

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ ((x-4)^2 + (y-3)^2 = a \end{cases}$$

2 реш.

Рассм 1^{ое} уравн:

1) $x \in [-3; 3]$ $y-3-x \geq 0, y-3+x \geq 0: y=6$

При $y=6: x \in [-3; 3]$

2) $y-3-x > 0, y-3+x < 0: x=-3$

При $x=-3: y \in [0; 6]$

3) $y-3-x < 0, y-3+x > 0: x=3$

При $x=3: y \in [0; 6]$

4) $y-3-x < 0, y-3+x < 0: y=0$

При $y=0: x \in [-3; 3]$

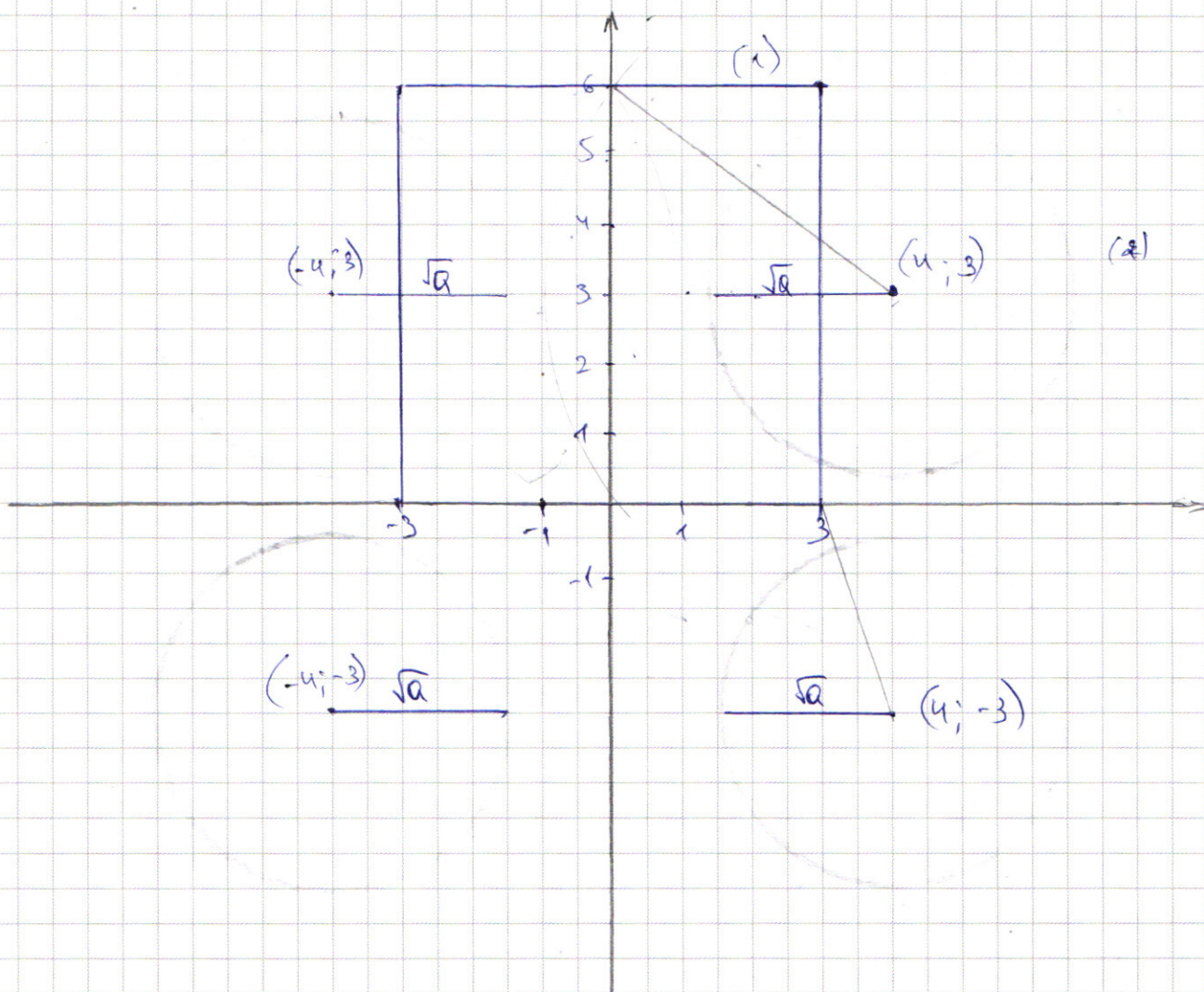
Рассм. 2^{ое} ур-ние.

