

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $3375 = 3^3 \cdot 5^3 \Rightarrow$ можно представить как произв. цифр:

I) $3375 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$

или II) $9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ (других способов нет, т.к.

много вариантов:

$$N_1 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{3!2!} \cdot 1 = 560$$

$$N_2 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} \cdot 1 = 1120$$

стабил
3 цифры
на 8 поз.
стабил
3 цифры
на 5 поз.
стабил
3 цифры
на 2 поз.

стабил
3 цифры
на 8 поз.
стабил
3 цифры
на 5 поз.
стабил
3 цифры
на 2 поз.

$$N = N_1 + N_2 = 560 + 1120 = 1680$$

Ответ: 1680 способов.

$$\begin{aligned} 3. \quad \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x &= \cos(7x+4x) - \cos(7x-3x) - \sin(7x+4x) + \sin(7x-4x) \\ &= \cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x - \cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x - \sin 7x \cos 4x - \\ &\quad - \cos 7x \sin 4x + \sin 7x \cos 4x - \cos 7x \sin 4x = -2 \sin 7x \sin 4x - 2 \cos 7x \sin 4x = \\ &= \sqrt{2} \cdot (\cos 7x - \sin 7x) \quad | : \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$(\cos 7x - \sin 7x)(\cos 7x + \sin 7x) = -\sqrt{2} \cdot \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x)$$

$$(\cos 7x + \sin 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sin 4x \cdot \sqrt{2}) = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x = 0$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \sin 4x \sqrt{2} = 0$$

$$\cos 7x = -\cos(7x + \frac{\pi}{2})$$

$$\sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin 4x$$

$$14x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\sin(7x - \frac{\pi}{4}) = \sin 4x$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{14}, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = 4x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = -4x + 2\pi k$$

2 (продолжим):

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14}, n \in \mathbb{Z} \\ 3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 11x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{\pi n}{14}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi k}{11} \end{cases}$$

5. $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

1 $x < 0$:

$$y < x+3$$

$$y = 0$$

$$y \in [x+3; 3-x]$$

$$x = -3$$

$$y \geq 3-x$$

$$y = 6$$

$\Leftrightarrow |y-(x+3)| + |y-(3-x)| = 6$

2 $x \geq 0$:

$$y < 3-x$$

$$y = 0$$

$$y \in [3-x; x+3]$$

$$x = 3$$

$$y \geq x+3$$

$$y = 6$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x > 0, y > 0:$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$$

$$x < 0, y < 0:$$

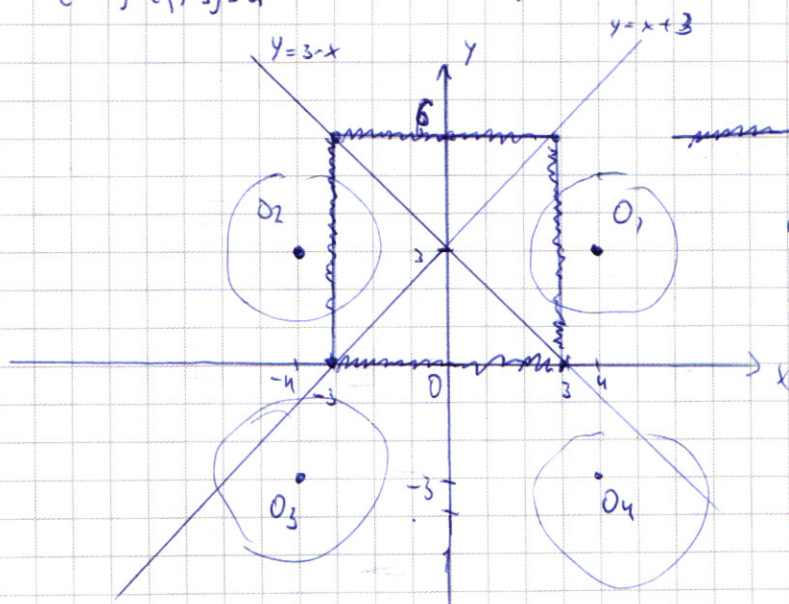
$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = a$$

