МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64}-1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $3375 = 5^3 \cdot 3^3$

Тогда восьмизначн. число, произв. цифр которого равно 3375, может включать в себя только 1, 5, 3 и 9.

Т.к. единственная отличная от 0 цифра, делящаяся на 5, это 5, то число содержит три цифры 5. Произведение оставшихся пяти цифр должно быть равно $3^3 = 27$, значит, это или $27 = 3\cdot3\cdot3\cdot1\cdot1$ (1 вариант), или $27 = 3\cdot9\cdot1\cdot1\cdot1$ (2 вариант)

Таким образом, кол-во чисел (1 вариант) это

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{3!5!}\cdot\frac{5!}{3!2!} = \frac{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{3!2!} = 2\cdot5\cdot7\cdot8 = 560$$

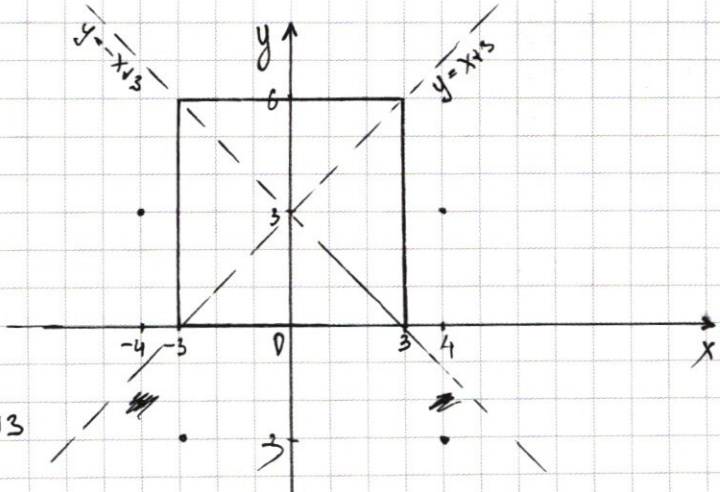
2 вариант: $C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 = \frac{8!}{3!5!}\cdot 20 = \frac{6\cdot7\cdot8}{6}\cdot20 = 7\cdot8\cdot2\cdot5\cdot2 = 1120$

$1120 + 560 = \underline{1680}$

Ответ: 1680

(5) $\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$

(1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-3-x \ge 0 \\ y-3+x \ge 0 \\ 2y-6=6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x \ge 0 \\ y-3+x < 0 \\ -2x = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x<0 \\ y-3+x \ge 0 \\ 2x=6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x<0 \\ y-3+x<0 \\ -2y+6=6 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \ge x+3 \\ y \ge -x+3 \\ y=6 \end{cases} \\ \begin{cases} y \ge x+3 \\ y < -x+3 \\ x=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} y < x+3 \\ y \ge -x+3 \\ x=3 \end{cases} \\ \begin{cases} y < x+3 \\ y < -x+3 \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$



Графиком является квадрат с вершинами в т. $(-3;0)$, $(3;0)$, $(3;6)$, $(-3;6)$

(2) $(|x|-4)^2 + (|y|^2-3)^2 = a$ — графиком является совокупность четырех окружностей радиусами $\sqrt{a}$, с центрами в т. $(4;3)$, $(-4;3)$, $(4;-3)$, $(-4;-3)$

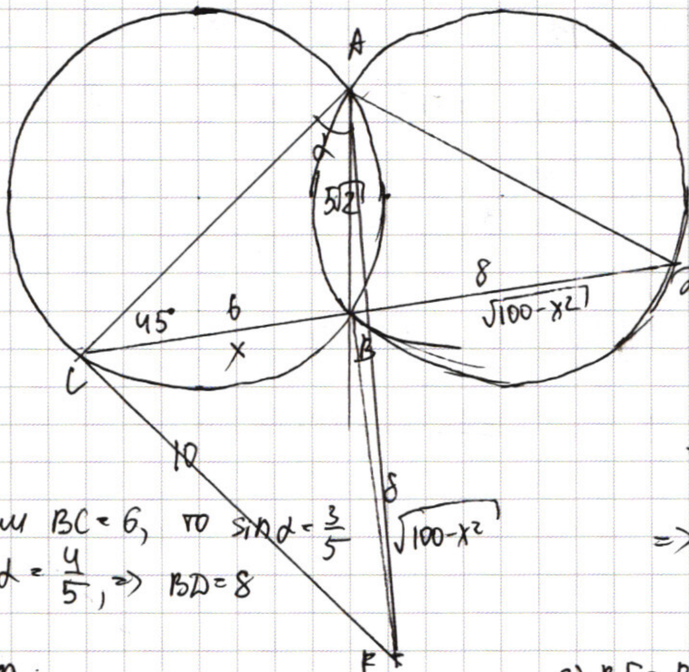
При $a<1$ — нет решений; при $a=1$ — два решения; при $a>1$, $a<10$ — 4 решения; при $a=10$ — 4 решения; при $a>10$, $a<25$ — 6 решений; при $a=25$ — 4 решения, продолжение 5

