

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3. \begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\cos y} = (-x)^{\cos(x-y)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + xy + 4x + 8y - 2y^2 = 0$$

$$D = (y+4)^2 - 4(y-2y^2) = y^2 - 8y + 16 - 32y + 8y^2 =$$

$$= 9y^2 - 24y + 16 = (3y-4)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-(y+4) \pm (3y-4)}{2}$$

$$x_1 = y-4 \quad x_2 = -2y$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\cos y} = (-x)^{\cos(x-y)}$$

$$O.D.: -x > 0 \quad |x| \leq 0 \quad |y| > 0$$

$$I \quad \text{при } x = y-4$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\cos y} = (y-4)^{\cos(y-4)}$$

$$(y-4)^4 = (y-4)^{\cos y}$$

$$\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\cos y} = (y-4)^{\cos y}$$

$$\cos\left(\frac{(y-4)^4}{y^2}\right)^{\cos y} = \cos(y-4)^{\cos y}$$

$$\cos y (y-4)^{\cos y} - 2 \cos y = (\cos y + \cos(y-4)) \cos(y-4)$$

$$4 \cos(y-4) \cos y - 2 \cos y = \cos y \cos(y-4) + \cos^2(y-4)$$

$$\cos^2(y-4) - 3 \cos y \cos(y-4) + 2 \cos^2 y = 0$$

$$(\cos(y-4) - 2 \cos y)(\cos(y-4) - \cos y) = 0$$

$$1) \lg(4-y) = 2 \lg y$$

$$\lg y^2 - \lg(4-y) = 0$$

$$\lg\left(\frac{y^2}{4-y}\right) = 0 \quad \frac{y^2}{4-y} = 1$$

$$y^2 + y - 4 = 0 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y \neq \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ т.к. } y > 0$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} - 4 = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