$$x > 0, y < 0:$$

$$(x-4)^2 + (y+3)^2 = a$$

$$x < 0, y > 0:$$

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = a$$



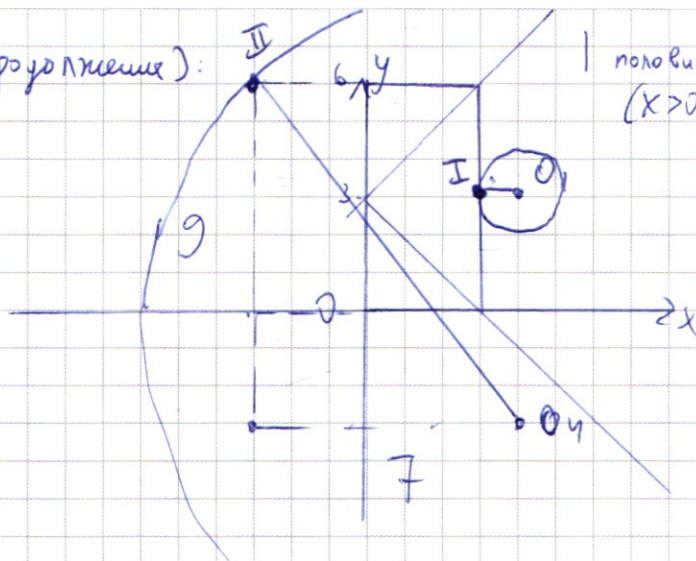
решения 1-20
y-2

O_{1,2,3,4} - центры окружностей
радиус $\sqrt{a}$ радиус $\sqrt{a}$

т.к. картина симметрична
отн. осм ОУ,
то на 1й половине
достаточно 1 решение
(на другой будет тоже 1)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение):



половина: $(0, \text{ и } 0_{\text{eq}})$
 $(x > 0)$: ?

I: ~~$a=1$~~ $\sqrt{a}=1$

$a = 1$, кас. окр. ~~параметр~~ O_1

$$\text{II. } \sqrt{a} = \sqrt{g^2 + f^2}$$

$a = 130$, кас. оңр. Оч.

при $a < 1$ или $a > 130$.

определенно либо больше,
либо меньше (примечий 0)

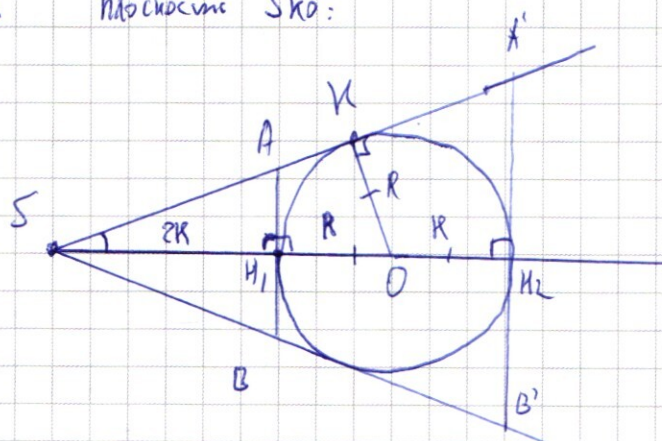
при $\alpha \in (1; 130)$, решение
2 (по условию 1) $\rightarrow$

$$\Rightarrow a = 1$$

$$a = 130$$

Umber: $a=1$,
 $a=13p$.

4. Nachdrucke Sko:



ΔS_{ko} - прирост ($S_k + O_k$) - в абсолютных

$$\sin \theta_{\text{KO}} = \frac{k_0}{50} = \frac{1R}{31R} = \frac{1}{3}$$

Obtemos: $\angle SKO = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

§ АВ, АВ' - точки сечения,
касющиеся сферы и $\perp$ SO

$$\frac{S_1}{S_2} = 4 \Rightarrow k^2 = 4; k = 2$$

(коэф. пропор.) $\rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = 2; \quad \cancel{AB = 2x} \quad \cancel{A'B' = 4x}$$

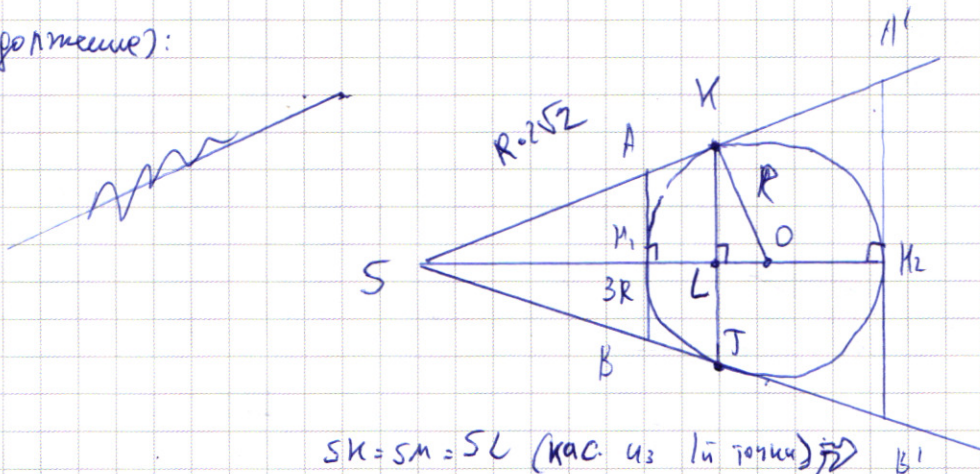
$$\Delta SAB \sim \Delta SA'B' \quad (n=2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow SH_1 = \frac{1}{2} SH_2 \quad (SH_2 = SH_V + 2R)$$

$$2S_{H_1} = S_{H_1} + 2IP \Rightarrow S_{H_1} = 2R$$

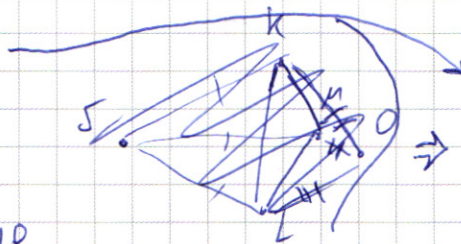
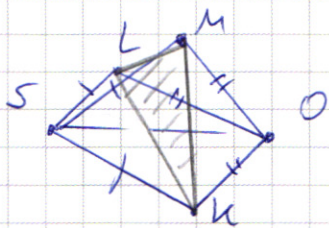
$$50 = 5H_2 + H_2O = 312$$

