

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.

- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

- ✓ 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- ✓ 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

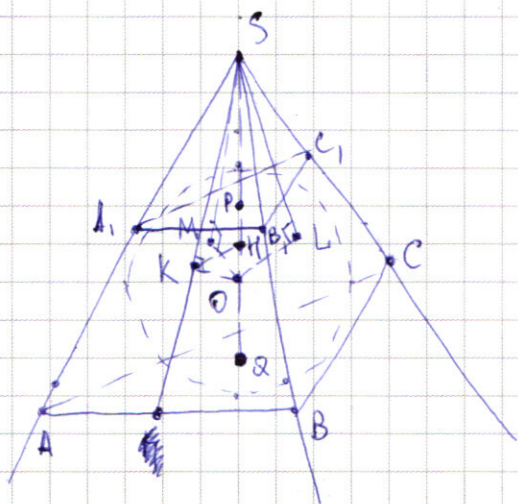
$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

① $3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow C_8^3 \cdot C_5^3 = 560$ — искомое количество

Ответ: 560

④



1) Пусть $\triangle ABC$ — нижнее сечение, площадь которого, по условию, равна 4, а $\triangle A_1B_1C_1$ — верхнее сечение с площадью 1. Пусть $(ABC) \cap \Omega = P$, $Q = (A_1B_1C_1) \cap \Omega$.
Поскольку это ^{параллельные} основания пирамид с одной вершиной и 4 гранями, лежащими в одних плоскостях,
 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причем $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\frac{SP}{SQ}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow$
 $\Rightarrow SP = PQ = 2R$, где R — радиус Ω .

2) $\triangle KSO$ — пример, показывающий, что (ABC) касается Ω .

$$\left. \begin{array}{l} OS = SP + OK = 2R + R = 3R \\ OK = R \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{1}{3} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$$

3) Поскольку K, M, L — точки касания 3-х граней пирамиды с сферой, то плоскость $(KLM) \parallel (ABC)$, потому что $KS \perp OS = MS$ — из свойства касат. к окружности.

~~$\triangle SOK \sim \triangle SHQ$ — по двум углам ($\angle OSK \perp OSQ = 90^\circ$, $\angle HSO$ — общий)~~

~~$\frac{SO}{SH} = \frac{SK}{SQ}$~~

Пусть $KH \perp$ — перпендикуляр к SQ , тогда $H \in (KML)$, $SH = KS \cos \angle KSO$.

$$KS = \sqrt{SO^2 - OK^2} = R\sqrt{8}, \quad \cos \angle KSO = \sqrt{1 - \sin^2 \angle KSO} = \frac{\sqrt{8}}{3} \Rightarrow SH = \frac{8}{3}R$$

$$\frac{S_{KML}}{S_{ABC}} = \left(\frac{SH}{SQ}\right)^2 = \left(\frac{\frac{8}{3}R}{4R}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{KML}}{S_{ABC}} = \frac{4 \cdot 4}{81} = \frac{16}{81}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$, $\frac{S}{P} = \frac{16}{9}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3a) $\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, x=3y$ / возведём обе части в $\frac{1}{\lg x}$ степень (*)

$$\frac{y^5}{3y} = y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}}$$

$$y^4 = 3y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}}$$

$$y^{4 - \frac{2 \lg xy}{\lg x}} = 3$$

$$4 - \frac{2 \lg xy}{\lg x} = \log_y 3$$

$$4 - \frac{2 \lg x + 2 \lg y}{\lg x} = \log_y 3$$

$$4 - 2 - \frac{2 \lg y}{\lg x} = \log_y 3$$

$$2 - \frac{2}{\log_y 3 + 1} = \log_y 3$$

$$2 - \frac{2}{t+1} = t, t = \log_y 3, y \in (0;1) \cup (1; \infty)$$

$$\frac{2t + 2 - t^2 - t}{t+1} = 0$$

$$\frac{t^2 - t}{t+1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Leftrightarrow y=3 \Rightarrow x=9 \\ t=0 \Leftrightarrow y \notin \mathbb{R} \end{cases}$$