$x \geq 0, y \geq 0: (x-4)^2 + (y-3)^2 = a$

$x \leq 0, y \geq 0: (x+4)^2 + (y-3)^2 = a$

$x \geq 0, y \leq 0: (x-4)^2 + (y+3)^2 = a$

$x \leq 0, y \leq 0: (x+4)^2 + (y+3)^2 = a$



Случай 1: 2 окр. Из верхней половины касаются
 $x=3$ и $x=-3$

В этом случае их радиусы - $r \Rightarrow \sqrt{a} = r \Rightarrow a = r^2$

Заметим, что график симметричен, то есть если окружность с центром $(4; 3)$ будет пересекаться с $x=3$, то и окр с центром $(-4; 3)$ будет пересекаться с $x=-3$.
 Этот случай не подходит.

~~То есть при $\sqrt{a} > 1$ система имеет более 2 решений.~~

А при $\sqrt{a} < 1$ окружности в верхней половине не будут пересекаться с графиком первого уравнения, а в нижней будут его не касаться своим центром, то есть решений не будет.

~~$a = 1$ - единственное подходящее.~~

~~Ответ: 1~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Случай 2. $a = 25$. Тогда радиусы окружностей $R = 5$. При $R = 5$ система имеет решения: $(0; 6)$ и $(0; 0)$. Также при $R = 5$ окружности касаются пополам не радиус ковария решения
Ответ: 1; 25.

№1

Заметим, что $3375 = 3^3 \cdot 5^3$, тогда 8-значное число может состоять из цифр след. наборов:

1) 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5 или 1, 1, 1, 3, 5, 5, 5, 9

При первом наборе:

$$\text{Кол-во случаев } P_1 = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6} = 560$$

При втором:

$$\text{Кол-во случаев } P_2 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 1120$$

Тогда всего: $P = P_1 + P_2 = 1680$

Ответ: 1680.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$xy > 0, x > 0,$$

$$\frac{y^5}{x} > 0, y > 0$$

$$(1): \frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg xy}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x + 2 \lg y} \Rightarrow \frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y^{3 \lg x}}{y^{2 \lg x}} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x} \Rightarrow y^{\lg x} \cdot y^{\lg x} = y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$\frac{y^{\lg x}}{y^{2 \lg y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x} \Rightarrow y^{\lg \frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\lg x} \Rightarrow$$

$$y^{\lg \frac{x^3}{y^2} + \lg x} = x^{\lg x} \Rightarrow y^{\lg \frac{x^3}{y^2}} = x^{\lg x}$$

$$\lg \frac{x^3}{y^2} \lg y = \lg^2 x \Rightarrow \lg \left(x \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2\right) \lg y = \lg^2 x$$

$$\lg x \lg y + 2 \lg y \cdot \lg \frac{x}{y} = \lg^2 x,$$

$$2 \lg y \cdot \lg \frac{x}{y} = \lg x \lg \frac{x}{y}$$

$$2 \lg y - \lg x = 0 \quad \text{или} \quad \lg \frac{x}{y} = 0$$

$$\lg y^2 = \lg x$$

$$y^2 = x$$

$$x = y$$

$$(2): \text{Если } x = y, \text{ то}$$

$$y^2 - 2y^2 - 4y - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$-4y^2 + 8y = 0$$

$$y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y = 2 \quad \text{или} \quad y = 0$$

$$x = 2 \quad \text{или} \quad x = 0$$

(0; 0) не явл. реш.

