

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИД

Бланк задания должен быть вложен в |
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

3375 | 5
675 | 5
135 | 5
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

т.е мы можем представить число
3375 в виде произведения восьми цифр:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 1^2$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 9 \cdot 3$$

Если считать это набором различных чисел,
то в каждом 8!, при этом каждая «повторяющаяся»
цифра увеличивает число вариантов:

Если степень 3, то в 3 раза, если 2: в 2 раза.

Тогда в первом случае:

$$S_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8$$

А во втором

$$S_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 3} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2$$

Тогда общее число:

$$8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 + 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 3 = 21 \cdot 40 \cdot 8 = 840 \cdot 8 = 6720$$

Ответ: 6720.

Задача 2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = \cos(7x + 4x) - \cos(7x - 4x) = \cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x -$$

$$- \cos 7x \cos 4x + \sin 7x \sin 4x = -2 \sin 7x \sin 4x$$

$$- \sin 11x + \sin 3x = -\sin(7x + 4x) + \sin(7x - 4x) = -\sin 7x \cos 4x -$$

$$- \cos 7x \sin 4x + \sin 7x \cos 4x - \cos 7x \sin 4x = -2 \cos 7x \sin 4x$$

$$-2(\cos 7x \sin 4x + \sin 7x \sin 4x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) + \cos^2 7x - \sin^2 7x = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(\sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \cos 7x + \sin 7x = 0 \\ & \cos 7x = -\sin 7x \end{aligned}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0$$

$$\cos 7x - \sin 7x = \cos 7x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) = -2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \sin 4x - \sqrt{2} \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin 4x = \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2\pi k + 4x = 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

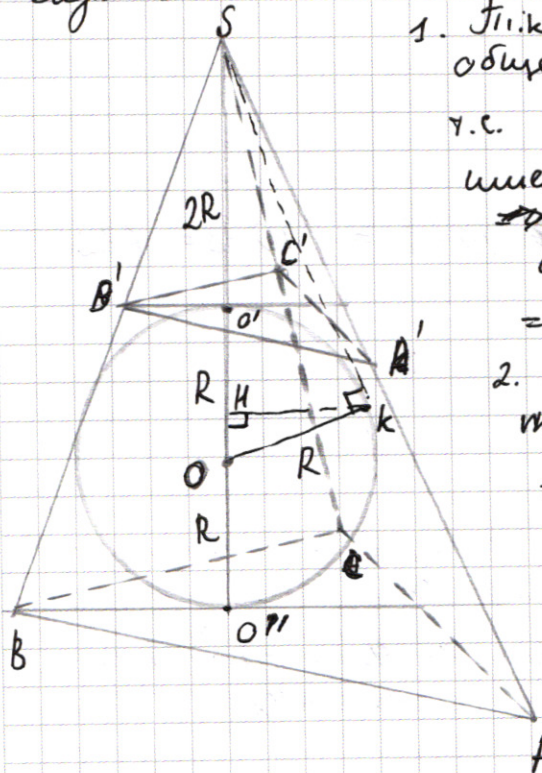
$$2\pi b + \pi - 4x = 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$11x = 2\pi b + \frac{5\pi}{4}$$

$$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi b}{11}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}; x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi b}{11}, n, k, b \in \mathbb{Z}$$

Задача 4.



1. Так как $(A'B'C')$ и (ABC) перпендикулярны общей плоскости $SO \Rightarrow$ они параллельны.

т.е. $AB \parallel A'B'$; $B'C' \parallel AC'$, а также имеют равные углы, т.к. заключены между плоскостями одного трехгранного угла и перпендикулярны между собой

$$\Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$$

2. При этом площади подобных треугольников относятся как k^2

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}, \text{ т.е. } \frac{A'B'}{AB} = \frac{O'B'}{O''B} = \frac{1}{2}$$