б) $\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, x=4-y$ / (*)

$$\frac{y^5}{4-y} = y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}} = y^{2 + 2 \frac{\lg y}{\lg 4-y}}$$

$$y^{5 - 2 - 2 \frac{\lg y}{\lg 4-y}} = 4-y$$

$$3 - 2 \frac{\lg y}{\lg 4-y} = \log_y (4-y)$$

$$3 - \frac{2}{t} = t, t = \log_y (4-y), y \in (0;1) \cup (1;4)$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_y (4-y) = 2 \\ \log_y (4-y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-y = y^2 \\ 4-y = y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + y - 4 = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}, x = \frac{9-\sqrt{17}}{2} \\ y = 2, x = 2 \end{cases}$$

Ответ: $(9;3); (2;2); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{9-\sqrt{17}}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑤ $\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (*) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (@) \end{cases}$

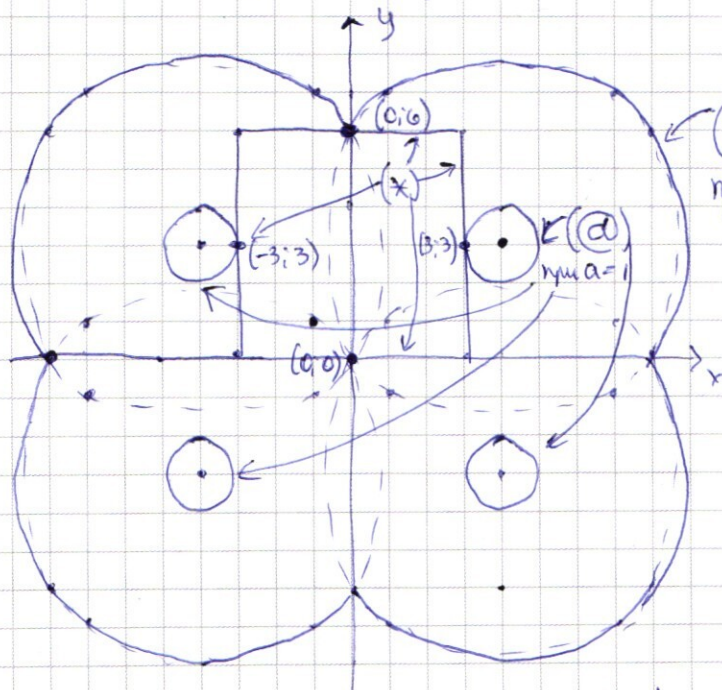
«кнопки» во всех координатных углах, «оригиналом» которых явл. часть окр. первого коорд. угла.

Окружность радиуса $\sqrt{a}$ с центром $(4;3)$ + её

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} y=6, & y \geq x+3, & y \geq 3-x \\ x=-3, & y \geq x+3, & y < 3-x \\ x=3, & y < x+3, & y \geq 3-x \\ y=6, & y < x+3, & y < 3-x \end{cases}$

— графиком этой функции является квадрат с координатами вершин $(-3;6)$, $(3;6)$, $(3;0)$, $(-3;0)$

Изобразим на коорд. плоск xOy



• При $a=1$, [окружности (@)]

касается квадрата и даёт
при $a=25$ 2 решения $(3;3)$, $(-3;3)$

• При увеличении a становится 4 решения, а потом снова 2 решения при $a=25$
 $(0;6)$, $(0;0)$

• при $a > 25$ решений нет

Ответ: $a \in [1; 25]$

② $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x \quad | : \sqrt{2}$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 11x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 11x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 3x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 3x = \cos 4x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} - 11x \right) = 2 \cos \left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$-2 \sin \left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 2 \cos \left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) + \sin\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \right] = 0 \quad \sin\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{8} - \frac{11x}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{8} - \frac{11x}{2}\right) \right] = 0$$

$$\cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot 2\cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(14x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 3x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 14x - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi m}{14}, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ — ответы}$$

6) Дано:

$\omega_1(O_1, R)$

$\omega_2(O_2, R)$

$R = 5$

$\omega_1 \cap \omega_2 = A, B$

$C \in \omega_1, D \in \omega_2$

$BE \perp CD, \angle CAD = 90^\circ$

$BF \perp CD, BF = BD$

Найти: $CF, \angle ACF$

$BF \cap \omega_1 = E$ — пусть так

1) Докажем, что $AD \cap \omega_1 = E$, CE — диаметр

Известно, что $\angle CBF = \angle EBC = 90^\circ \Rightarrow CE$ — диаметр.

