

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в папку
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задание 1

1. $3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ - число 3375 является произведением 6-ти простых чисел, значит восьмизначное число, удовлетворяющее условиям, может состоять из цифр 4, 4, 3, 3, 3, 5, 5, 5. Однако произведение двух троек равно девяти, т.е. наше число может также состоять из цифр 4, 5, 5, 3, 5, 5, 5, 9.
2. Найдём количество восьмизначных чисел, состоящих из цифр 4, 4, 3, 3, 3, 5, 5, 5:

1) Из 3, 3, 3, 5, 5, 5 можно получить 20 различных 6-ти
значных чисел

2) 1,5 можно разложить 28 способами в 8-мч значим

[illegible]

3) Так как для каждого варианта размещения единиц можно применить все 20 вариантов для 3-ей и 5-ой, то общее количество подходящих 8-ми значных чисел: $20 \cdot 20 = 560$.

3. Найдите наименьшее число, составленное из 1, 1, 5, 5, 5, 5, 3, 9 :

1) ~~Ана~~^{из} 4, 4, 1, 5, 5, 5 можно получить 20 6-ти значных чисел

2) Из 3,9 можно получить 2,28 (из п. 2.2) = 56 вариантов.

В размещении /устанавливаем на 2, тк. столько монет

и при 3 или 9, где 2-х единиц это более равнозначные варианты)

$$3) \text{ Общее количество : } 20 \cdot 56 = 1120$$

$$3. \text{ Всего чисел } 1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680

Задача 2

$$1) \cos 11x - \cos 3x = \cos(7x+4x) - \cos(7x-4x) = \cos 7x \cdot \cos 4x - \sin 7x \cdot \sin 4x - \cos 7x \cdot \cos 4x - \sin 7x \cdot \sin 4x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 4x$$

$$2) \sin 11x + \sin 3x = \sin(7x+4x) + \sin(7x-4x) = \sin 7x \cdot \cos 4x + \cos 7x \cdot \sin 4x + \sin 7x \cdot \cos 4x - \cos 7x \cdot \sin 4x = 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x$$

$$3) \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = -2 \cdot \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x = -2 \cdot \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$4) \sqrt{2} \cdot \cos 14x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x)$$

$$5) (\cos 7x + \sin 7x)(\sqrt{2} \cdot \cos 7x - \sqrt{2} \cdot \sin 7x) = -2 \cdot \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) \\ (\cos 7x + \sin 7x)(\sqrt{2} \cdot \cos 7x - \sqrt{2} \cdot \sin 7x + 2 \cdot \sin 4x) = 0$$

$$1. \cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2. -2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 7x - \sin 4x \right) = 0$$

$$\sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4x = 0$$

$$\sin \left(5,5x - \frac{\pi}{8} + 1,5x - \frac{\pi}{8} \right) - \sin \left(5,5x - \frac{\pi}{8} - 1,5x + \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$2 \cdot \sin \left(3,5x - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left(5,5x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$3,5x - \frac{\pi}{8} = \pi k$$

$$\frac{7}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi k \quad | \cdot \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5,5x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{11}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi k \quad | \cdot \frac{2}{11}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi k$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}; \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k; \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi k \right\}, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

1) $\lg x$, $x > 0$
 $\lg xy$, т.к. $x > 0$, то и $y > 0$.

2) $x^2 + xy - 4x - 3y^2 - 3xy + 12y = 0$
 $x(x + y - 4) - 3y(y + x - 4) = 0$
 $(x + y - 4)(x - 3y) = 0$

3) $x = 4 - y$ или $x = 3y$

3) $\begin{cases} x = 3y \\ y^{5 \lg x} \cdot x^{-\lg x} = y^{2 \lg xy} \\ y^{5 \lg 3y} \cdot y^{-\lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2} \\ y^{4 \lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2} \\ y^{2 \lg 3y^2} = y^{2 \lg y} \cdot y^{2 \lg 3y} \\ \frac{y^{4 \lg 3y}}{y^{2 \lg y} \cdot y^{2 \lg 3y}} = 3^{\lg 3y} \\ y^{2(\lg 3y - \lg y)} = 3^{\lg 3y} \\ \frac{y^{2 \lg 3}}{y^{2 \lg 3}} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y} \\ y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y} \\ 2 \lg 3 \cdot \lg y = \lg 3y \cdot \lg 3 \\ \lg y^2 = \lg 3y \\ y^2 = 3y \\ y = 3 \\ x = 9 \end{cases}$

$$4) \quad x = 4 - y, \quad 0 < y < 4$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^2 \lg(4-y)y$$