при $a > 25$, $a < 49$ – 6 решений; при $a = 49$ – 6 решений; при $a > 49$, $a < (49+9) = 58$ – больше 2 решений; при $a > 58$ окружности с центрами в т. $(4;3)$ и $(-4;3)$ не пересекают квадрат;

при $a = 49+81 = 130$ – 2 решения; при $a > 130$ – нет решений.

Ответ: $a \in \{1; 130\}$

6



1) $R = 5$; $\angle CAD = 90°$,
$\angle ACD = \angle ADB = \frac{1}{2} \smile AB$ (т.к. радиусы одинак), =>
=> $\angle ACB = \angle ADB = 45°$; => $AB = 5\sqrt{2}$

2) Пусть $BC = x$, тогда
$2R \sin\angle CAB = BC = x$
$10 \sin\alpha = x$; $\angle DAB = 90 - \alpha$, =>
=> $2R\cos\alpha = BD =$
$10\cos\alpha = BD$; $\alpha > 0$, $\alpha < 90°$, =>
=> $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{x^2}{100}} = \frac{\sqrt{100-x^2}}{10}$,
=> $BD = \sqrt{100-x^2}$

3) $BF = BD$, => $BF = \sqrt{100-x^2}$

4) $\triangle CBF$ – прямоуг, $\angle B = 90°$, => $BC^2 + BF^2 = CF^2$,
=> $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2} = \sqrt{x^2 + (100-x^2)} = 10$
$CF = 10$

3) если $BC = 6$, то $\sin\alpha = \frac{3}{5}$
$\cos\alpha = \frac{4}{5}$, => $BD = 8$

$\sin\angle ABC = \sin(45+\alpha) =$
$= \sin 45\cos\alpha + \cos 45 \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{3+4}{5}\right) = \frac{7}{\sqrt{2}\cdot 5}$ =>
=> $\sin\angle ABF = |\cos\angle ABC|$;
т.к. $\sin\angle CAB < \sin\angle BAD$, $\angle CAB < \angle BAD$, => $\angle ABC > 90°$
$|\cos\angle ABC| = \sqrt{1-\frac{49}{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot 5}$, => $\sin\angle ABF = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot 5}$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot 6\cdot\frac{7}{\sqrt{2}\cdot 5} = 21$
$S_{\triangle CBF} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8 = 24$
$S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot 8\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\cdot 5} = 4$
=> $S_{\triangle ACF} = 21 + 24 + 4 = 49$

Ответ: $CF = 10$; $S_{ACF} = 49$;