$$2) \lg(4-y) = \lg y$$

$$\lg y - \lg(4-y) = 0$$

$$\lg \frac{y}{4-y} = 0 \quad \frac{y}{4-y} = 1 \quad y = 4 - y$$

$$2y = 4 \quad y = 2 \quad x = -2$$

$$\text{II} \quad x = -2y$$

$$\left(\frac{(-2y)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y}$$

$$\frac{16y^6}{y^2} = 16y^2$$

$$(16y^4)^{\lg y} = (2y)^{\lg 2y}$$

$$\lg y \cdot \lg(16y^4) = \lg 2y \cdot \lg 2y$$

$$\lg y (\lg 2^4 + 2 \lg y) = (\lg 2 + \lg y) (\lg 2 + \lg y)$$

$$4 \lg y \lg 2 + 2 \lg^2 y = \lg^2 2 + \lg 2 \lg y + \lg y \lg 2 + \lg^2 y$$

$$4 \lg y \lg 2 = \lg^2 2 + 2 \lg 2 \lg y$$

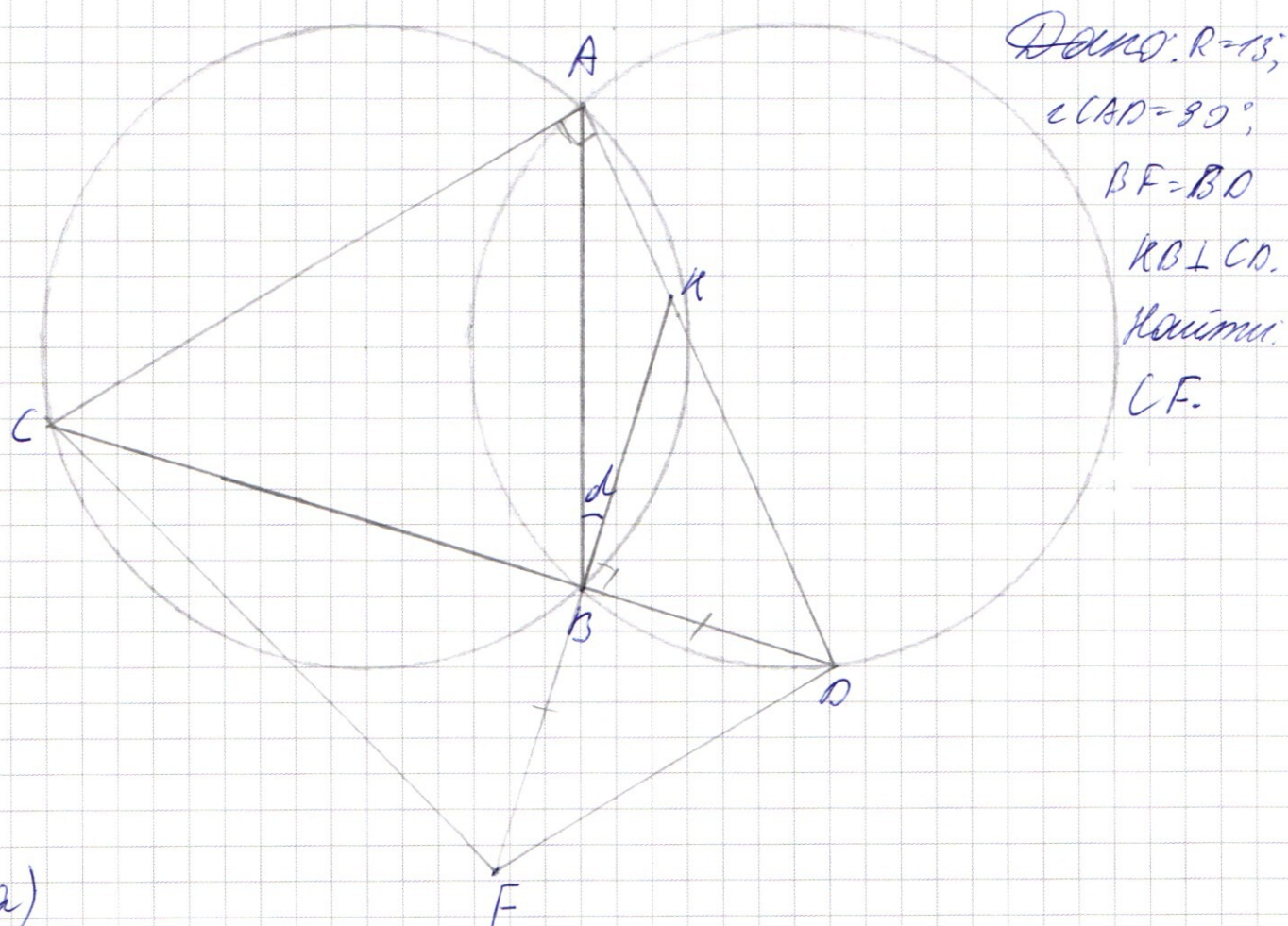
$$\lg y \lg 2 = \lg^2 2 \quad \lg y = \lg 2$$

$$\lg y - \lg 2 = 0 \quad \lg \frac{y}{2} = 0 \quad \frac{y}{2} = 1 \quad y = 2 \quad x = -2$$

$$\text{Ответ: } (-2; 2); \left(\frac{\sqrt{17}-9}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right).$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6.



Дано: $R=15$;
 $\angle CAD=90^\circ$;
 $BF=BD$
 $KB \perp CD$.
Найти:
 $\angle C$.

- а)
- 1) $\angle ACD = \angle ADC$ т.к. вписаны в равные окружности и опираются на одну дугу. Тогда т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$
 - 2) Обозначим $\angle ABK = \alpha$, тогда $\angle BAK = 45 - \alpha$
(в $\triangle ABD$ $\angle D = 45^\circ$, $\angle ABD = 90 + \alpha \Rightarrow \angle BAK = 45 - \alpha$)
 - 3) по т. синусов
$$\frac{BD}{\sin(45 - \alpha)} = 2R \quad BD = 2R \cdot \sin(45 - \alpha)$$
 - 4) т.к. $\angle BAK = 45 - \alpha$, то $\angle CAB = 45 + \alpha$

5) по т. синусов

$$\frac{CB}{\sin(45-\alpha)} = 2R \quad CB = 2R \sin(45+\alpha)$$

6) $\triangle CBF$ - прямоугольный, т.к. $KF \perp CD$.

