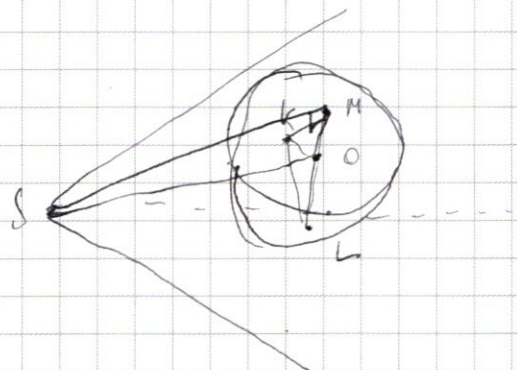
$$\frac{11x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi t. \quad | \cdot \frac{2}{11}.$$

$$x = \frac{2\pi}{8 \cdot 11} + \frac{2\pi t}{11}$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi t}{11} \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Answer: $\frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \quad (n \in \mathbb{Z}); \quad \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \quad (k \in \mathbb{Z});$
 $\frac{\pi}{44} + \frac{2\pi t}{11} \quad (t \in \mathbb{Z}).$

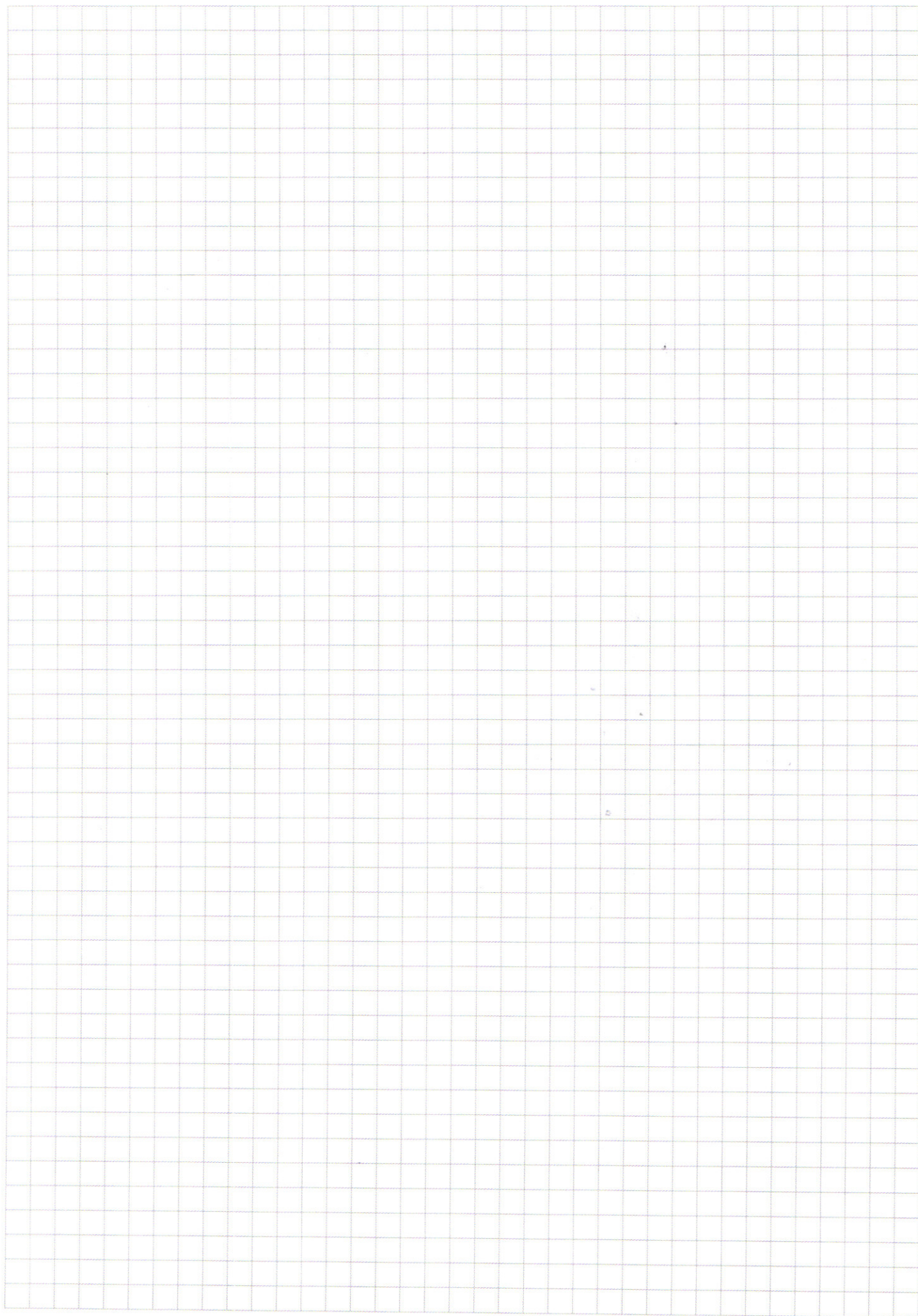
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 20 + (2^{64} - 1)x.$$