3. При этом $O'B' \parallel O''B$ $\Rightarrow \angle S B' O' = \angle S B O''$ (попарно) $\Rightarrow \triangle B'SO' \sim \triangle B'SO''$ по двум

$$\text{углам} \Rightarrow \frac{SO'}{SO''} = \frac{1}{2}, \text{ где}$$

$$O'O'' = 2R$$

$$\Rightarrow SO'' = 4R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Т.е., если $SO' = 2R$, то $OS = 3R$, тогда

$$\angle KSO = \arcsin \frac{R}{3R} = \arcsin \frac{1}{3}, \text{ аналогично } \angle KSO = \angle LSO = \angle MSO$$

5. Проведем $KH \perp SO$, $KS = \sqrt{8}R$ (из т. Пифагора)

$$\Rightarrow KH = \frac{R \cdot \sqrt{8}R}{3R} = \frac{\sqrt{8}}{3}R, \text{ тогда из т. Пифагора}$$

$$SH = \frac{\sqrt{8}R}{3} \cdot \sqrt{8} = \frac{8}{3}R$$

6. При этом аналогично будет для точек L и $M \Rightarrow$

(KLM) будет параллельно (ABC) , т.е.: ~~ка~~ сечение через

$\triangle KLM$ будет подобно $\triangle ABC$ и $A'B'C'$

$$\Rightarrow \left(\frac{2R}{\frac{8}{3}R} \right)^2 = \frac{1}{S}$$

$$S = \frac{16}{9}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$; $S = \frac{16}{9}$

Задача 5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 & (1) \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a & (2) \end{cases}$$

2) второе уравнение представляет из себя 4 окружности с центрами $(4, 3); (-4, 3); (4, -3); (-4, -3)$ и радиусом $\sqrt{a}$

1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

$$\begin{cases} y-3-x \geq 0 \\ y-3+x \geq 0 \\ y-3-x + y-3+x = 6 \end{cases} ; \begin{cases} y \geq 3+x \\ y \geq 3-x \\ 2y = 12 \end{cases} ; \begin{cases} y = 6 \\ x \leq 3 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

2) ~~$|y-3-x|$~~ $\begin{cases} y-3-x \leq 0 \\ y-3+x \leq 0 \\ y-3-x + y-3+x = -6 \end{cases} ; \begin{cases} y = 0 \\ x \geq -3 \\ x \leq 3 \end{cases}$

$$\begin{cases} y-3-x \leq 0 \\ y-3+x > 0 \\ y+3+x+y+3+x=6 \end{cases} \quad x=$$

$$\begin{cases} y \leq 3+x \\ y \geq 3-x \\ -y+3+x+y-3+x \geq 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 3+x \\ y < 3-x \\ y-3-x-y+3-x=6 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 6 \\ x=-3 \end{cases}$$

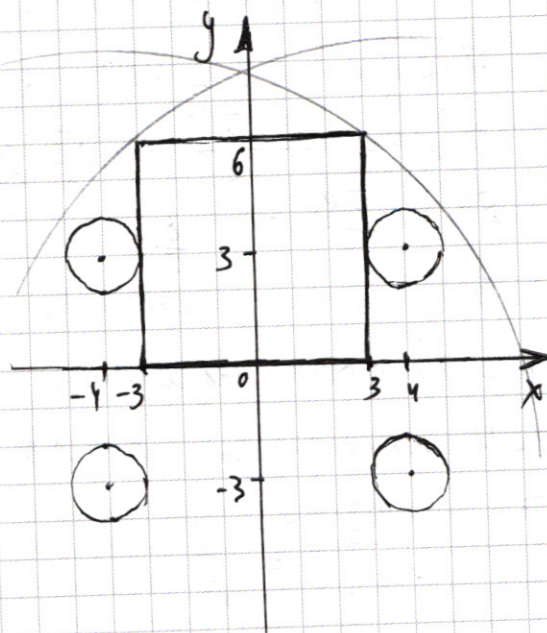
Есть две случая касания:

две вершины (при $a=1$)

Затем будет больше двух решений
и когда касаются только две
линии (геометрически:

$$7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130$$

Ответ: $a = \{1; 130\}$



Задача 6.

Поскольку $\angle FBD = 90^\circ$, т.е.