Отсюда по т. Пифагора

$$CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} \quad (BF = KN \text{ из условия})$$

$$\begin{aligned} CF &= \sqrt{(2R \sin(45-\alpha))^2 + (2R \sin(45+\alpha))^2} = 2R \sqrt{\sin^2(45-\alpha) + \sin^2(45+\alpha)} = \\ &= 2R \sqrt{(\sin 45 \cos \alpha - \cos 45 \sin \alpha)^2 + (\sin 45 \cos \alpha + \cos 45 \sin \alpha)^2} = \\ &= 2R \sqrt{\frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \cos \alpha \sin \alpha) + \frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha)} = \\ &= 2R \sqrt{\frac{1}{2} + \cancel{\cos \alpha \sin \alpha} + \frac{1}{2} - \cancel{\cos \alpha \sin \alpha}} = 2R \sqrt{1} = 2R \end{aligned}$$

$$CF = 2R = 2 \cdot 13 = 26$$

д) 1) по т. синусов

$$\frac{AC}{\sin(90-\alpha)} = 2R \quad AC = 2R \cos \alpha$$

2) в $\triangle CFB$

$$\sin \angle BCF = \frac{2R \sin(45-\alpha)}{2R} = \sin(45-\alpha)$$

$$\angle BCF = 45-\alpha$$

$$\text{Отсюда } \angle ACF = 45 + 45 - \alpha = 90 - \alpha$$

3) $BC = 10$ из условия

$$BC = 2R \sin(45+\alpha)$$

$$\frac{5}{13} = \sin(45+\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{13} = \cos \alpha + \sin \alpha$$

$$\frac{50}{169} = 1 + \sin 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = -\frac{119}{169}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{13} - \cos \alpha = \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$$

$$\left(\frac{5\sqrt{2}}{13} - \cos \alpha\right)^2 = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 2\alpha = 1 - \left(\frac{119}{169}\right)^2$$

$$\frac{50}{169} - \frac{10\sqrt{2}}{13} \cos \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \sqrt{\left(1 - \frac{119}{169}\right)\left(1 + \frac{119}{169}\right)} =$$

$$\frac{2}{13} \cos \alpha = \frac{10\sqrt{2}}{13} \cos \alpha \quad = \sqrt{\frac{50}{169} \cdot \frac{288}{169}} = \frac{150 \cdot 288}{169} = \frac{120}{169}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}} = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{\frac{170}{169} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{170+169}{169}}{2}} = \sqrt{\frac{289}{2 \cdot 169}} = \frac{17}{13 \cdot 2}$$

$$4) S = AC \cdot CF \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \angle ACF$$

$$S = 2R \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= 2R \cos \alpha \cdot R \cos \alpha = 2 \cdot R^2 \cdot \cos^2 \alpha =$$

$$= 2 \cdot 169 \cdot \frac{289}{2 \cdot 169} = 289$$

Ответ: $CF = 26$; $S = 289$.