а) Если $y^2 = x$

~~$y = \sqrt{x}$ или $y = -\sqrt{x}$~~

а) Если $y = \sqrt{x}$, то

~~$x^2 - 2\sqrt{x} - 4x - 3x + 12\sqrt{x} = 0$~~

~~$x^2 - 7x - 2x\sqrt{x} + 12\sqrt{x} = 0$,~~

~~$x^2 - 7\sqrt{x^3}$~~

~~Пусть $\sqrt{x} = t, t \geq 0$~~

~~$t^4 - 7t^2 - 2t^3 + 12 = 0$,~~

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y = 0 \Rightarrow x = 0$ - тривиальное решение.

$y^3 - 2y^2 - 4y - 3y + 12 = 0$

$y = 3$ - корень $\Rightarrow x = 9$

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \\ - (y^3 - 3y^2) \\ \hline y^2 - 7y + 12 \\ - (y^2 - 3y) \\ \hline -4y + 12 \\ - (-4y + 12) \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} y-3 \\ y^2+y-4 \end{array}$$

$y^2 + y - 4 = 0,$
 $D = 1 + 16 = 17$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{(\sqrt{17}+1)^2}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-\sqrt{17} - 1}{2} \end{cases}$ - все 4 решения, т.к. $y < 0$

Ответ: $(2; 2); (9; 3); \left(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right); \left(\frac{9 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-\sqrt{17} - 1}{2}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos 3x - \sin 2x)$$

$$(\sqrt{2} \sin 4x - \cos 7x + \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{2} \sin 4x - \cos 7x + \sin 7x = 0$$

Если $\cos 7x = 0$, то $\sin 7x = 0$,
это невозможно

$$\sin 7x = -1$$

$$7x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2} \sin 4x - \cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\sin 4x = \cos \frac{\pi}{4} \cos 7x - \sin 7x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 4x = \cos\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right)$$

$$\sin 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \sin 7x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 4x = \sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right)$$

$$4x = \frac{\pi}{4} + 7x + 2\pi k$$

$$4x = \frac{\pi}{4} - 7x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$11x = \frac{\pi}{4}$$

$$11x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \frac{\pi}{4} - 7x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4x = \pi - \frac{\pi}{4} + 7x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$$