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0 & (2) \end{cases}$

1) ОДЗ: $x>0,\ y>0$

(1) $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$

$\frac{(y^5)^{\lg x}}{x^{\lg x}} = (y^{\lg x})^2 \cdot (y^{\lg y})^2$

$(y^{\lg x})^3 = x^{\lg x}\cdot(y^{\lg y})^2$

$\underline{x=y}$

(2) $x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0$

$x^2-2x(y+2)-3y^2+12y=0$

$\frac{D}{4}=(y+2)^2+3y^2-12y=$

$=4y^2-8y+4=4(y-1)^2$

$x_{1,2}=y+2\pm\sqrt{4(y-1)^2}$

$\left[\begin{array}{l} x=y+2+2y-2=3y \\ x=y+2-2y+2=4-y \end{array}\right.$

Ответ: $(2;2)$

2) $\cos 11x-\cos 3x-\sin 11x+\sin 3x=\sqrt{2}\cos 14x$

$(\cos 11x-\cos 3x)+(\sin 3x-\sin 11x)=\sqrt{2}\cos 14x$

$2\sin 7x\sin(-4x)+2\sin(-4x)\cos 7x=\sqrt{2}(\cos^2 7x-\sin^2 7x)$

$(\sin 7x+\cos 7x)\,2\sin(-4x)=\sqrt{2}(\cos 7x+\sin 7x)(\cos 7x-\sin 7x)$

$(\sin 7x+\cos 7x)(\cos 7x-\sin 7x+\sqrt{2}\sin 4x)=0$

$\sin 7x+\cos 7x=0$

$\sin 7x=-\cos 7x$

$\operatorname{tg} 7x=-1$ (т.к. $\cos 7x$ и $\sin 7x$ не могут одновр. быть «=» 0)

$7x=-\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$

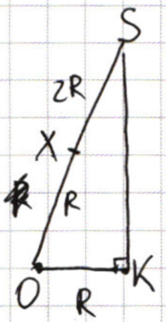
$x=-\frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{7},\ k\in Z$

Ответ: $x=-\frac{\pi}{28}+\frac{\pi k}{7},\ k\in Z$

④ ~~Пусть~~ SO ~~пересек~~ пересек сферу в т. X и в т. Y

~~т.к.~~ т.к. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$, $\frac{SX}{SY} = \frac{1}{2}$; $\frac{SX+2R}{SX} = \frac{2}{1}$, $\Rightarrow$ $2R = SX$

$SY = SX + 2R$



$\sin\angle KSO = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin\frac{1}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0 & (2) \end{cases} \qquad x, y > 0$$

(2) $x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0$

$x^2-2x(y+2)-3y(y-4)=0$

$\frac{D}{4} = (y+2)^2+3y(y-4) = y^2+4y+4+3y^2-12y = 4y^2-8y+4 = 4(y-1)^2$

$x = y+2 \pm \sqrt{4(y-1)^2}$

$\left[\begin{array}{l} x = y+2+2y-2 = 3y \\ x = y+2-2y+2 = 4-y \end{array}\right.$

$\underline{(x-3y)(x+y-4)} = \underline{x^2+xy-4x-3xy-3y^2+12y} = x^2-2xy-4x-3y^2+12y$

I $\underline{x=3y}$

(1) $\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$

$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2}$

$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg 3y^2}$

$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = (y^2)^{\lg y^2}\cdot(y^2)^{\lg 3}$

$\frac{(y^4)^{\lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = (y^2)^{\lg y^2}\cdot(y^2)^{\lg 3}$

$\frac{(y^4)^{\lg y}\cdot(y^4)^{\lg 3}}{3^{\lg y}\cdot 3^{\lg 3}} = (y^2)^{\lg y^2}\cdot y^{\lg 3}\cdot y^{\lg 3}$

$\frac{\cancel{(y^{\lg y})^4}\cdot(y^{\lg 3})^4}{3^{\lg y}\cdot 3^{\log_{10}3}} = \cancel{(y^{2\lg y})^2}(y^{\lg 3})^2$

$(y^{\lg 3})^2 = 3^{\lg 3y}$

$y^{\lg 3}\cdot y^{\lg 3} = 3^{\lg 3}\cdot 3^{\lg y}$

$\lg 3y = \lg 3 + \lg y$

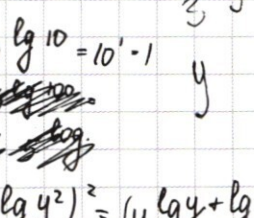
~~lg 10 = 1~~

~~lg 100 = 2~~ $\lg 10 + \lg 1$

$\left(3^{\lg 3}\right)^3$

$10^{\lg 10} = 10^1 = 10$

$(y^{\lg y^2})^2 = (y^{\lg y+\lg y})^2 = (y^{2\lg y})^2 = (y^{\lg y})^4$



$\left(\frac{y}{3}\right)^{\lg 3}$

$(3^{\lg y}) =$

$y^{\lg 3} = y^{\lg 3 - 1}$

$\underline{y=3}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x = 4 - y$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} = (y^{\lg xy})^2 =$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = (y^{\lg x} \cdot y^{\lg y})^2$$