$$2. \cos 7\pi + \cos 3\pi - \sqrt{2} \cos 10\pi = \sin 7\pi + \sin 3\pi$$

$$\cos 7\pi + \cos 3\pi = 2 \cos 5\pi \cos 2\pi$$

$$\sin 7\pi + \sin 3\pi = 2 \cos 2\pi \sin 5\pi$$

$$2 \cos 2\pi \sin 5\pi = 2 \cos 5\pi \cos 2\pi - \sqrt{2} \cos 10\pi$$

$$\sqrt{2} \cos 10\pi = \sqrt{2} (\cos 5\pi - \sin 5\pi) =$$

$$= \sqrt{2} (\cos 5\pi - \sin 5\pi) (\cos 5\pi + \sin 5\pi)$$

$$\sqrt{2} (\cos 5\pi - \sin 5\pi) (\cos 5\pi + \sin 5\pi) = 2 \cos 2\pi (\cos 5\pi - \sin 5\pi)$$

$$1) \cos 5\pi - \sin 5\pi = 0$$

$$\cos 5\pi = \sin 5\pi \quad | : \cos 5\pi \neq 0 \quad 5\pi \neq \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$k \neq \pm \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi k}{5}$$

$$\tan 5\pi = 1 \quad 5\pi = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad k = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$$

$$2) \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x) = 2 \cos 2x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 5x + \sin 5x) = \cos 2x$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 2x$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \cos 5x + \cos(90^\circ - 5x) = 2 \cos \frac{5x + 90^\circ - 5x}{2} \cos \frac{5x - 90^\circ + 5x}{2} =$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos(5x - 45^\circ)$$

$$\sqrt{2} \cos 2x = \sqrt{2} \cos(5x - 45^\circ)$$

$$\cos 2x = \cos(5x - 45^\circ)$$

$$0 = \cos(5x - 45^\circ) - \cos 2x$$

$$\cos(5x - 45^\circ) - \cos 2x = -2 \sin \frac{5x - 45^\circ + 2x}{2} \sin \frac{5x - 45^\circ - 2x}{2}$$

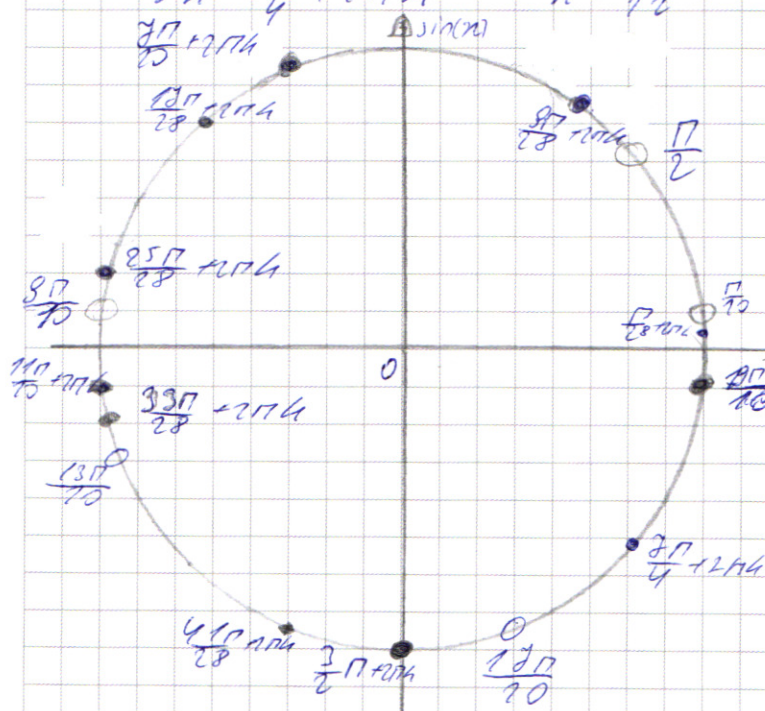
$$-2 \sin \frac{7x - 45^\circ}{2} \sin \frac{3x - 45^\circ}{2} = 0$$

$$\sin \frac{7x - 45^\circ}{2} = 0 \quad \frac{7x - 45^\circ}{2} = \pi k \quad 7x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k$$

$$7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$$

$$\sin \frac{3x - 45^\circ}{2} = 0 \quad \frac{3x - 45^\circ}{2} = \pi k \quad 3x - \frac{\pi}{4} = 2\pi k$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$$