$$\lg(4-y) \cdot \lg\left(\frac{y^5}{4-y}\right) = 2 \cdot \lg(4-y) \cdot y \cdot \lg y$$

$$\lg(4-y) (5 \lg y - \lg(4-y)) = 2 \lg y (\lg(4-y) + \lg y)$$

$$5 \lg y \cdot \lg(4-y) - \lg^2(4-y) = 2 \lg y \cdot \lg(4-y) + 2 \lg^2 y$$

$$3 \lg y \cdot \lg(4-y) = 2 \lg^2 y + \lg^2(4-y)$$

$$a = \lg(4-y), \quad b = \lg y, \quad a, b \neq 0$$

$$2b^2 - 3ab + a^2 = 0 \quad | : b^2$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 3\frac{a}{b} + 2 = 0$$

$$t = \frac{a}{b}, \quad t \neq 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t = 1$$

$$t = 2$$

$$\lg(4-y) = \lg y$$

$$4-y = y$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\lg(4-y) = 2 \lg y$$

$$4-y = y^2$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 5 + 16 = 21$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

$$y = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} < 0$$

- не подходит

$$x = 4 + \frac{1 - \sqrt{21}}{2} = \frac{9 - \sqrt{21}}{2}$$

Ответ: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{9 - \sqrt{21}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

$$1) |y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$t = y - 3$$

$$|t-x| + |t+x| = 6$$

$$1. \quad t-x \geq 0 \text{ и } t+x \geq 0 \quad t \geq x$$

$$2t = 6$$

$$t = 3$$

$$y = 6$$

$$x \leq 3$$

$$2. \quad t-x \leq 0 \text{ и } t+x \geq 0 \quad -x \leq t \leq x$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$-3 \leq t \leq 3$$

$$0 \leq y \leq 6$$

$$3. \quad t-x \leq 0 \text{ и } t+x \leq 0$$

$$-t+x - t-x = 6$$

$$-2t = 6$$

$$t = -3$$

$$y = 0$$

$$\begin{cases} t \leq x \\ t \leq -x \end{cases}$$

УЗРЗ

$$\begin{cases} -3 \leq x \\ -3 \leq -x \end{cases}$$

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$\begin{cases} x \leq 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x = 3 \\ 0 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

2)

$$x=3, 0 \leq y \leq 6 \quad x \leq 3, y=6$$

$$(|x|-4)^2 + y = a$$

$$(|x|-4)^2 = a - y$$

$$x-4 \leq -1$$

$$(x-4)^2 \leq 1$$

$$a - y \leq 1$$

$$a \leq 10$$

$$(|x|-4)^2$$

парабола с осью симметрии $x=0$, $y=0$
вершина $(0; -4)$

при

$$a - y < -4$$

$$a < 5$$

☐ черновик

☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5

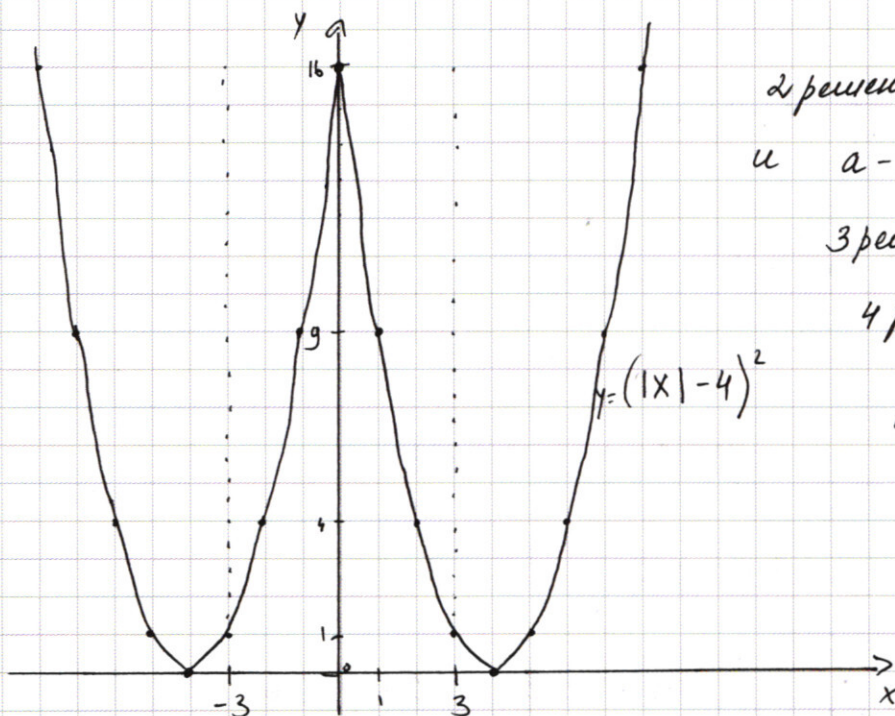
(Нумеровать только чистовики)