$$\frac{(y^5)^{\lg x}}{x^{\lg x}} = (y^{\lg x})^2 \cdot (y^{\lg y})^2$$

$$\frac{(y^{\lg x})^5}{x^{\lg x}} = (y^{\lg x})^2 \cdot (y^{\lg y})^2$$

$$\boxed{(y^{\lg x})^3 = x^{\lg x} \cdot (y^{\lg y})^2}$$

$x > y$

$\lg x = a$

$\lg y = b$

$y^{3a} = x^a \cdot y^{2b}$

$$(y^{\lg(4-y)})^3 = (4-y)^{\lg(4-y)} \cdot (y^{\lg y})^2$$

$y \geq y$

$$(y^{\lg x})^3 = x^{\lg x} \cdot (y^{\lg y})^2$$

$$(y^{\lg x})^2 \cdot y^{\lg x} = x^{\lg x} \cdot (y^{\lg y})^2$$

$$y^{2(\lg x - \lg y)} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x}$$

$$\lambda = y^{2\lg\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x}$$

$x > y$, $\lg$

$x > y$ $\quad 2\lg\frac{x}{y} > 0$

$\frac{x}{y} = k$

$\lambda > 1$, если $y > 1$

$\lambda < 1$, если $y > 1$

$x, y > 1$

черновик ☐ чистовик

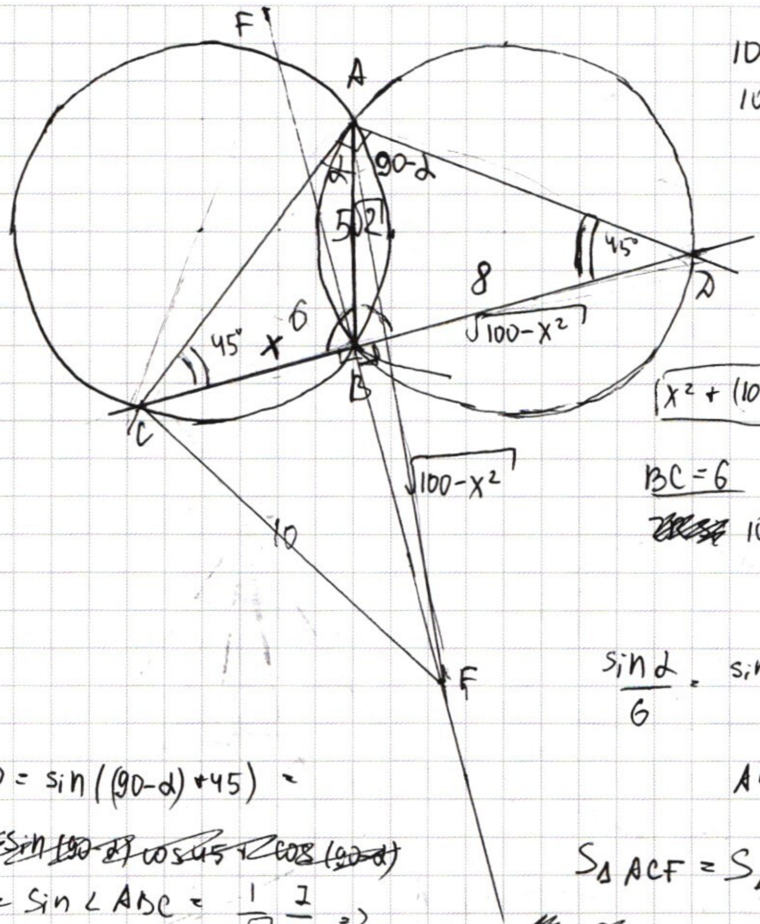
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



$10\sin\alpha = x$

$10\cos\alpha = 10\sqrt{1-\sin^2\alpha} = 10\sqrt{1-\frac{x^2}{100}} = 10\,\frac{\sqrt{100-x^2}}{10} = \sqrt{100-x^2}$

$\boxed{x^2+(100-x^2)=100=10}$

$BC = 6$

$10\sin\alpha = 6$

$\sin\alpha = \frac{3}{5};\ \cos\alpha = \frac{5}{4}$

$\frac{\sin\alpha}{6} = \frac{\sin 45}{AB}$

$AB = \frac{6\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 5}{3} = 5\sqrt{2}$

$S_{\Delta ACF} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta BCF} + S_{\Delta ABF}$

$\sin(ABC) = \sin(45+\alpha) = \sin 45\cos\alpha + \cos 45\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\alpha+\sin\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{7}{5}\right)$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{7}{5} = 21$