Пусть $AD \cap \omega_1 = M$

Известно, что $\angle MAC = 2\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow MC$ — диаметр

$\Rightarrow \angle CAM = \angle CAE = 90^\circ \Rightarrow M$ лежит на продолжении $AD \Rightarrow M = E$

Имеем 2 чужака: $\triangle BCE$ и $\triangle BCM$. На чертеже отмечены равные вписанные углы,

опирающ. на равные дуги $\Rightarrow \triangle BCE \cong \triangle BCM \Rightarrow EB = BC = BF$

$\Rightarrow CB \perp EF$ еще и медиана $\Rightarrow \triangle CEF$ — р/б, $CF = CE = 2R = 10$

Ответ: $CF = 10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Пусть $\angle ECB = \angle BCF = \beta$. $\cos \beta = \frac{BC}{EC} = \frac{3}{5}$

Пусть $\angle ACD = \alpha$ ~~$\Rightarrow \angle BEA = \alpha$~~ ~~вписанная и опирается на одну и ту же дугу~~

~~$\angle BDE = 90^\circ = \angle BED$~~

$\Rightarrow \angle ADB = \alpha$ т.к. оба эти угла опираются на одинаковую дугу, прито

в равных окружностях

$\triangle CAD$ — прямоугольный $\Rightarrow \alpha = 45^\circ$

3) $S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \sin(\alpha + \beta)$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}}$, $CD = BC + BD$, $BD = 2R \sin \beta = 10 \cdot \frac{4}{5} = 8$

$AC = \frac{6+8}{\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}}$

$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{\sqrt{2}} \cdot 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 49$

Итого: $S_{\triangle ACF} = 49$

7) $\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ -y \geq -70 - (2^{64} - 1)x \end{cases} \Rightarrow 0 > 2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 - (2^{64} - 1)x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2^x + (6-x) \cdot 2^{64} + x - 69 \leq 0$. при $x=6$ левая часть ≥ 0

при $x=7$ левая часть < 0

значит, ~~левая~~ граница для x — это 7 или x точно ≥ 7

далее при $x \geq 70$ неравенство ~~выполняется~~ значит $x \in [7; 70]$

$2^{70} - 2^{70} \neq 0$

$x \geq \frac{y-70}{2^{64}-1} \Leftrightarrow 70 + (2^{64}-1)7 \leq y \leq 70 + (2^{64}-1)70 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ всего $64 \cdot (2^{64}-1)$ различных $y \Rightarrow$

$\Rightarrow 64 \cdot 64 \cdot (2^{64}-1)$ различных пар x и y

$$2^{12} \cdot (2^{64} - 1) = 2^{76} - 2^{12}$$

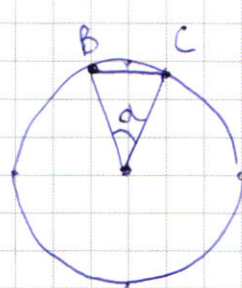
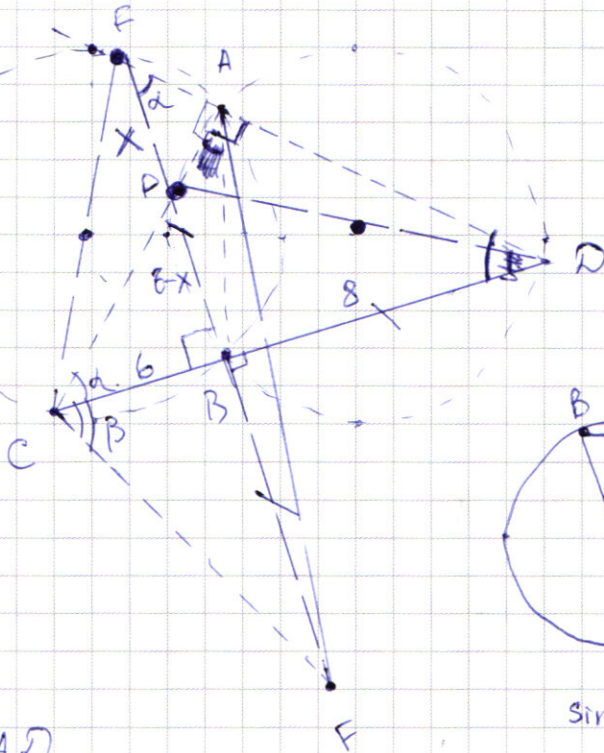
$$\text{Ответ: } 2^{76} - 2^{12}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$BC = \frac{a}{180^\circ} \pi D$$