4 (продолжение):


$$S_K = S_M = S_L \text{ (кас. чз 1-й точки)} \rightarrow$$

НОКНОЭЛ $\Rightarrow$ КМЛ - на оном расхождении от S

Также ~~как~~ ^{h, m, L} - на оном расстоянии от 0 (или радиусы)



⇒ KML ISO

$$k_T \in k_{MO}$$
$$KT \perp SO \quad L \perp SO \cap KT$$
$$\Delta SKL \sim \Delta SKO ; k_1 = \frac{SO}{SK} \text{ (гипотенузга)}$$

$$s_k = \sqrt{s_0^2 - k_0^2} = \sqrt{9k^2 - k^2} = k2\sqrt{2}$$

$$\frac{S_0}{S_K} = \frac{3R}{2\sqrt{2}R} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = K_1 \Rightarrow \text{площадь сечения}$$

узел плоскостным

кМО в K_1^2

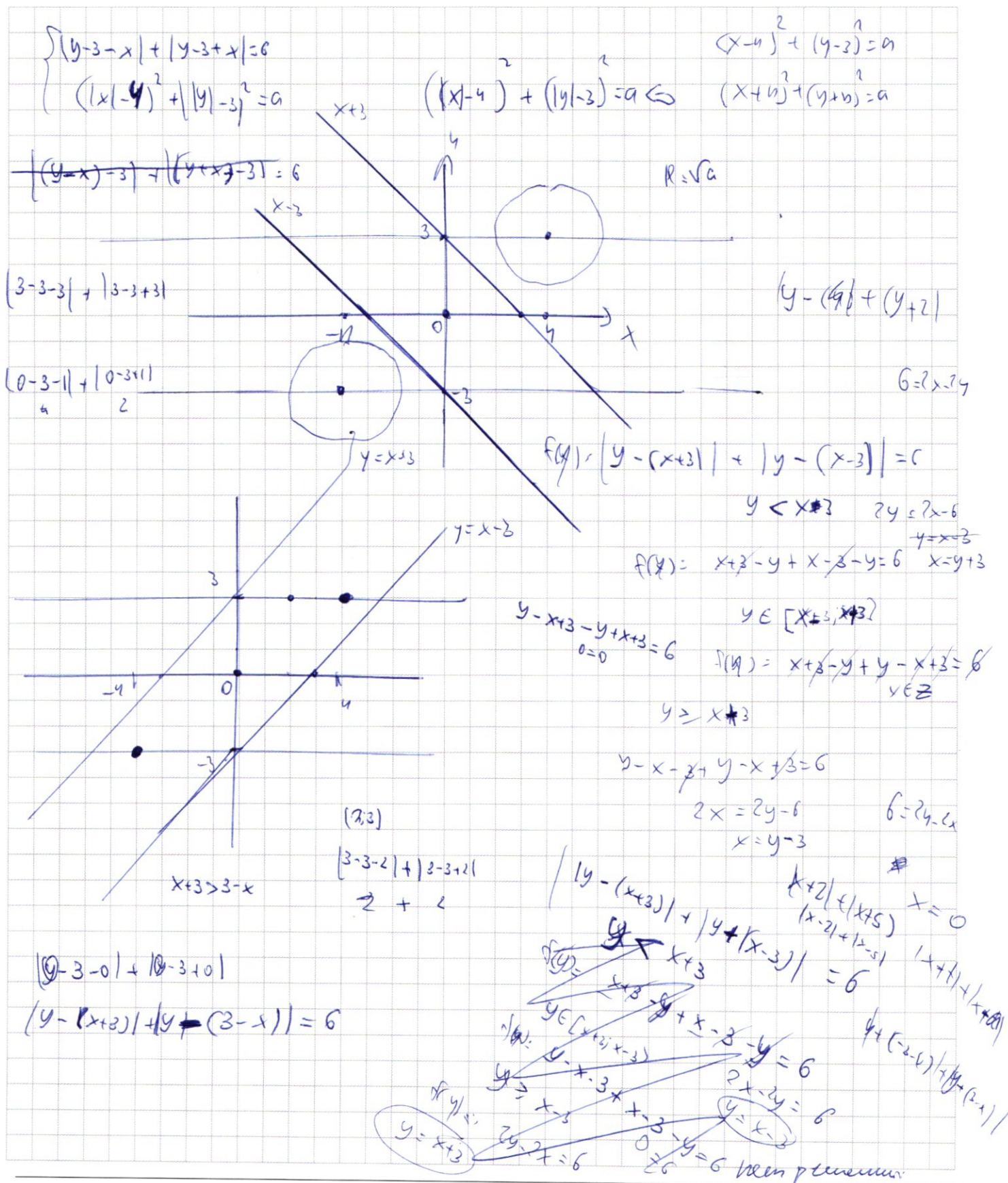
раз больше
площади сечения

плоскостью ± 50 и пер.
определенность
(миллиметр) $\rightarrow$

$$\Rightarrow \text{Scm} \cdot 10 \cdot \left(\frac{3}{256}\right)^2 = \frac{9}{8}$$