$\angle TBD = 90^\circ$, а также $\angle CAB = 90^\circ$, то

они опираются на ~~одну и ту же~~ ^{одну и ту же} дугу
диаметра $\Rightarrow$ точка пересечения CA окружности
и продолжения FB — совпадает.

а) CM — диаметр BF :

CM — диаметр, т.к. 90°

$\Rightarrow \angle CMB = \angle CAB$ (на одну
дугу опираются)

и $\angle TAB = \angle TDB$

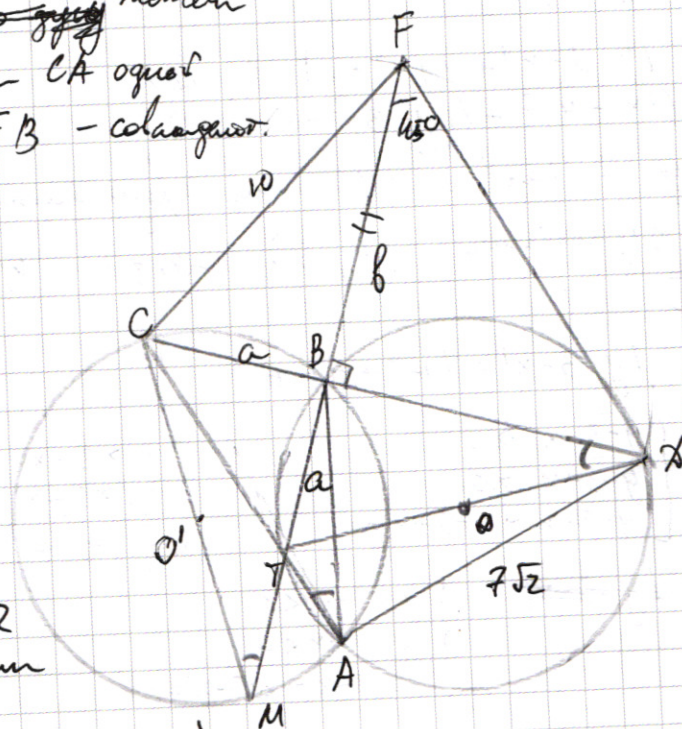
$\Rightarrow \angle CMB = \angle BDT$

при этом $\angle TDB$ и $\angle CBM$ по

90° , т.е. $CM = TD = 2R$

где $\Rightarrow$ по к.у. треугольники

$\Rightarrow \triangle CBM = \triangle BTD$ (по гипотенузе и углу)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $CB=a$, то $BT=a$, где $\angle CBT=90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle CBT$ — равнобедренный прямоугольный треугольник
 (Аналогично FBA) $\Rightarrow \angle TCB = \angle BTC = \angle BFA = \angle FAB = 45^\circ$

При этом: $\triangle MCB$ и $\triangle CFB$:

CB — общая, $\angle CBM = 90^\circ = \angle CBF$; $BM = BA = BF = b$
 $\Rightarrow \triangle MCB = \triangle CFB$ (по углу и двум сторонам)
 $\Rightarrow CF = 2R = 10$

б) $\angle FCA = \angle FCB + \angle BCA$.

Если $CB=6$; $FC=10$, то $FB=8 \Rightarrow \angle FCB = \arcsin \frac{4}{5}$

$S_{AFC} = \frac{1}{2} \sin \angle FCA \cdot CA \cdot FC$

где $AC=AD$, т.к. $\angle ACD = 45^\circ$, а $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow$
 $\angle CDA = 45^\circ \Rightarrow \triangle ACD$ — равнобедренный.

Если $CB=6$; $BA=8$, то $CA=14$, тогда $AD=7\sqrt{2}$
 $AC=7\sqrt{2}$

$$S_{AFC} = \frac{1}{2} \sin \left(\arcsin \frac{4}{5} + \frac{\pi}{4} \right) \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sin \left(\arcsin \frac{4}{5} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \left(\arcsin \frac{4}{5} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = 5 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) = \frac{7}{5} \cdot 5 \cdot 7 = 49$$

Ответ: $CF=10$, $S_{AFC}=49$

Задача 3.