$$3 \cdot 2^{65} + 1. y >.$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. 2285

$$\begin{array}{r} 32855 \\ 62855 \\ 12855 \\ 22855 \\ 93 \\ 13 \\ 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 32855 \\ 62855 \\ 12855 \\ 22855 \\ 93 \\ 13 \\ 1 \end{array}} \right\} 5^5$$

$$\begin{array}{r} 3348/5 \\ -10 \\ \hline 32 \\ -35 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 625/5 \\ -5 \\ \hline 12 \\ -15 \\ \hline 25 \end{array}$$

1 1 1

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

$$\begin{array}{r} 93 \\ 96 \\ 363 \\ 333 \\ 9 \end{array}$$

Минус 10

$$24 - 2 \cdot 9 - 2 \cdot 3 + 12 =$$

$$= 24 - 18 - 21 + 12 =$$

$$= 39 - 39.$$

Минус 10

$$9 \cdot 10^4 - 9^5$$

$$9 \cdot 10^4 - 9^5$$

Минус 10

$$\begin{array}{r} 9 \\ 6 \\ 3 \end{array}$$

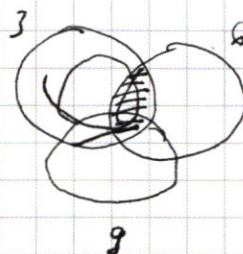
$$\begin{array}{r} 8^5 \\ 8^5 \\ 8^5 \end{array}$$

$$123456789 \quad 9^5 - \text{всего}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 333 \\ 163 \end{array}$$

$$333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333 \quad 333$$

Def 3. 8^5
 6 8^5
 9 8^5



Def 3, 6 7^5
 def 3, 9 7^5
 def 6, 9 7^5

Def (3, 6, 9) 6^5

$$9^5 - 7^5 - 7^5 - 7^5 +$$

$$9 \cdot (-8^5 + 7^5 + 7^5 - 6^5)$$

$$9^5 - 3 \cdot (8^5 - 2 \cdot 7^5 + 6^5) =$$

$$=$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 81 \\ \hline 181 \\ 618 \\ \hline 6561 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 6561 \\ \times 81 \\ 81 \\ \hline 6561 \end{array}$$

$$(80+1)^2 = 6400 +$$

$$+ 160 + 1 = 6561$$

$$\begin{array}{r} \times 6561 \\ 9 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\cos 11x - \sin 11x - \cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 11x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 11x\right) - \cos 3x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\frac{2}{2} - 2 \sin\left(\frac{11x - \frac{\pi}{2} + 11x}{2}\right) \sin\left(\frac{11x + \frac{\pi}{2} - 11x}{2}\right) - 2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x + 3x}{2}\right) \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x - 3x}{2}\right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$-2 \sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) \sin \frac{\pi}{4} - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$- \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$- \sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 4x$$

$$- \left(\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) \right) = \cos 4x$$

$$\cos(11x + 3x) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta =$$

$$= \cos 11x \cdot \cos 3x - \sin 11x \cdot \sin 3x$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x - \cos 3x - \cos 3x =$$

$$\cos 11x (1 - \sqrt{2} \cos 3x)$$

sin

$$\cos 11x - \cos 3x =$$

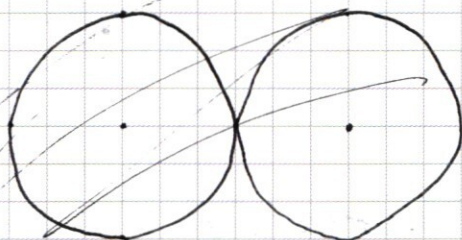
$$= 2 \sin \frac{11x + 3x}{2} \sin \frac{11x - 3x}{2} =$$