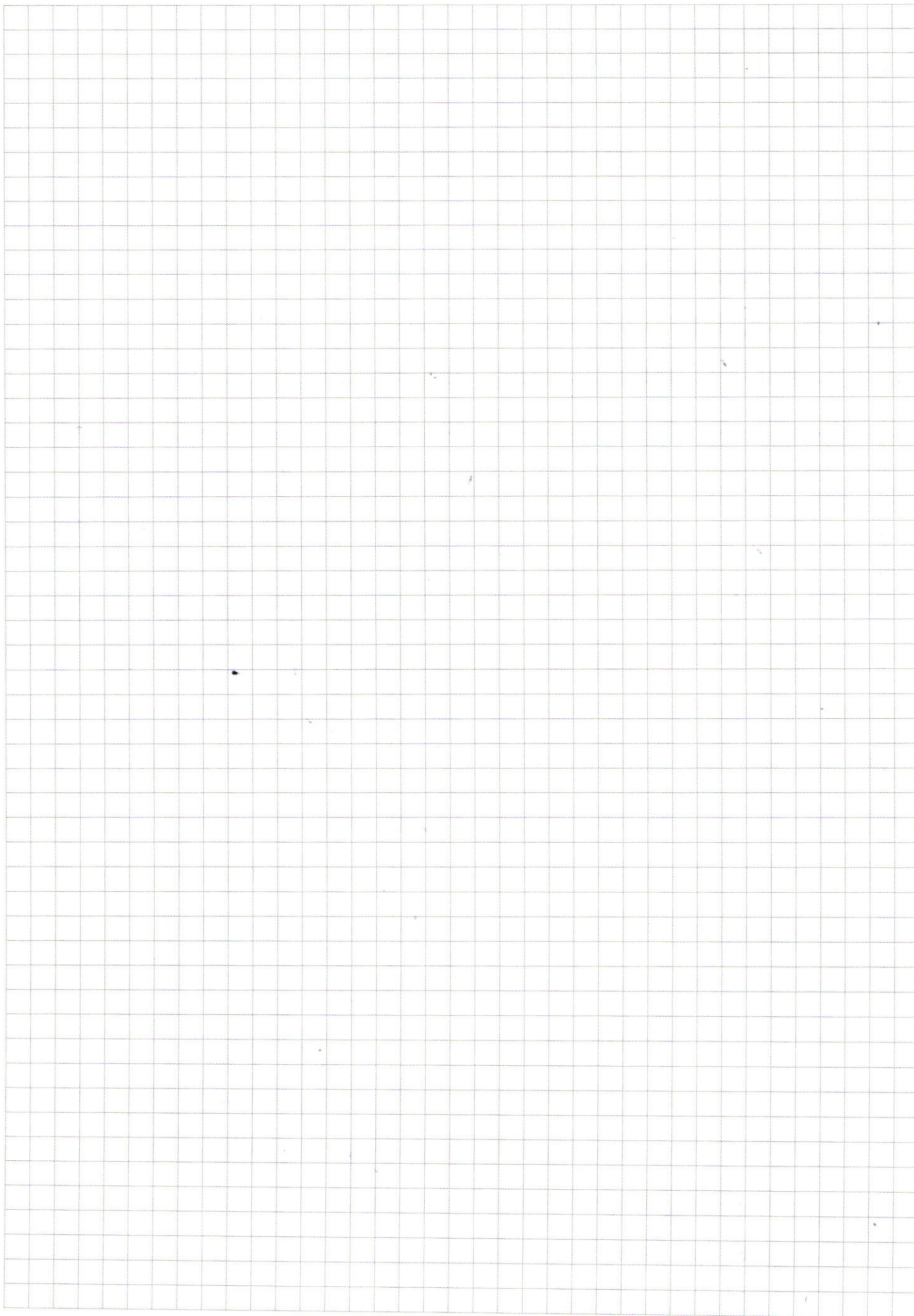
$$-3x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1, 373

$$\begin{array}{r|l} 3375 & 3 \\ 1125 & 3 \\ 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$3375 = 3^3 \cdot 5^3$$

Чтобы произведение чл. арифм. г.ч. (8-зн.) $\therefore 3375$ однозначно составлено из 3 "троек", 3 "пятерок" и 2 "двоек"

8

Набор: 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5 или 1, 1, 1, 3, 9, 5, 5, 5

$$P_1 = \frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6} = 10 \quad \frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6} = 560$$

$$P_2 = \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 20 \cdot 56 = 1120$$

Ответ: ~~30~~ 1780

$$\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right)$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$$

$$\frac{y^{5 \lg x}}{y^{2 \lg x}} = y^{3 \lg x} = 10 \Rightarrow \frac{y^{5 \lg x}}{y^{2 \lg x + \lg y}} = \frac{y^{5 \lg x}}{y^{2 \lg x} \cdot y^{\lg y}} = \frac{y^{3 \lg x}}{y^{\lg y}} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y^{3 \lg x}}{(y^{\lg y})^2} = 10 \Rightarrow y^{3 \lg x} = 1000 = 10^3 = \left(\frac{y^{\lg x}}{10}\right)^3 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y^{\lg x} = 10} \Rightarrow \lg(y^{\lg x}) = \lg 10$$

$$\lg x \cdot \lg y = 1 \Rightarrow \lg x = \frac{1}{\lg y}$$

$$\frac{1}{\lg x \cdot 10} \lg x \cdot 10 = \lg y$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 4x - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$(x-y)^2 - 4(y^2 + x - 3y) = 0$$

$$x^2 - 2x(y+2) - 3y(y-4) + x^2,$$

$$\times \rightarrow x(x-2y-4) - 3y(y-4)$$

$$x^2 - 4x + 4 - 4 - 2xy - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$(x-2)^2 - 3y^2 - 2xy + 12y - 4 = 0$$