Ombeun: $5 \text{ cm} = \frac{9}{8}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$3. \begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \end{cases} \quad \begin{pmatrix} x > 0 \\ y > 0 \end{pmatrix}$$

$$x^2 - 4x - 2xy = 3y^2 - 12y$$

$$x^2 - 4x + xy = 3y^2 - 12y + 3xy$$

$$x(x - 4 + y) = 3y(y - 4 + x)$$

$$(x + y - 4)(x - 3y) = 0$$

$$\begin{cases} x + y = 4 & (2) \\ x = 3y & (1) \end{cases}$$

$$\frac{y^{\lg x^5}}{x^{\lg x}} = y^{\lg x^2 y^2} ; \quad x^{\lg x} = \frac{y^{\lg x^5}}{y^{\lg x y^2}} = y^{\lg x^5 - \lg x y^2} = y^{\lg \frac{x^3}{y^2}}$$

$$(1) \quad x = 3y:$$

$$3y^{\lg 3y} = y^{\lg 27y} = y^{\lg 3y + \lg 9} \quad | : y^{\lg 3y}$$

$$3 = y^{\lg 9} ; \quad 3 = (y^2)^{\lg 3}$$

$$10^{\lg 3} = (y^2)^{\lg 3}$$

$$y^2 = 10 ; \quad y = \sqrt{10}$$

$$x = 3\sqrt{10}$$

$$\text{Ответ: } \boxed{(3\sqrt{10}; \sqrt{10})}$$

7.2 - не решен

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 1125} \\ \underline{-3} \\ 3 \\ \underline{-3} \\ 0 \\ \underline{-0} \\ 0 \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array}$$

$$15^2 = 225$$

$$\begin{array}{r} 1125 \overline{) 3} \\ \underline{9} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 15 \\ \hline 1125 \\ 225 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 375 \overline{) 5} \\ - 35 \overline{) 7} \\ \hline 35 \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3375 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 9} \\ -27 \\ \hline 67 \\ -63 \\ \hline 45 \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 375 \overline{) 5} \\ \underline{-35} \\ 25 \end{array}$$

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$3375 = 9 \cdot 5 \cdot 75 = 9 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5^2 = 3^3 \cdot 5^3$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 56 \\ \hline 12 \\ 10 \end{array}$$

351

$$\frac{3!}{1!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!} = 6$$

$$3375 = 3^3 \cdot 5^3 \cdot 1^2$$
$$3375 = 9 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 1^3$$

$$\frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{8}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}} = 40 \cdot 14 = 560$$

$$\frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{1!4!} \cdot \frac{4!}{1!3!} = \frac{67.8}{23} \cdot 5 \cdot 4 = 30 \cdot 56 = 1120$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ + 560 \\ \hline 680 \end{array}$$

Dumbbells: 1082

$$\cos(11x - 3x) = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\cos(14x - 3x) = \cos(11x)\cos 3x + \sin(11x)\sin 3x$$

$$\sin(14x - 3x) = \sin 14x \cos 3x - \sin 3x \cos 14x$$

$$\cos 14x \cos 3x + \sin 14x \sin 3x - \sin 3x \cos 14x - \sin 14x \cos 3x$$

$$\sqrt{2} \cdot \cos 11x \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \sin 11x \sin 3x = \cos 14x - \sin 14x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\cos 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 11x \cdot \cos 3x$$

$$\cos 3x \left(1 + \frac{\cos 11x}{\sqrt{2}}\right) - \cos 3x - \cos 11x = \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \sin 11x \sin 3x - \sin 11x$$

$$\begin{aligned} & \cos 11x - \cos(14x - 11x) - \sin 11x + \sin(14x - 11x) = \\ & = \underbrace{\cos 11x - \cos 14x \cos 11x - \sin 11x \sin 14x}_{\cos 11x (1 - \cos 14x + \sin 14x)} - \sin 11x (\sin 14x + 1 - \cos 14x) \\ & \sqrt{2} \cos 14x \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x - 2xy = 3y^2 - 12y$$

$$x^2 - 4x + xy = 3y^2 - 12y + 3xy$$

$$x(x - 4 + y) = 3y(y - 4 + x)$$

$$(x - 4 + y)x = (x - 4 + y)3y$$

$$(x + y - 4)(x - 3y) = 0$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x = 3y \end{cases}$$