$$BD = \frac{b}{180^\circ} \pi D$$

$$(a) + (b) = \frac{180}{2} = \pi R$$



$$BC = R\sqrt{2-2\cos\alpha} = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$BC = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$BD = 2R\sin\frac{\beta}{2}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\beta}{2} = 2\sin\frac{45^\circ}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{4}$$

$$\frac{AD}{BD} =$$

$$\cos\beta = \frac{3}{5}$$

$$BF = 8$$

$$\frac{1}{2}AC \cdot CF \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

$$576 \cdot \frac{1}{4} = 36 \cdot 16$$

x

$$\frac{6}{EA} = \frac{x}{\sqrt{36+84-16x+x^2}}$$

$$EA = \frac{6\sqrt{100-16xr^2}}{x}$$

$$6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 = 24^2 = 576$$

$$AD \sqrt{x^2 - \frac{36(100-16xr^2)}{x^2}} = \sqrt{\frac{x^4 - 36x^2 - 576x - 3600}{x}}$$

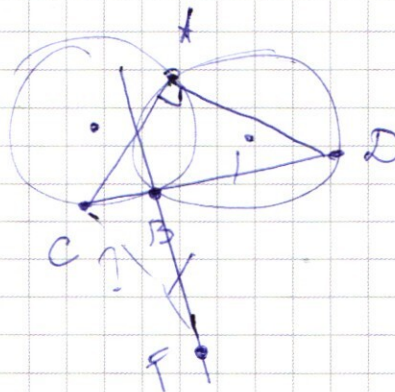
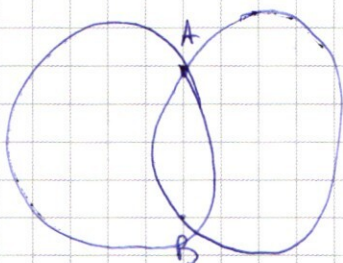
$$8x - x^2 = \sqrt{\frac{x^4 - 36x^2 - 576x - 3600}{x^2}}$$

$$64x^4 - 16x^5 + x^6 = x^4 - 36x^2 - 576x - 3600$$

$$63x^4 - 16x^5 + 63x^4 + 36x^2 + 576x + 3600 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$



$$y > 3 \cdot 2^{65}$$

$$y - 3 \cdot 2^{65} > 2^x$$

$$x \leq \log_2(y - 3 \cdot 2^{65}) - 1$$

$$x \leq -7$$

$$\log_2(y - 3 \cdot 2^{65}) + 6 \geq 0$$

$$\frac{1}{228} \cdot 2^{64} + 6 \geq 0$$

$$y - 3 \cdot 2^{65} \geq \frac{1}{64}$$

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{65} + 1 \\ -y \geq -70 - (2^{64} - 1)x \end{cases} \Rightarrow$$

$$0 \geq 2^x - 70 + \frac{6 \cdot 2^{64}}{1} + 1 - \frac{x \cdot 2^{64}}{1} + x$$

$$2^x + (6+x) \cdot 2^{64} + x + 69 \leq 0$$

$$x \leq -7$$

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 2 \end{cases}$$

$$2y = 12$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - x(2^{64} - 1) - 69 \leq 0$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - x \cdot 2^{64} + x - 69 \leq 0$$

$$\begin{aligned} & y-3-x+y-3+x=6, y-3-x \geq 0, y-3+x \geq 0 \\ (1) \Leftrightarrow & \begin{cases} y-3-x+3-y-x=6, y-3-x \geq 0, y-3+x < 0 \\ y-3+x+3+x-y=6, y-3-x < 0, y-3+x \geq 0 \\ 3+x-y+3-y-x=6, y-3-x < 0, y-3+x < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow X = \frac{2^{64} - 1}{\ln 2}$$

$$2^x - x \cdot 2^{64} - x \leq 69 - 3 \cdot 2^{65}$$

$$\begin{aligned} & y=6, y \geq x+3, y \geq 3-x \\ & x=-3, y \geq x+3, y < 3-x \\ & x=3, y < x+3, y \geq 3-x \\ & y=0, y < x+3, y < 3-x \end{aligned}$$