$S_{BCF} = \frac{6\cdot 8}{2} = 24$

$\sin\angle ABD = \sin((90-\alpha)+45) =$

$= \cancel{\sin(90-\alpha)\cos 45 + \cos(90-\alpha)}$

$= \sin\angle ABC = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{7}{5}, \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin ABF = \sin(90+\angle ABD) =$

$= \sin 90\cdot\cos(\angle ABD) =$

$= \cancel{\sin 90\cdot 1-\cos}$

$\alpha < 90-\alpha, \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABC > 90°, \Rightarrow$

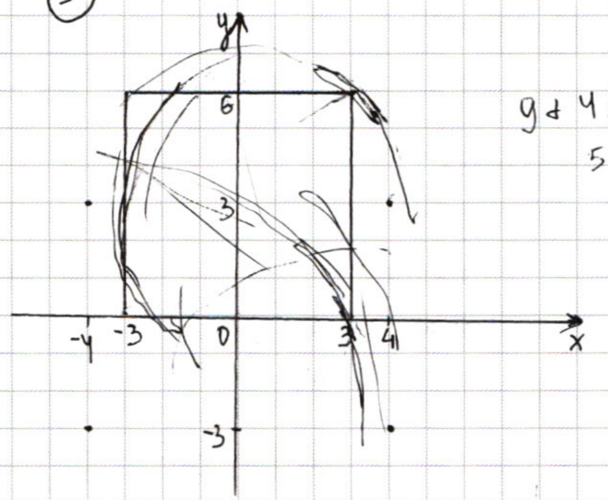
$\Rightarrow \cos\angle ABD > 0$

$\cos\angle ABD = \sqrt{1-\frac{49}{2\cdot 25}} = \sqrt{\frac{50-49}{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{5}$

$S_{\Delta ABF} = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot 8\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\cdot 5} = 4$

$S_{ABF} + S_{ABC} + S_{BCF} = 21+24+4 = \underline{49}$

5



$9+49$

58

при $a>5$ $a<7$ 6 реш

при $a=7$ 8

при $a=\sqrt{49+9}$ 6 реш

при $a=\sqrt{81+16}=\sqrt{97}$ — три реш

при $a=\sqrt{49+81}=\sqrt{130}$ два решен

$y>2^x+3\cdot 2^{65}$

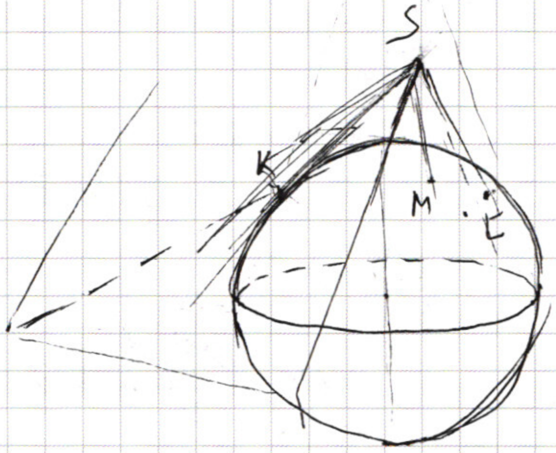
$y\le 70+(2^{64}-1)x$ $\quad +\underbrace{2^{64}-1}$