$$3) \quad -3 \leq x \leq 3, \quad y=0$$

$$(|x| - 4)^2 + 9 = a$$

$$(|x| - 4)^2 = a - 9$$

$(|x| - 4)^2$ — параболы с осью симметрии $x=0$, в. (0; 16)



$$-7 \leq x-4 \leq 1$$

$$(x-4)^2 \leq 49$$

$$a-9 \leq 49$$

$$a \leq 58$$

2 решения при $a=9$

$$\text{и } a-9 > 16 \quad a > 25$$

3 решения $a=25$

4 решения $9 < a < 25$

если $x \leq 3$, то

2 решения при $a=25$

если $-3 \leq x \leq 3$, то

2 решения при

$$1 \leq a-9 \leq 16$$

$$10 \leq a < 25$$

$$4) \quad x=3 \quad 0 \leq y \leq 6$$

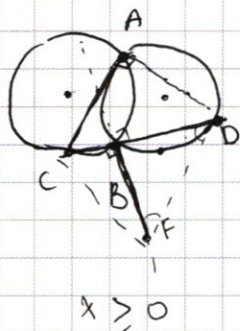
$$1 + (|y| - 3)^2 = a$$

$$(|y| - 3)^2 = a - 1$$

$$|y| = 3 + \sqrt{a-1}$$

$$a \geq 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$AD^2 + AC^2 = CD^2$$

$$|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$$

$$t = y - 3$$

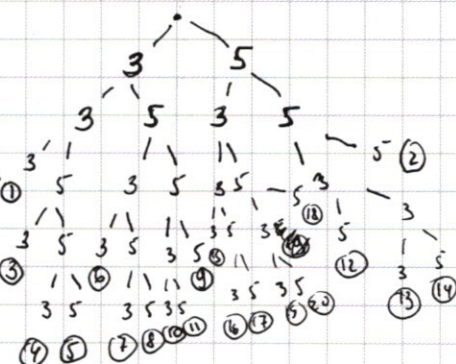
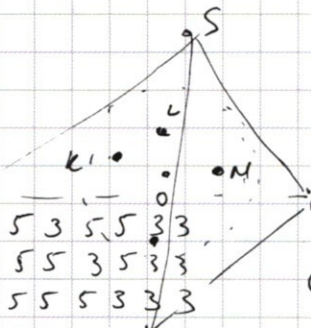
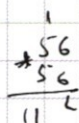
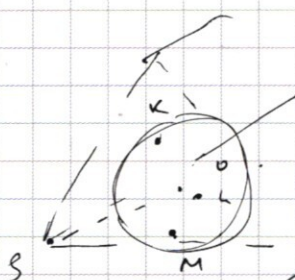
$$|t-x| + |t+x| = 6$$

$$1. \quad t \geq x$$

$$\begin{array}{l} t-x + t+x = 6 \\ t=6 \end{array} \quad \begin{array}{l} y=3 \\ x=3 \end{array}$$

$$2. \quad \angle Z < \angle X$$

$$2x = 6 \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$



①

3	3	3	5	5	5		3	5	3	5	5	3
3	3		3				3	5	5	3	5	8
				3			3	5	5	5	3	3
					3		3	5	5	8	3	3

1 — — — — — — —

1

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

,

$$7+3+6+4+5+2+1 = 20+8 = 28$$

$$28 \cdot 20 = 560$$

$$20 \cdot 2 \cdot 28 = 1120$$

560

7680

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$5) \quad |y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

$$t = y - 3$$

$$|t-x| + |t+x| = 6$$

1) $t - x \geq 0$ u $t + x \geq 0$

$$t > x$$

$$2t = 6$$

$$t = 3$$

$$y = 6, \quad x < 6$$

$$2. \quad t-x \leq 0 \quad \text{и} \quad t+x > 0 \quad -x \leq t \leq x$$

$$x-t + t+x = 6$$

$$x = 3$$

$$-3 \leq t \leq 3$$

$$3. \quad t-x \leq 0 \quad \text{и} \quad t+x \leq 0 \quad t \leq x \quad \text{и} \quad t \leq -x$$

$$x-t - t-x = 6$$

$$-2t = 6$$

$$t = -3$$

$$y-3 = -3$$

$$y < -3$$

$$y-3 < -6$$

$$a-1 < 36 <$$

$$a < 37$$

$$(y-3) < 36$$

$a = 25$ - ед. решение

- 1 решение

$$\begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$4. \quad (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a, \quad a > 0$$