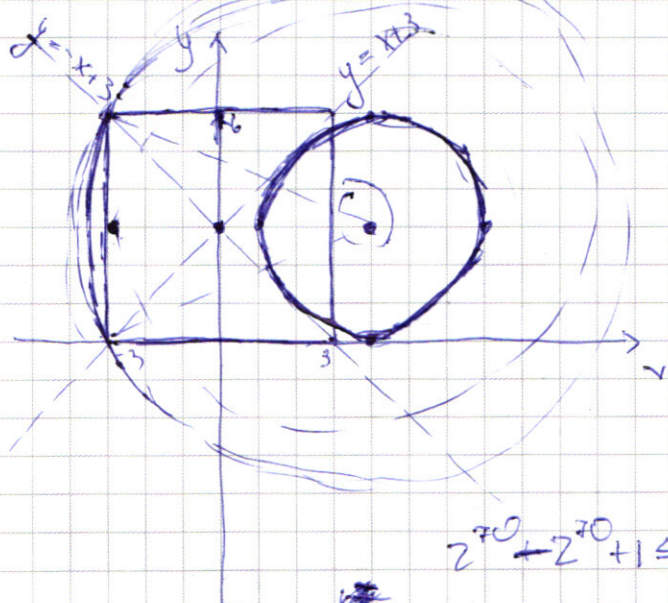
$$64 \cdot (64-1) \cdot (2^{64})$$

$$4^{37} - 4^6 =$$

$$= 4 \cdot 16^{18} - 16^3 =$$

$$= 4 \cdot 256^9 - 256 \cdot 16 =$$

$$3+49$$



$$2^{70} + 2^{70} + 1 \leq 0$$

$$1) a=1$$

$$\frac{2^{70}}{2^{70}} = 2^{71}$$

$$-2 \sin(4x) \cdot \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$\begin{aligned} & \sin(\frac{\pi}{4} - 11x) \\ & 2 \sin(\frac{\pi - 11x}{2}) \cos(\frac{\pi - 11x}{2}) \end{aligned}$$

$$2^x = x \cdot 2^{64}$$

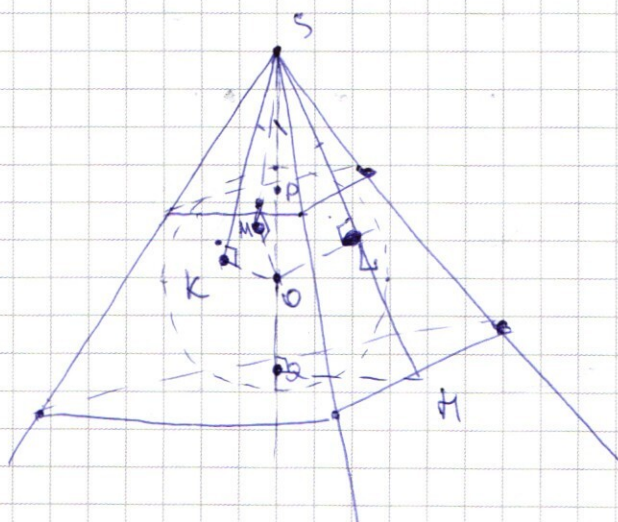
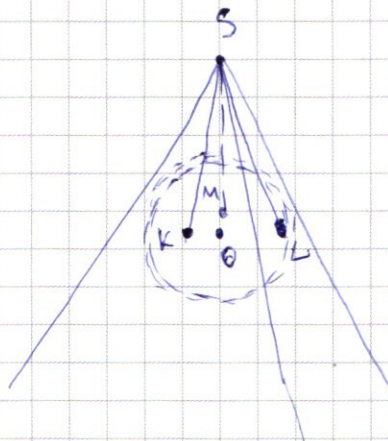
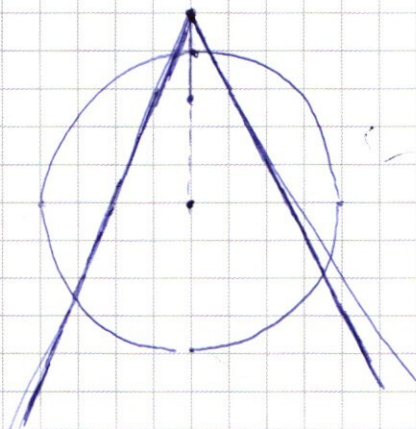
$$x = \frac{\log 2^{64}}{\log 2} = 64$$

$$2^{128} = 2^{71}$$

$$2^{64} = 2^{70}$$

$$64 < 128$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{SP}{SQ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{SP}{PO} = \frac{SQ}{PO} = \frac{2}{1}$$