$$= 2 \sin 7x \sin 4x$$

$$2 \sin \frac{3x + 11x}{2} \cos \frac{11x - 3x}{2} =$$

$$= -2 \sin 4x \cos 7x$$

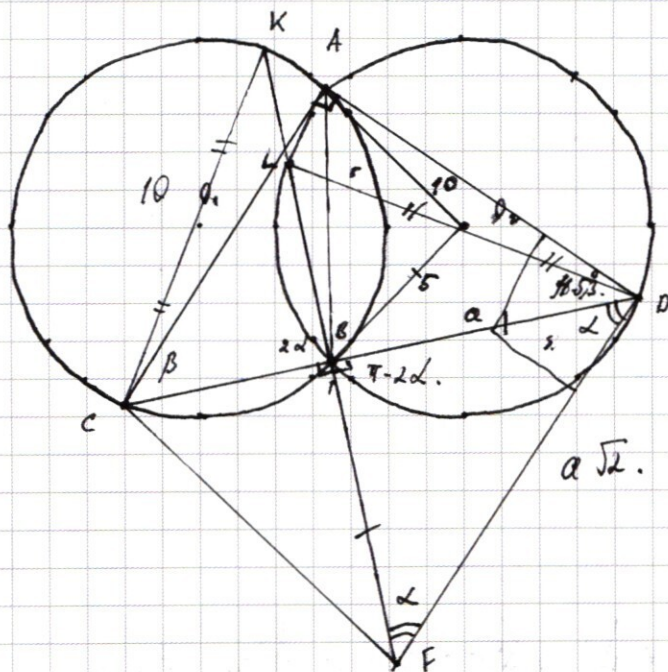
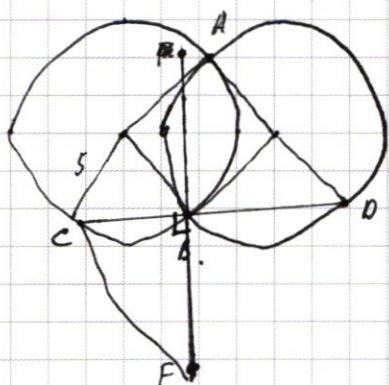
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\cancel{180} - \cancel{90} - \cancel{\alpha} - \cancel{\alpha} - \cancel{90} + \cancel{\beta} - \cancel{\alpha} = -2\alpha$$

$$\underline{\underline{180 - 2\alpha}}$$



$$b \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{b^2} \sin(\alpha + \arcsin(\frac{b}{\sqrt{b^2}}))$$

514

$$\sqrt{x} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \arcsin \frac{-1}{\sqrt{x}} \right)$$

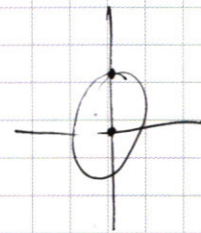
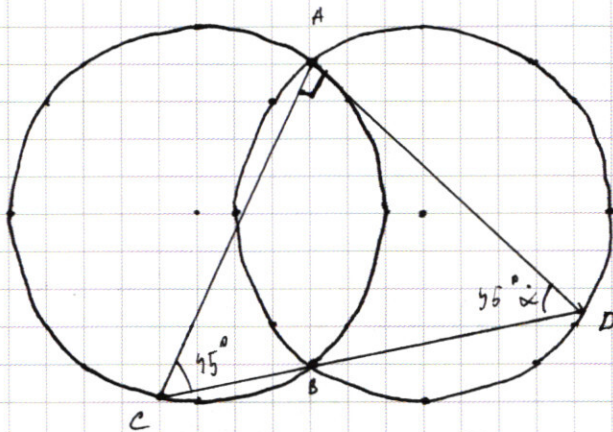
$$\sqrt{x} \sin \frac{1}{x} + \left(\arcsin \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x \sin 3x = \sin 14x.$$

$$\cos 11x - \cos 3x + \sin 11x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 11x.$$

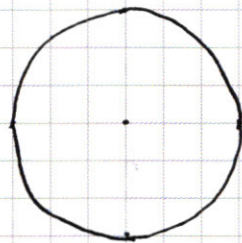
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 14x\right) =$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$$



$$\begin{aligned} \cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \cos 3x &= \\ = \cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 11x \cos 3x - \cos 3x. \end{aligned}$$

$$\cos 11x - \cos 3x$$



$$a - \sqrt{2}ab - b = c - \sqrt{2}cd - d.$$

$$\text{and } (\sqrt{a})^2 =$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \cos 3x =$$

$$\textcircled{2} 2 \sin \frac{11x+3x}{2} \sin \frac{11x-3x}{2} = 2 \sin 7x \sin 4x$$