$$\left(\frac{100}{3}\right)^{\lg 30} = 10^{\lg 30} = 30$$

$$\frac{10 \cdot 10}{3^{\lg 30}} = \frac{90}{3^{\lg 30}} = 30$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$\frac{y^4 \lg 3y}{3^{\lg 3y}} = y^{2\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10} = \sqrt{3}$$

$$y^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$y^{\lg 3y} \cdot y = y^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3y} = y^{\lg 3y} \cdot y^{\lg 3y}$$

$$\frac{y^4 \lg 3y}{3^{\lg 3y}} = y^{2\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$y^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$\frac{y^4 \lg 3y}{3^{\lg 3y}} = y^{2\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$y^{\lg 3y} = y^{\lg 3y^2} \cdot 3^{\lg 3 + \lg 10}$$

$$\left(\frac{x^3}{x} \cdot \frac{1}{3^5}\right)^{\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{2\lg \frac{x}{3}}$$

$$\left(\frac{x^4}{3^4} \cdot \frac{1}{3}\right)^{\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{2\lg \frac{x}{3}}$$

$$\left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y^2}$$

$$\left(\frac{x^4}{3^4} \cdot \frac{1}{3}\right)^{\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{2\lg \frac{x}{3}}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{4\lg x} \cdot \frac{1}{3^{\lg x}} = \left(\frac{x}{3}\right)^{2\lg \frac{x}{3}}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{4\lg x} = \left(\frac{x}{3}\right)^{2\lg \frac{x}{3}}$$

$$\left(\frac{10^4}{30}\right)^{\lg 30} = 10^{\lg 300} = 300$$

$$\left(\frac{10^3}{3}\right)^{\lg 30}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^{\lg x}} = y^{\lg x^2 + \lg y^2}$$