9-1

$$SO = 3R$$

$$\frac{SO}{SH} = \frac{SL}{SQ} \Leftrightarrow \frac{3R}{SH} = \frac{R\sqrt{2}}{4R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SH = \frac{12R}{\sqrt{2}} = \frac{6R}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{4}{S} = \left(\frac{SH}{SL}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4}{S} = \frac{6R}{2R\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{4}{S} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{4}{S} = \frac{3}{2} \Rightarrow S = \frac{8}{3}$$

$$\frac{4}{S} = \frac{36}{16} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ \underline{-30} 675 \overline{) 25} \\ 37 50 \overline{) 27} \\ \underline{-35} 175 \\ 75 175 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1$$

$$C_8^3 \cdot C_5^2$$

$$C_8^3 \cdot C_5^2 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 5} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 360$$

$$\text{Ответ: } 360$$

$$2. \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 1 - 2 \cos^2 7x$$

$$-2 \sin 4x \sin 7x + 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin \frac{\pi}{4} \sin 7x + \cos \frac{\pi}{4} \cos 7x) = -\cos 4x$$

$$2 \sin 4x \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \cos 4x$$

$$\cos(10x + 4x) = \cos 10x \cos 4x - \sin 10x \sin 4x$$

$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) = -\cos 4x$$

$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x - \frac{\pi}{4}) = -\cos 4x$$

$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + 2 \cos$$

$$h^2 \cdot \frac{2}{25} = \frac{2}{25}$$

$$\pm \sqrt{1-9} = \pm \sqrt{-8}$$

$$2 \sin 4x \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \sin 10x \sin 4x - \cos 10x \cos 4x$$

$$h^2 = 91$$

$$\frac{2}{5} \approx$$

$$\cos$$

$$\sin(11x - \frac{\pi}{4}) + 2 \cos(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0$$

$$2 \sin(11x)$$

$$\frac{2}{5} - 2 = \frac{2}{5} \pm \sqrt{1-1} = 1$$

$$h \cdot h \cdot \frac{2}{5} = h \cdot h \cdot \frac{2}{5} - \varepsilon$$

$$11 = 91 + 1 = 100$$

$$h - h = \frac{h - h}{h^2} - \varepsilon$$

$$\pm \sqrt{1-9} = \pm \sqrt{-8}$$

$$\frac{h - h}{h^2} - 2 + 8 = \frac{h - h}{h^2} - 2 = \frac{h - h}{h^2}$$

$$6 \cdot 3 = 18$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 11x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 11x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x = \cos 4x$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 11x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 11x + \sin \frac{\pi}{4} \sin 3x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 3x = \cos 4x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 4x$$

$$\sin \left(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2} - \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) = 2 \cos \left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$2 \sin \left(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 2 \cos \left(\frac{17x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{11x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\frac{1}{\cos 3x} - \frac{1}{\cos 11x} - \frac{\tan 11x}{\cos 3x} + \frac{\tan 3x}{\cos 11x} = \frac{\sqrt{2} \cos 4x}{\cos 3x \cos 11x}$$

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{11} =$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 - 2x(y+2) - 3y^2 + 12y = 0$$

$$D = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = 4(y^2 - 2y + 1) = 4(y-1)^2$$

$$x_1 = y + 2 - 2y + 2 = 4 - y$$

$$x_2 = y + 2 + 2y - 2 = 3y$$

$$\frac{1}{6} - \frac{5}{8} = -\frac{11}{24}$$

$$\left(\frac{y^4}{3} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^5}{x} = y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}}$$

$$\frac{\lg y}{\lg 3y}$$

$$\frac{y^4}{3} = y^{2(1 + \frac{\lg y}{\lg x})}$$

$$\frac{\lg 3y^2}{\lg 3y}$$

$$\frac{y^{4 \lg 3 + 4 \lg y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg x + 2 \lg y}$$

$$y^4 = 3y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}}$$

$$\frac{2 \lg x + 2 \lg y}{\lg x}$$

$$\frac{y^{4 \lg 3} \cdot y^{2 \lg y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{\frac{2 \lg y}{\lg x}}$$

$$\frac{y^4}{y^{\frac{2 \lg xy}{\lg x}}} = 3$$

$$y^{4 - \frac{2 \lg xy}{\lg x}} = 3$$

$$4 - \frac{2 \lg xy}{\lg x} = \log_y 3$$

$$4 - 2 - 2 \frac{\lg y}{\lg x} = \log_y 3$$

$$2 - 2 \log_x y = \log_y 3$$

$$2 - \frac{2}{\log_y 3 + 1} = \log_y 3$$

$$2 - \frac{2}{t+1} = t$$