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{x}\right)^{\lg x} = y^2 \lg x y & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$$

$$2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\Delta = (-y-2)^2 + 3y^2 + 12y = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 + 12y = 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2$$

$$\begin{cases} x_1 = y+2 - 2y+2 = -y+4 \\ x_2 = y+2 + 2y-2 = 3y \end{cases}$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y^{5 \lg x} = x^{\lg x} y^{2 \lg xy}$$

$$1) x = 3y$$

$$y^{5 \lg 3y} = (3y)^{\lg 3y} y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{2 \lg 3y} (y^{2 \lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y} - y^{\lg y}) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.
$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 3+x & 3 > x \\ y > 3-x & -3 < x \\ y-6 = 6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 3+x & y < 6 \\ y > 3-x & y > 0 \end{cases}$$

$$-y+3+x+y-3-x = 6$$

$$2x = 6$$

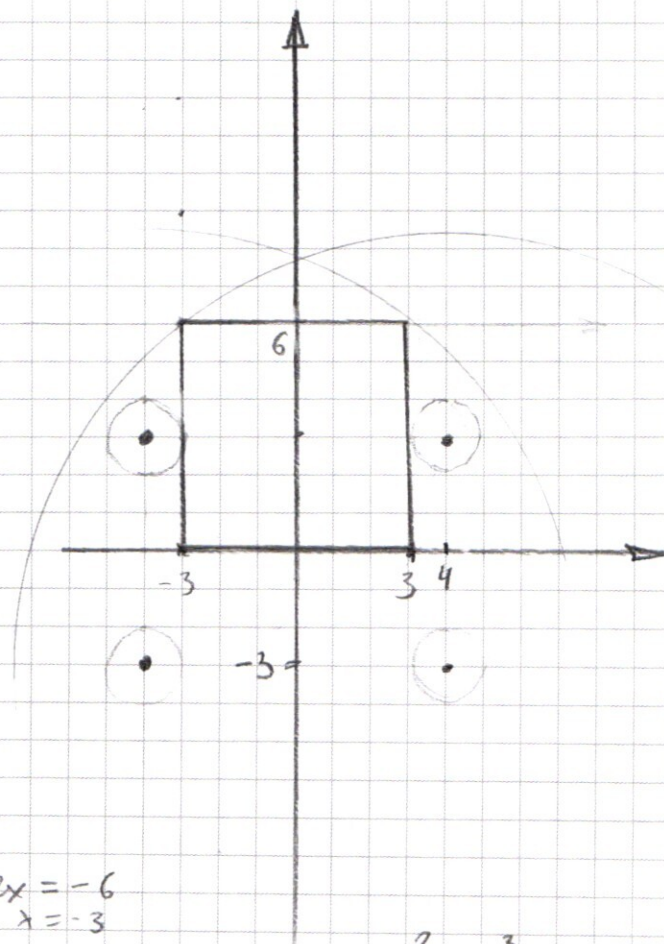
$$x = 3$$

$$\begin{cases} y > 3+x & y > 0 \\ y < 3-x & y < 6 \end{cases}$$

$$y-3-x - y+3-x = 6$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

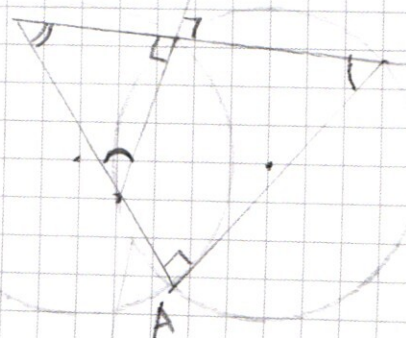
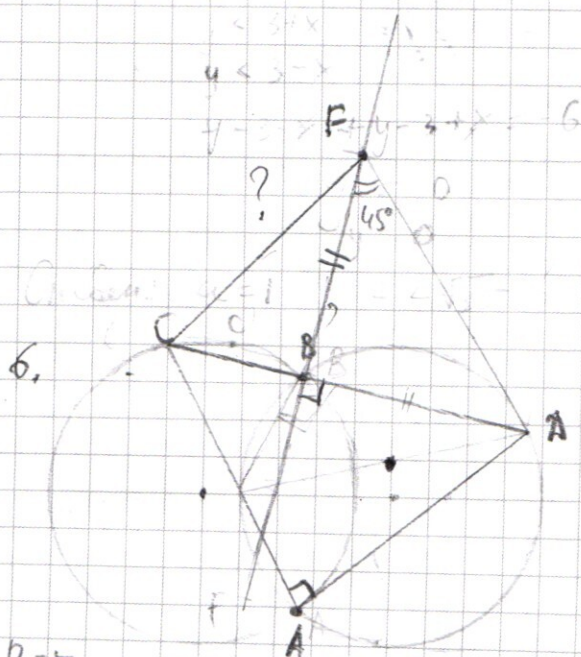