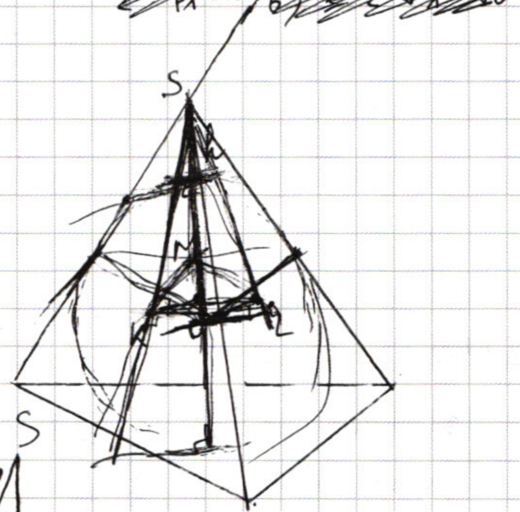
~~$70+2^{64}x-x > 2^x+3\cdot 2^{65}$~~

~~$2^{64}(x-16) \ge 2^x+x-70$~~

$2^{64}-1$ $\qquad 2^x$

4





~~$2^x+3\cdot 2^{65} = 70+2^{64}x-x \quad 2^{64}x-2^x=3\cdot 2^{65}$~~

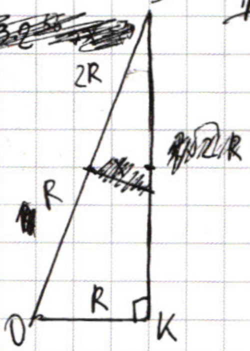
$F(x)=70+2^{64}x-x-2^x-3\cdot 2^{65}=$

$F(x)'=2^{64}-1-(2^x)'=$

$x=1$ $\qquad 2^{65}\cdot 3+2$

$2^{64}-1+70$

$x=2$



$\dfrac{h}{h+2R}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{h+2R}{R}=\dfrac{2}{1}$

h

$2x^2-2^4=0$

2^x-64

$(a^x)'=\log_a x\cdot x'$

$\log_2|x|$ при

$2^{64}-1$

при $x=65$

$A_{(x)}=2^x+3\cdot 2^{65}$

$B_{(x)}=70+(2^{64}-1)x$

$A_{(65)}\ 2^{67}$

$B>A$

$\log_2|x|\cdot x \quad =0$

при $x=1$

$B_{(65)}=70+(2^{64}-1)\cdot 65=70+(2^{64}-1)\cdot(2^6+1)=$

$=70+2^{70}+2^{64}-2^6-1$

$(2^{x^2-4})'=\log_2|x^2-4|$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$3375 : 25 = 135$, $135 : 5 = 27$

$3375 = 25 \cdot 135 = 5^3 \cdot 3^3$

$2C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 2 =$

$\overline{a_1 a_2 \dots a_8}$ $\quad a_i = 1, 3, 5, 9$

$a_i, a_j, a_k = 5$; ost. 5: $3, 9, 1, 1, 1$

$3, 3, 3, 1, 1$

$560 \cdot 3 = 1680$

$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1 + C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{4!} \cdot \frac{5!}{4!} + \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!}$

$= \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} \cdot 5 \cdot 5 + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 4} =$

$= 5 \cdot 7 \cdot 8 (5 + 2) = 5 \cdot 7^2 \cdot 8$

2

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos(3x + 11x)$

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 3x \cos 11x - \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x$

$\sqrt{2} \sin 11x \sin 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 3x \cos 11x - \cos 11x + \cos 3x$

$\sin 11x (\sqrt{2} \sin 3x - 1) + \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 11x (\sqrt{2} \cos 3x - 1) + \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2 \sin y \cos x$

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$

$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

$\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2 \sin x \cos y$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2 \cos x \cos y$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2 \sin x \sin y$

$\cos \pi - \cos \frac{\pi}{2} = -1$

$2 \sin \frac{3\pi}{4} \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) =$

$= 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$

$\cos 11x - \cos 3x = 2 \sin 7x \sin(-4x)$

$\sin 3x - \sin 11x = 2 \sin(-4x) \cos 7x$

$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$\cos^2 7x - \sin^2 7x + \sqrt{2} \sin 7x \sin 4x + \sqrt{2} \sin 4x \cos 7x = 0$

$(\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x) + \sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) = 0$

$(\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2} \sin 4x) = 0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___
(Нумеровать только чистовики)

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$(\cos 11x - \cos 3x) + (\sin 3x - \sin 11x) = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$2\sin 7x \sin(-4x) + 2\sin(-4x)\cos 7x = \sqrt{2}(\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$

$(\sin 7x + \cos 7x)\sqrt{2}\sin(-4x) = (\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x - \sqrt{2}\sin(-4x)) = 0$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x) = 0$