$$y(-3y - 2x + 12)$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$-3(y^2 - 4y)$$

$$\cancel{x^2 - 4x + 4 + 3y^2 + 12y + 2y - 4 - 2xy = 0},$$

$$\cancel{(x-2)^2 + 4 = (3y-2)}$$

$$(x^2 - 4x + 4) - 4 - 2xy - 3(y^2 - 4y + 4 - 4) = 0,$$

$$(x-2)^2 - 4 - 2xy + 12 - 3(y-2)^2 = 0,$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 - 2xy - 4 + 12 = 0$$

$$(x-2)^2 - 3(y-2)^2 - 2(xy-4) = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - y^2 - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$(x-y)^2 - 4y^2 + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 = 4y^2 - 12y$$

$$(x-y)^2 = 4y^2 - 12y + 9 - 9$$

$$(x-y)^2 = (2y-3)^2 - 9$$

$$(x-y)^2 - (2y-3)^2 = -9 \rightarrow (x-y-2y+3)(x-y+2y-3) = -9$$

$$(x+3-3y)(x-3+y) = -9$$

а

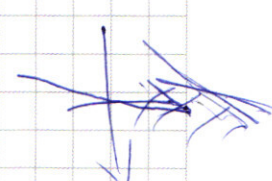
логарифм

а = x

логарифм

а = y

логарифм



$$(2y-3)^2 = 4y^2 - 12y + 9$$

x = y

логарифм

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten solution on graph paper for a geometry problem involving two intersecting circles and a rhombus.

Top Left Diagram: Two circles with centers O_1 and O_2 intersect at points A and B . A horizontal line passes through O_1 and O_2 . Points C and D are marked on the circles.

Top Right Diagram: A rhombus $ABCD$ with diagonals AC and BD intersecting at E . The diagonals are perpendicular. The side length is 10 . The angle $\angle ADE$ is 45° . The distance from the center of the circle to the vertex A is $5\sqrt{2}$.

Bottom Diagram: A rhombus $ABCD$ with diagonals AC and BD intersecting at E . The side length is 10 . The angle $\angle ADE$ is 45° . The distance from the center of the circle to the vertex A is $5\sqrt{2}$.

Handwritten Equations:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \gamma\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \gamma\right) - \left(\frac{5}{10} + \gamma\right) = \cos \sin\left(-\frac{\pi}{4} - \gamma\right)$$

$$(\sqrt{2}AD)^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2})^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \sqrt{2}$$

$$0 = BD^2 - BC^2 - \sqrt{2}AD(BD - BC)$$

$$(BD - BC)(BD + BC - \sqrt{2}AD) = 0$$

$$BD + BC = \sqrt{2}AD$$

Other Handwritten Notes:

- $R = 5$ CF?
- $AE = 10$
- $BC = 6$
- $5\sqrt{2}$
- $CE = \sqrt{2}AD$

$$AD^2 + 50 - 10\sqrt{2} AD \cdot \cos \alpha = 25 + 25 - 50 \cos(180^\circ + \alpha)$$

$$AD^2 - 10\sqrt{2} AD \cos \alpha = 50 \cos \alpha$$

$$AD^2 = (50 + 10\sqrt{2} \cos \alpha AD) \cos \alpha$$

$$AC^2 + 50 - 10\sqrt{2} AC \sin \alpha = 50 - 50 \cos(180^\circ - 90^\circ + \alpha)$$

$$AC^2 - 10\sqrt{2} AC \sin \alpha = 50 \sin \alpha$$

$$-10\sqrt{2} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$60 - 60 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$2(\cos 7x \sin 4x + \sin 7x \sin 4x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \cos^2 7x - \sin^2 7x,$$

$$\sqrt{2} \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) - (\cos^2 7x - \sin^2 7x) = 0$$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(\sqrt{2} \sin 4x - \cos 7x + \sin 7x) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0 \text{ или } \sqrt{2} \sin 4x - \cos 7x + \sin 7x = 0$$