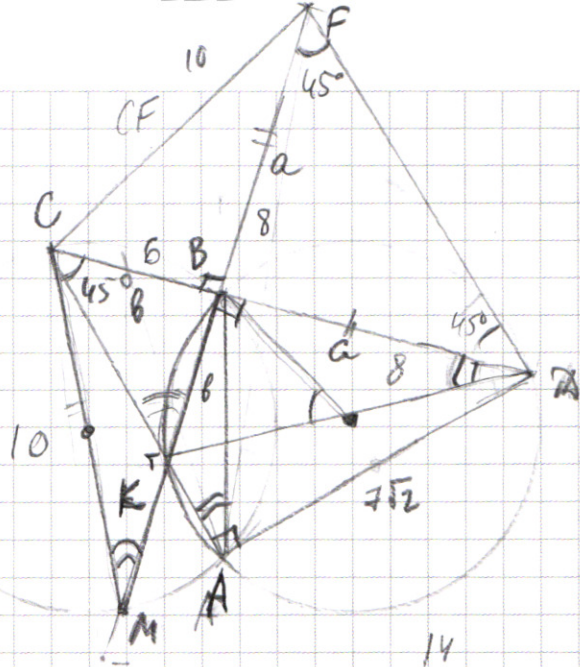
$$\begin{aligned} y &< 3+x \\ y &< 3-x \\ y-3-x + y-3-x &= -6 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$7 + 9 = 16$$

$$= 16 \cdot 0 = 4 \cdot 35$$

$$a = \{1; \pm 2\sqrt{35}\}$$





CF = 2R

a) CM - медиана BF:
CM - высота т.к. $\angle CMB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle CMB = \angle CAB$ (на одной дуге)

$\angle TAB = \angle TDB$

Общая хорда и углы равны

$\Rightarrow TB = DB$; $BA = BM$

$\triangle CBF = \triangle TDB$ (по 2 углам)

$\Rightarrow CF = 2R = TD$

$AC = 7\sqrt{2}$

$CF = 10$

$\angle FCB = \arcsin \frac{4}{5}$

$S_{AFC} = \frac{1}{2} \sin \left(\arcsin \frac{4}{5} + \frac{\pi}{4} \right) \cdot 10 \cdot 7\sqrt{2}$

$= 5 \cdot 7\sqrt{2} \left(\sin \left(\arcsin \frac{4}{5} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \left(\arcsin \frac{4}{5} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) =$

$= 5 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \right) =$

$= 5 \cdot 7 \cdot \frac{7}{5} = 49$

Ответ: 10; 49

1. 2 2 1
2 1 2
1 2 2

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

2 2 1 3
2 1 3 2
2 3 1 2
2 2 3 1
2 3 2 1
2 1 2 3

$\times 2$

105
 $\times 64$
420
630
6720

$8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$S_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{16 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8}{3}$

$S_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 8}{3}$

$5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 8 = 21 \cdot 5 \cdot 64 =$
 $= 105 \cdot 64$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. -----

$$\begin{array}{r|l} 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 9 \quad 3 \text{ и } 3 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 5^3 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1^3$$

$$3375 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 1^2$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