$$\cos 11x \cos 3x = \frac{1}{2} \left(\cos \left(\frac{11x-3x}{2} \right) - \cos \left(\frac{11x+3x}{2} \right) \right) =$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \left(\sin \right.$$

$$\left. \cos \alpha + \cos \beta \right) =$$

$$= \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 14x).$$

$$- \frac{\sqrt{2} \cos 4x}{2} + \frac{\sqrt{2} \cos 14x}{2} + 2 \sin 7x \sin 4x$$

$$- \left(\sqrt{2} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) \right) + \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \left(\sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \cos 14x.$$

$$2 \sin \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} - 11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4} + 11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = \cos 14x.$$

$$2 \sin 4x \cos (7x - \frac{\pi}{4}) = \cos 14x.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \sin 11x - \cos 3x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x.$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \cos 3x = \sin 11x - \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x - \sin 3x.$$

$$a - \sqrt{2}ab - b = d - \sqrt{2}dc - c.$$

$$a - \sqrt{2}ab - b.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

$$a^2 + b^2 - (a - b)^2 = 2ab. \quad | : \sqrt{2}.$$

$$\sqrt{2}ab = \frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{\sqrt{2}}.$$

$$a - b = \frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{\sqrt{2}} = \frac{d^2 + c^2 - (d - c)^2}{\sqrt{2}}.$$

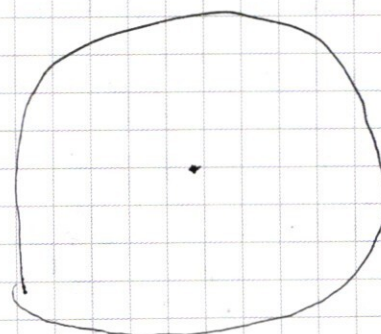
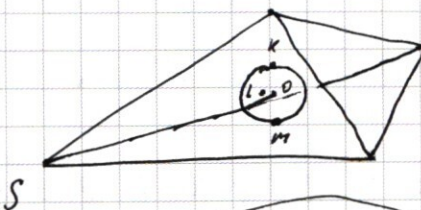
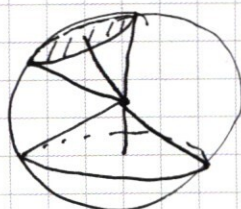
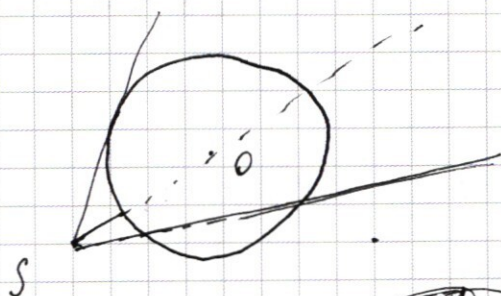
$$a - b - d + c =$$

$$\cos^2 11x - \sin^2 11x$$

$$\cos 22x + \cos 6x =$$

$$y, \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x. \end{cases}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 70 + 2^{64} \cdot x - x.$$



$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x y}.$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$x^2 - 3y^2 - 4(x - 3y).$$

$$x^2 - 4x + 4 -$$

$$\log_y x = \frac{\log x}{\log y}.$$

$$5. |y-3-x| + |y-3+x| = 6.$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 0.$$

$$y-3-x + y-3+x = 6.$$

$$y = 12.$$

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$y \geq x+3.$$

$$y \geq -x+3$$

$$y \geq x+3$$

$$y \leq -x+3.$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x y}.$$

$$a^{\lg ab} = b.$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x y} \cdot x^{\lg x}.$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x y} \cdot y^{\lg y x \lg x}.$$

$$5\lg x = 2\lg x y + \log_y x \lg x.$$

$$\frac{a^2 + 2b^2 - 5ab}{6} = 0.$$

$$a^2 + ab + 2b^2 - 2ab = 0.$$

$$a(a-b) + 2b(b-a) = 0.$$

$$(a-2b)(a-b) = 0.$$

$$\lg x = 2$$

$$5 = 2$$

$$5\lg x = 2\lg x + 2\lg y + \lg x \log_y x.$$

$$3\lg x = 2\lg y + \lg x \log_y x.$$

$$3\lg x = 2\lg y + \lg x \cdot \lg x / \lg y.$$

$$\lg x = a$$

$$\lg y = b.$$

$$3a = 2b + \frac{a}{b}.$$