при $y=6$

$$(|x|-4)^2 + 9 = a$$

$$x \leq 6$$

$$x-4 < 2$$

$$(x-4)^2 < 4$$

$$(|x|-4)^2 = a-9$$

$$1. \quad a \geq 9$$

$$a \neq 25$$

$$a-9 < 4$$

$$a < 13$$

$$a-9 > -4$$

$$a > 5 \quad - 2 \text{ решения}$$

$$5 < a < 10$$

(y)

при $x=3$

$$1 + (|y|-3)^2 = a$$

$$a > 10 \quad - 2 \text{ реш}$$

$$(|y|-3)^2 = a-1$$

$$g = a-1$$

$$|y| = 3 + \sqrt{a-1}$$

$$a = 10$$

$$|y| = 3 + \sqrt{a-1}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $3375 = 5 \cdot 675 = 5 \cdot 5 \cdot 135 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 22 \\ \hline 250 \\ + 875 \\ \hline 3375 \end{array}$$

18. $1, 1, 5, 5, 5, 3, 3, 3$

1 3 5

28 $1 1 5 5 5 9 3 1$

3

1)

$\frac{x+y}{2}$

$\frac{x-y}{2}$

3

$2 \sin 7x \cdot \sin 4x$

$11 5 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$1 1 5 5 3 3 3$

11 5 5 5 3 3

$2 \sin 7x \cdot \cos 4x = 2 \sin 7x \cdot \cos 4x = 2 \sin 7x \cdot \cos 4x$

$1 - \sqrt{2} \sin^2 7x$

$\frac{7x}{2}$

2) $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \left(\sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right)$

$\cos 14x = \cos^2 7x - \sin^2 7x$

$\sqrt{2} \cos 14x = \sqrt{2} \cos(3x + 11x) = \sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 11x - \sqrt{2} \sin 3x \cdot \sin 11x$

$\sin 3x + \sqrt{2} \cdot \sin 3x \cdot \sin 11x - \sin 11x$

$\cos(7x + 4x) - \cos(7x - 4x) =$

$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right)$

$= -\sin 7x \sin 4x -$

$-(\sin 7x \cos 4x + \sin 7x \cos 4x) =$

$= -\sin 7x \cos 4x - \sin 7x \cos 4x + \sin 7x \cos 4x -$

$\cos(14x - 3x) = \cos 14x \cos 3x + \sin 14x \cdot \sin 3x -$

$-\sin 14x \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 14x - \cos 3x + \sin 3x =$

$= \cos 3x (\cos 14x + \sin 14x - 1) + \sin 3x (\sin 14x + \cos 14x + 1) =$

$=$

$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \cdot \sin 4x \cdot \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$

$-2 \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$(\cos 7x + \sin 7x) / (\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x) = 0$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi k$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x = 0$$

$$-2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \sin 4x \right) = 0$$

$$\sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4x = 0$$

$$\sin \left(5,5x - \frac{\pi}{8} + 1,5x - \frac{\pi}{8} \right) - \sin \left(5,5x - \frac{\pi}{8} - 1,5x + \frac{\pi}{8} \right) =$$

$$= 2 \cdot \sin \left(1,5x - \frac{\pi}{8} \right) \cdot \cos \left(5,5x - \frac{\pi}{8} \right) = 0$$

$$3) \quad x > 0, y > 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 4x + 4y^2 - 12y$$

$$(x-y)^2 = 4(x+y^2-3y)$$

$$x(x-4) - 3y(y-4) = 2xy - 8 + 8$$

$$x^2 - 4xy + y^2 + 12y - 2xy - 4x$$

$$(x-2y)(x+2y) + y(y-4x) + 4(3y-x)$$

$$(x-2y)(x+2y) - 4(x-2y) + y^2 + 4y - 2xy =$$

$$= y^2 + (x-2y)(x+2y) - 4(x-2y) - 2y(x-2y) =$$

$$= y^2 + (x-2y)(x+2y-4-2y) = y^2 + (x-2y)(x-4) = 0$$

$$3y^2 + 12y - xy + x^2 - 4x - xy = 0$$

$$-3y^2 + 12y - 3xy + x^2 + xy - 4x = 0$$

$$3y(-y+4-x) + x(x+y-4)$$

$$x^2 - 4x$$

$$x(x+y-4) - 3y(x+y-4) = 0$$

$$x = 4-y$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$

$$x+y=4$$

$$x = 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$

$$y \lg 3y$$