Если $\sin 7x \cos 7x = 0$, то $\sin 7x = 0$, что невозможно

$$\tan 7x = -1$$

$$7x = \arctan(-1) + \pi n$$

$$x = \frac{\arctan(-1) + \pi n}{7}$$

$$x =$$

$$\frac{\sin(-\frac{\pi}{4} + \pi n)}{\cos(-\frac{\pi}{4} + \pi n)}$$

$$\frac{\sin(-\frac{\pi}{4})}{\cos(-\frac{\pi}{4})} = -1$$

$$\frac{\sin \frac{3\pi}{4}}{\cos \frac{3\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -1$$

$$\sin(\alpha - \beta) =$$

$$= \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + 7x) = \sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4} + 7x))$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$-g = -3 \cdot 3$$

$$-g = -1 \cdot g$$

$$-g = -g \cdot +1$$

2y

lg y монотонное возр.

$$\begin{aligned} \cancel{(x \lg x) \lg y} &= x \\ \cancel{10 \lg y} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (2y-6) \cdot 2y \\ (x-y)^2 &= 4(y-3)y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10^{\lg x})^{\lg y} &= 10 \\ x^{\lg y} &= 10 \end{aligned}$$

$$\boxed{\lg y = \lg_x 10}$$

$$\begin{aligned} (y-3-x)^2 + ((y-3)+x)^2 + 2|y-3-x||y-3+x| &= 36 \\ (y-3)^2 - 2x(y-3) + x^2 + (y-3)^2 + 2x(y-3) + x^2 + 2((y-3)^2 - x^2) &= 36 \end{aligned}$$

$$|x| \cdot |y| = |xy|$$

$$2(y-3)^2 + 2x^2 + 2|(y-3)^2 - x^2| = 36$$

$$(2): x > 0, y > 0: (x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x < 0, y > 0: (x+4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x > 0, y < 0: (x-4)^2 + (y+3)^2 = a$$

$$x < 0, y < 0: (x+4)^2 + (y+3)^2 = a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = y^2$$

$$y^3 \log y^2 = y^2 \log y^3$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0,$$

$$y^4 - 2y^3 - 7y^2 + 12y = 0$$

$y = 0 \Rightarrow x = 0$ не является решением

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$8 - 8 - 14 + 12$$

$$27 - 18 - 21 + 12$$

$$-4 = -2 + 7$$

$y = 3$ - корень

$$\begin{array}{r} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \\ - (y^3 - 3y^2) \\ \hline y^2 - 7y + 12 \\ - (y^2 - 3y) \\ \hline -4y + 12 \\ - (-4y + 12) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

y_1

$$(\sqrt{17} + 1)^2 = 17 + 2\sqrt{17} + 1$$

$$\frac{18 + 2\sqrt{17}}{2} =$$

$$(y - 3)(y^2 + y - 4)$$

$$y^3 - 3y^2 + y^2 - 3y + 12 = y^3 - 2y^2 - 7y + 12$$

$$- (1 + \sqrt{17})(-1 + \sqrt{17}) =$$

$$\rightarrow \frac{-16}{4} \quad \frac{BD}{\sin \alpha} = 10$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 10$$

$$BD = 10 \sin \alpha, \quad BC = 10 \cos \alpha$$

$$10(\sin \alpha + \cos \alpha) = AD\sqrt{2}$$

$$\frac{AD}{\sin(135^\circ - \alpha)} = 10$$

$$\sin 135^\circ \cos \alpha - \sin \alpha \cos 135^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{AD}{10}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha) = \frac{AD}{10}$$

$$FD = \frac{BD}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} BD$$

$$2BD^2 - BD^2 = DF^2$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 10$$

$$BD^2 = 50 - 50 \cos 2\alpha$$

$$100 \sin^2 \alpha$$

$$100 - 100 \cos^2 \alpha = 50 - 50 (\cos^2 \alpha - 1)$$

$$50 - 100 \cos^2 \alpha = -100 \cos^2 \alpha + 50$$