$$\frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2}$$

$$x = 3y$$

$$x^{\lg x} = \frac{y^{\lg x^5}}{y^{\lg x^2 + \lg y^2}}$$

$$x^{\lg x} = y^{\lg x^5 - \lg x^2 - \lg y^2}$$

$$x^{\lg x} = y^{\lg x^3 - \lg y^2}$$

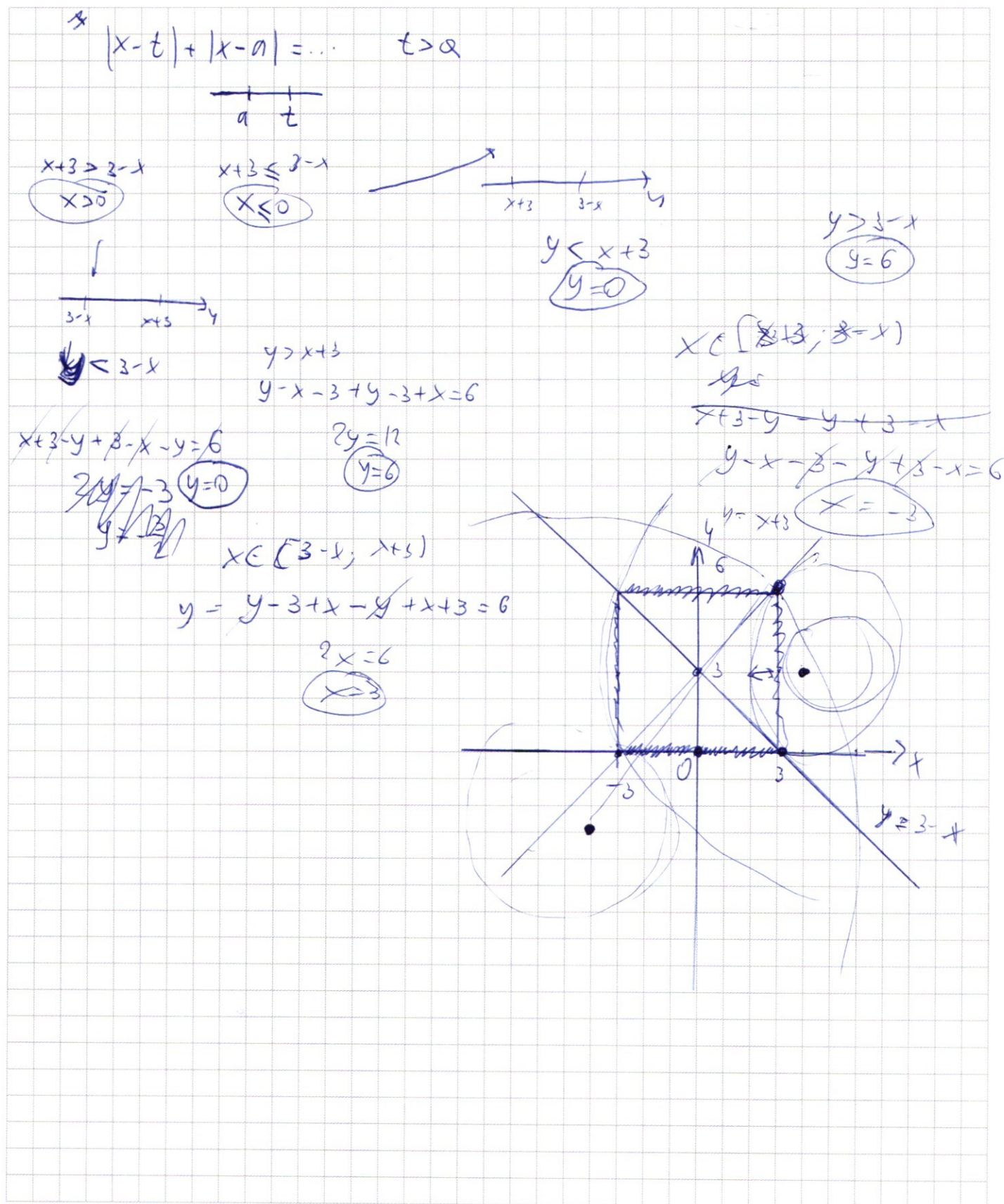
$$3y^{\lg 3y} = y^{\lg 9y^2}$$

$$3 = y^{\lg 3}$$

$$y = 10$$

$$\frac{(\sqrt{5})^5}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{3} = 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{11+3}{2} = 7$$

$$\cos(7x-4x)$$

$$\cos 7x \cos 4x - \sin 7x \sin 4x = \cos 7x \cos 9x - \sin 7x \sin 9x =$$

$$= 2 \sin 7x \sin 9x$$

$$\sin(7x+9x) = \sin 7x \cos 9x - \cos 7x \sin 9x$$

$$\sin(7x+4x) = -\sin 7x \cos 9x - \cos 7x \sin 9x \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} -2 \cos 7x \sin 9x$$

$$2 \sin 7x \sin 9x - 2 \cos 7x \sin 9x = \sqrt{2} \cdot \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \sin^2 7x + 2 \sin 7x \sin 9x = \sqrt{2} \cos^2 7x + 2 \cos 7x \sin 9x \quad \cos^2 7x - \sin^2 7x$$

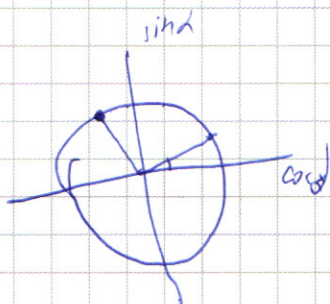
$$\sin 7x (\sqrt{2} + 2 \sin 9x) = \cos 7x (\sqrt{2} + 2 \sin 9x)$$

$$(\sqrt{2} + 2 \sin 9x) (\cos 7x - \sin 7x) = 0$$

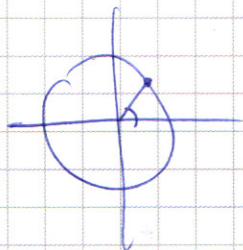
$$\sqrt{2} \sin 9x (\cos 7x - \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$\sqrt{2} \cos^2 7x + 2 \cos 7x \sin 9x = \sqrt{2} \sin^2 7x - 2 \sin 7x \sin 9x$$

$$\cos 7x (\sqrt{2} + 2 \sin 9x) = \sin 7x (\sqrt{2} - 2 \sin 9x)$$



arccos(-1)



-cos

$$\cos d = -\cos(d + \frac{\pi}{2}) = \sin(d + \frac{\pi}{2})$$



(\pi - d)

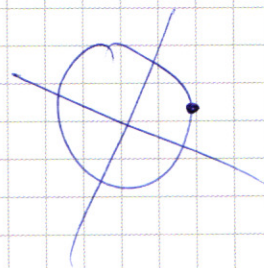
$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin 9x =$$

$$\sin 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \cos 7x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos d = \sin d$$

$$\sin(d + \frac{\pi}{2}) = \cos d$$



$$\cos d = \pm$$

$$d = \pm \arccos(t)$$

$$7x = \frac{\pi}{2}$$

$$7x - \frac{\pi}{2} = 9x + 2\pi k$$

$$7x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 9x + 2\pi k$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.

$R = 5$

$\frac{81}{150}$

$CF = 7$
 $R = 5$

$AB = 2R \sin d$
 $AB = 2R \sin(90^\circ - d) = 2R \cos d$

$\alpha = 45^\circ$

$\frac{5}{\sqrt{2}}$

$25 - \frac{25}{2} = \frac{25}{2}$

$\frac{5}{\sqrt{2}}$

$\sin d = \sin \beta$
 $d = \beta$
 $\alpha' = 180 - \beta$

$AB = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}}$

$AB \cdot \sqrt{2} = 2R$

$CAO = p/d$

$AB = \frac{10}{\sqrt{2}}$

$$\frac{y^{\lg x}}{x^{\lg y}} = \frac{(y^{\lg x})^{\lg y}}{x^{\lg y \lg x}} = y^{\lg x \lg y} = y^{\lg x^{\lg y}}$$

$$x^{\lg x} = \frac{y^{\lg x^{\lg y}}}{y^{\lg x \lg y}} = y^{\lg \frac{x^{\lg y}}{y}}$$