~~$$\cos 2x = \cos^2 x$$~~

~~$\sin 2x$~~

2. $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$

$$\cos 11x - \sin 11x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = \cos(7x + 4x) - \cos(7x - 4x) = -2 \sin 7x \sin 4x$$

$$-\sin 11x + \sin 3x = -\sin(7x + 4x) + \sin(7x - 4x) = -2 \cos 7x \sin 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \cos 7x \sin 4x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) + (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \cos 7x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$\sin 7x = -\cos 7x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x + \cos 7x - \sin 7x = 0$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 7x - \sin 7x =$$

$$= \cos(7x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) =$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = -2 \sin \frac{\pi}{4} \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2 \sin x \sin y = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$2\pi n + \frac{\pi}{2} - 4x = 7x + \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} + 4x = 7x + \frac{\pi}{4}$$

$$11x = 2\pi n + \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{2\pi n}{11} + \frac{\pi}{44}$$

$$3x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \quad \sin 4x = \cos\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3} \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = \sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\left\{ \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \right.$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 + 2(-y-2)x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$x = y^2 + 4y + 4 + 3y^2 - 12y = 4y^2 - 8y + 4 = (2y-2)^2 = 2(y-1)$$

$$x = (y+2) \pm 2(y-1) ; \quad \underline{x = -y+4} ; \quad \underline{x = 3y}$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x > 0$$

$$y > 0$$

$$y^{2 \lg xy} = y^{2 \lg x + 2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = \frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$y^{2 \lg x} (y^{3 \lg y} \cdot x^{\lg x} - 1) = 0$$

$$y^{2 \lg x} = 0$$

$$y^{3 \lg x + 2 \lg y} \cdot x^{\lg x} = 1$$

$$x^3 \lg y + \lg x \cdot y^{3 \lg x + 2 \lg y}$$

$$y^{\lg(x^3 + y^2)} \cdot x^{\lg x} = 1$$

$$\frac{y^5}{-y+4}$$

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{y^4}{3} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{4 \lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{2 \lg 3y} (y^{2 \lg 3y} \cdot 3^{-\lg 3y} - y^{\lg y}) = 0$$

$$y^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3 + \lg y} - y^{\lg y} = 0$$

$$y^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3} - 1 = 0$$

$$y^{\lg 3y} = y^0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Вписанный шар в усеченную конусную

Прямой конус с: γ

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4R \cdot \gamma = \frac{1}{3} 2R \cdot 1$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 6R = 3R$$

$V_{\text{шара}} =$

$$K = \frac{R^2 \sqrt{8}}{3R} = \frac{\sqrt{8}}{3} R$$

$$\sqrt{8 - \left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)^2} = \sqrt{8 - \frac{8}{9}} =$$

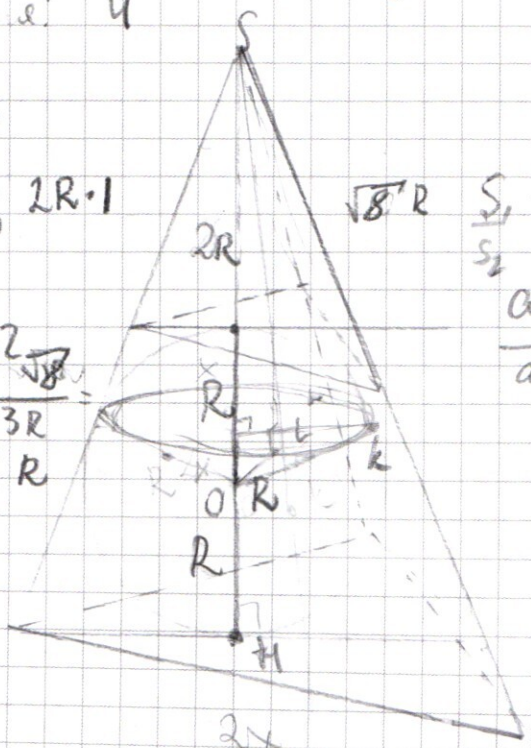
$$= \sqrt{\frac{8 \cdot 8}{9}} = \frac{8}{3} R$$

$$\left(\frac{2R}{\frac{8}{3}R}\right) = \frac{1}{S}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{S}$$

$$S = \frac{16}{9}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{9}{16}$$



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} = \gamma$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)