$\cos(8x - x) - \sin(8x - x) + \sqrt{2}\sin 4x =$

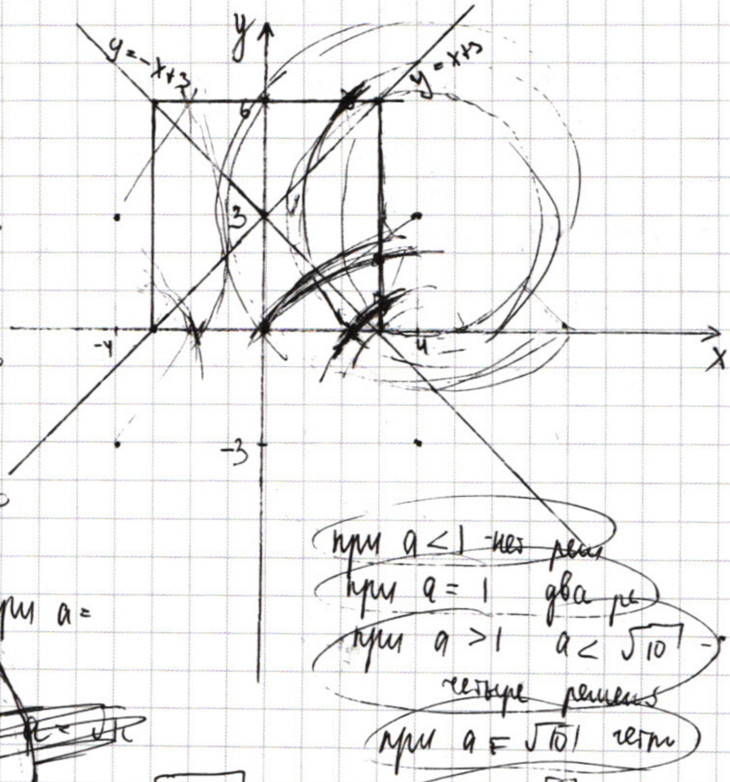
$= \cos 8x\cos x + \underbrace{\sin 8x \sin x} - \sin 8x \cos x + \underbrace{\sin x \cos 8x} + \sqrt{2}\sin 4x =$

$=$

---

5. $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y-3-x \ge 0 \\ y-3+x \ge 0 \\ 2y-6 = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x \ge 0 \\ y-3+x < 0 \\ -2x = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x \ge 0 \\ 2x = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y-3-x < 0 \\ y-3+x < 0 \\ -2y+6 = 6 \end{cases} \end{array}\right.$
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \ge x+3 \\ y \ge -x+3 \\ y = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} y \ge x+3 \\ y < -x+3 \\ x = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} y < x+3 \\ y \ge -x+3 \\ x = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} y < x+3 \\ y < -x+3 \\ y = 0 \end{cases} \end{array}\right.$



при $a < 1$ нет реш

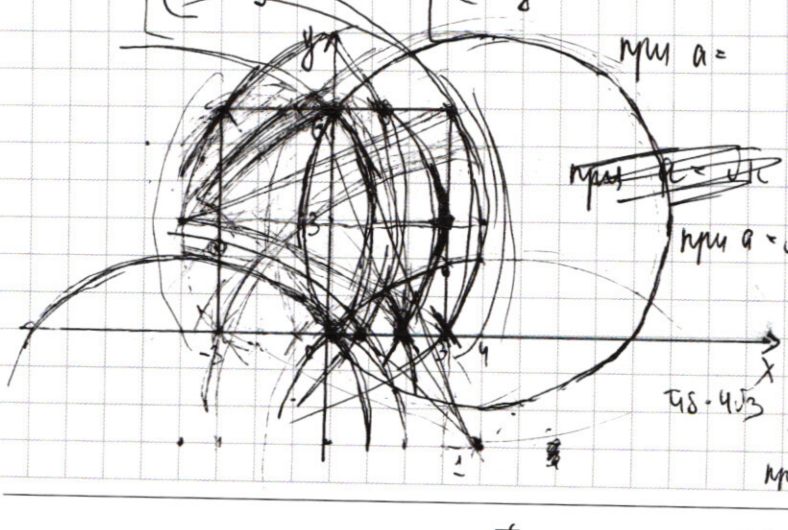
при $a = 1$ два р

при $a > 1$ $a < \sqrt{10}$ четыре решения

при $a = \sqrt{10}$ четы

при $a > \sqrt{10}$ $a < 5$ шесть решений

при $a = 5$, четыре реш



при $a =$

~~при a = √…~~

при $a = \sqrt{16+81}$

$45 - 4\sqrt{3}$

$\sqrt{82}$

$3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{45}$

при $a > 3\sqrt{5}$

при $a < 5$ $a \le 3\sqrt{5}$ 6 реш

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)