$$\left(\frac{100}{3}\right)^{\lg 3\sqrt{6}} = 10^{\lg 30} = 30$$

$$\frac{10^{\lg 3\sqrt{6}} \cdot 10^{\lg 3\sqrt{6}}}{3^{\lg 3\sqrt{6}}} = \frac{90}{3^{\lg 3\sqrt{6}}}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{\lg 3y} = \frac{(y^{\lg 3y})^{\lg 3y}}{3^{\lg 3y \lg 3y}}$$

$$3y^6 = y^{\lg 3y} = y^{\lg 3y + \lg 9} = y^{\lg 3y + \lg 9}$$

$$3 = y^{\lg 9} = (y^2)^{\lg 3} = 3^{\frac{1}{2} + \lg 3}$$

$$3 = y^{\lg 9} = (y^2)^{\lg 3} = 3^{\frac{1}{2} + \lg 3}$$

$$\frac{10 \cdot 10}{3^{\lg 3\sqrt{6}}} = \frac{10}{3^{\lg 3\sqrt{6}}}$$

$$\cos 4x = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\cos 11x - \sqrt{2} \cos 11x \cos 3x - \cos 3x = \sin 11x - \sqrt{2} \sin 11x \sin 3x + \sin 3x$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 11x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 11x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x$$

$$= \cos 11x \cos 45^\circ - \sin 11x \sin 45^\circ + \sin 3x \sin 45^\circ - \cos 3x \cos 45^\circ =$$

$$\cos 11x - \sin 11x + \sin 3x - \cos 3x$$

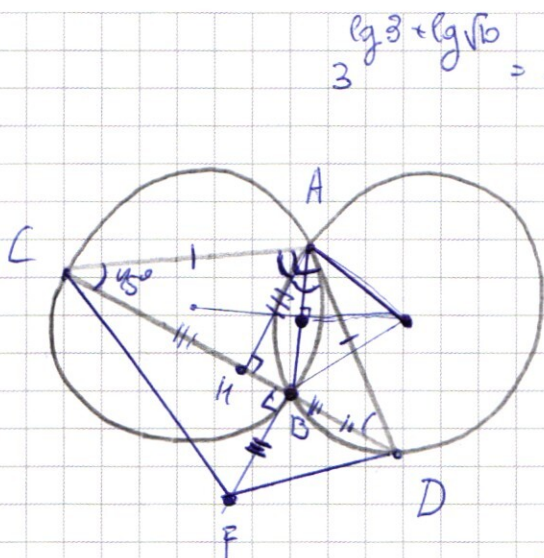
$$= \cos(11x + 45^\circ) - \cos(3x + 45^\circ) = \cos 4x$$

$$\cos 14x \cos 3x - \sin 14x \sin 3x - \sin 14x \cos 3x + \sin 3x \cos 14x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 4x$$

$$(\cos 14x - \sin 14x - 1) \cos 3x + \sin 3x (\cos 14x - \sin 14x + 1)$$

$$\cos 3x (\cos 14x - \sin 14x) + \sin 3x (\cos 14x - \sin 14x) = \sqrt{2} \cdot \cos 4x + \cos 3x - \sin 3x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\lg 3 + \lg \sqrt{6} = \lg 3 + \frac{1}{2}$$

$$x + b = 4$$

$$AH = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$CD = 2AH = 10\sqrt{2}$$

$$y = y^{4.2}$$

$$AB = 2R \sin 45^\circ = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x^1$$

$$\frac{y^5}{3y} = \frac{y^4}{3}$$

$$\frac{y^5 \lg x}{x^{\lg x}} = \frac{y^5 \lg x^5}{x^{\lg x}} = y^5 \lg x^2 y$$

$$\frac{10^{\lg 3 \lg 6} \cdot 10^{\lg 3 \lg 6}}{3^{\lg 3 \lg 6}} = 9$$

$$y^{a+b} = y^{a+b} = y^5$$

$$x^{\lg x} = \frac{y^{\lg x^5}}{y^{\lg x^2 y}} = y^{\lg \frac{x^3}{y^2}}$$

$$10^{\lg 3 y^2} = 10^{\lg 30}$$

$$x = \sqrt{6}, x = 3\sqrt{6}, xy = 30$$

$$x^{\lg x} = y^{\lg \frac{x^3}{y^2}}$$

$$y = \frac{x}{x} = 1$$

$$3y^{\lg 3} = \frac{\lg 27 y}{\lg 3} = y$$

$$3 = y^{\lg 3} \Rightarrow 10^{\lg 3} = (y^{\lg 3})^{\lg 3}$$

$$x^{\lg x} = (x-1)^{\lg \frac{x^3}{(x-1)^2}}$$

$$x \leq 64$$

$$70 + x \cdot 2^{64} - x < 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$\omega \approx 1$

$$x \cdot 2^{64}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - x \cdot 2^{64} \gg 70$$

$$2^x (3 \cdot 2^{65-x} - x \cdot 2^{64-x}) > 70 = 2 \cdot 35$$

$$70 + (2^{32} - 1)(2^{32} + 1)x < 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

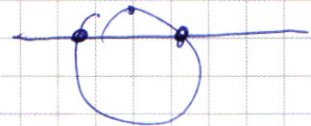
$$2^x + 3 \cdot 2^{65} = 2^x (1 + 3 \cdot 2^{65-x})$$

$$2 \cdot 35 + (2^{64} - 1)x$$

$$\sin d = \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{\pi}{6}$$

$$d = \pi - \frac{\pi}{6}$$

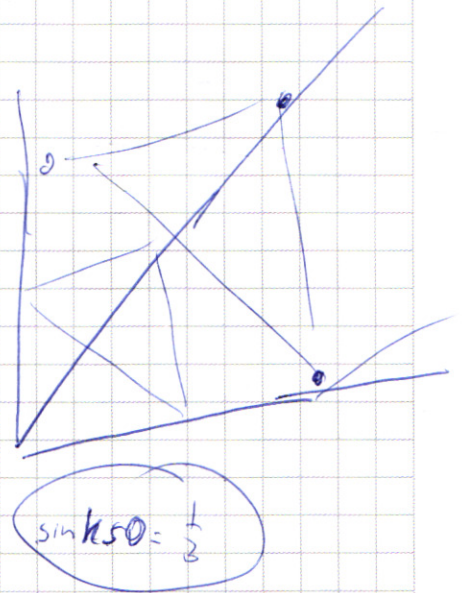
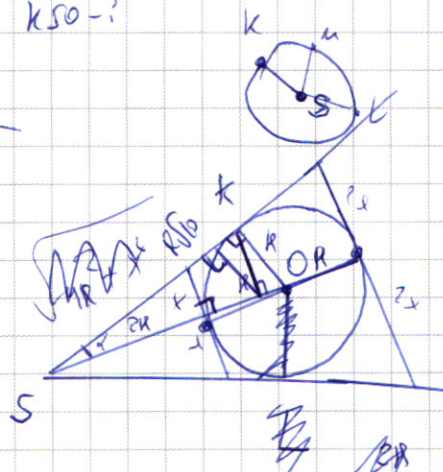
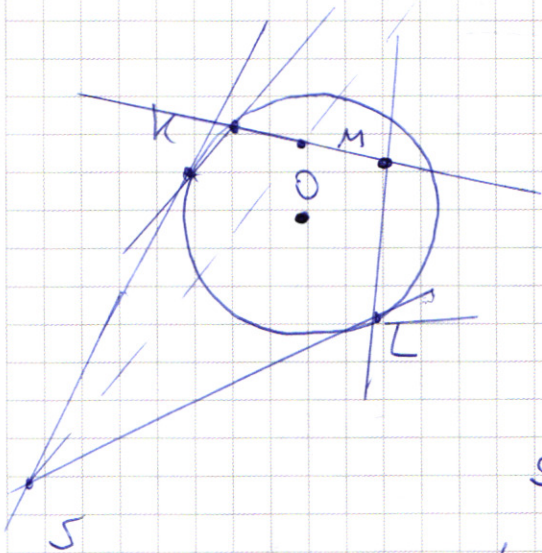


$$3 \cdot 2^{65} - x \cdot 2^{64} > 70 - 2^x - x$$

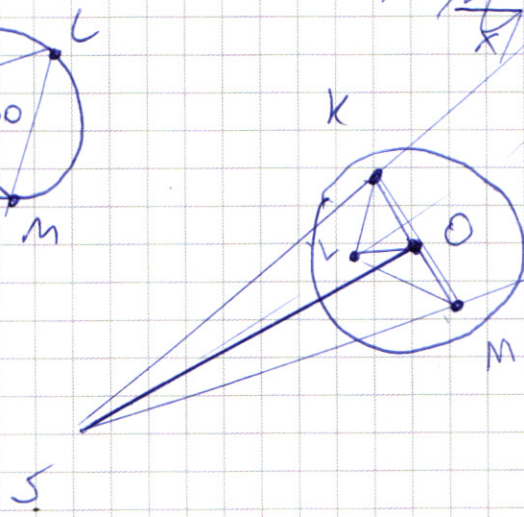
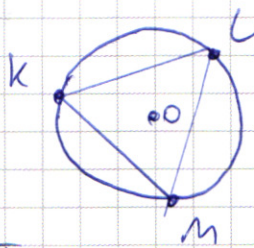
$$2^{64} (6 - x) > 70 - 2^x - x$$

$$2^{64} (x - 6) < 2^x + x - 70$$

k50-?



$$\sin k50 = \frac{1}{2}$$



$$\cos d = -\cos(d + \frac{\pi}{2})$$

$$\cos(180^\circ - d) = \cos(d + \frac{\pi}{2})$$

$$140^\circ$$

$$SO = 3R$$

$$h = \frac{R\sqrt{10}}{3R} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$h = R \cdot \frac{3R}{R\sqrt{10}} = R \cdot \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$k = \frac{10}{9}$$