$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{10} + 2\pi k;$$

$$\frac{11\pi}{10} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k;$$

$$\frac{13\pi}{10} + 2\pi k; \frac{\pi}{28} + 2\pi k;$$

$$\frac{9\pi}{28} + 2\pi k; \frac{13\pi}{28} + 2\pi k;$$

$$\frac{25\pi}{28} + 2\pi k; \frac{33\pi}{28} + 2\pi k;$$

$$\frac{41\pi}{28} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\frac{\pi}{12} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k;$$

$$\frac{13\pi}{12} + 2\pi k.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{10} - 1 \quad \vee \quad 4$$

$$\sqrt{10} - 1 \quad 8$$

$$\sqrt{10} \in \mathbb{Q}$$

$$n = \frac{\sqrt{10} - 1 - 8}{2} = \frac{\sqrt{10} - 9}{2}$$

$$2) \quad \frac{184 - 184}{2} = 184$$

$$184 - 4 = 184$$

$$0 = 184 - 4$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$4 = 4 - 4$$

$$24 = 4$$

$$4 = 2$$

$$n = 4 - 4 = 0 \quad 4 = 2$$

IT

$$n = -24$$

$$\left(\frac{184}{4}\right)^{184} = (24)^{184}$$

$$\frac{184}{4} = 164$$

$$(164)^{184} = 24^{184}$$

$$184 \cdot \lg 164 = 184 \lg 24$$

$$184 \lg 2^4 = 184 \lg 24 = (184 \lg 8) / (\lg 2 + \lg 4)$$

$$4 \lg 4 \lg 2 + 2 \lg 4 = \lg 2 + \lg 4 \lg 2 + 2 \lg 4 \lg 2$$

$$4 \lg 4 \lg 2 = \lg 2 + \lg 4 \lg 2$$

$$3 \lg 4 \lg 2 = \lg 2 \quad \lg 4 = \lg 2$$

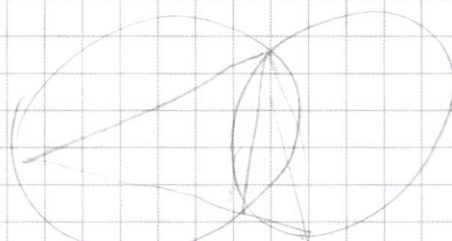
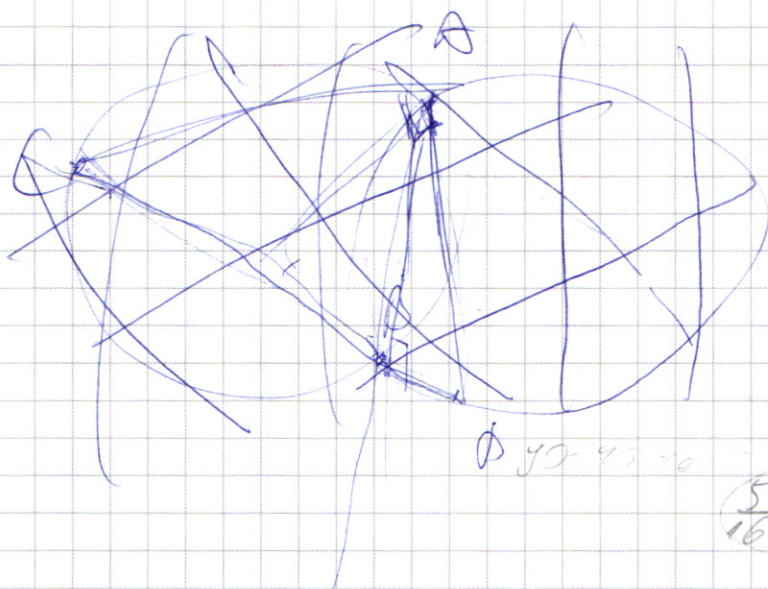
$$\lg \left(\frac{4}{2}\right) = 0$$

$$\frac{4}{2} = 0$$

$$4 = 2$$

$$n = -2$$

6.

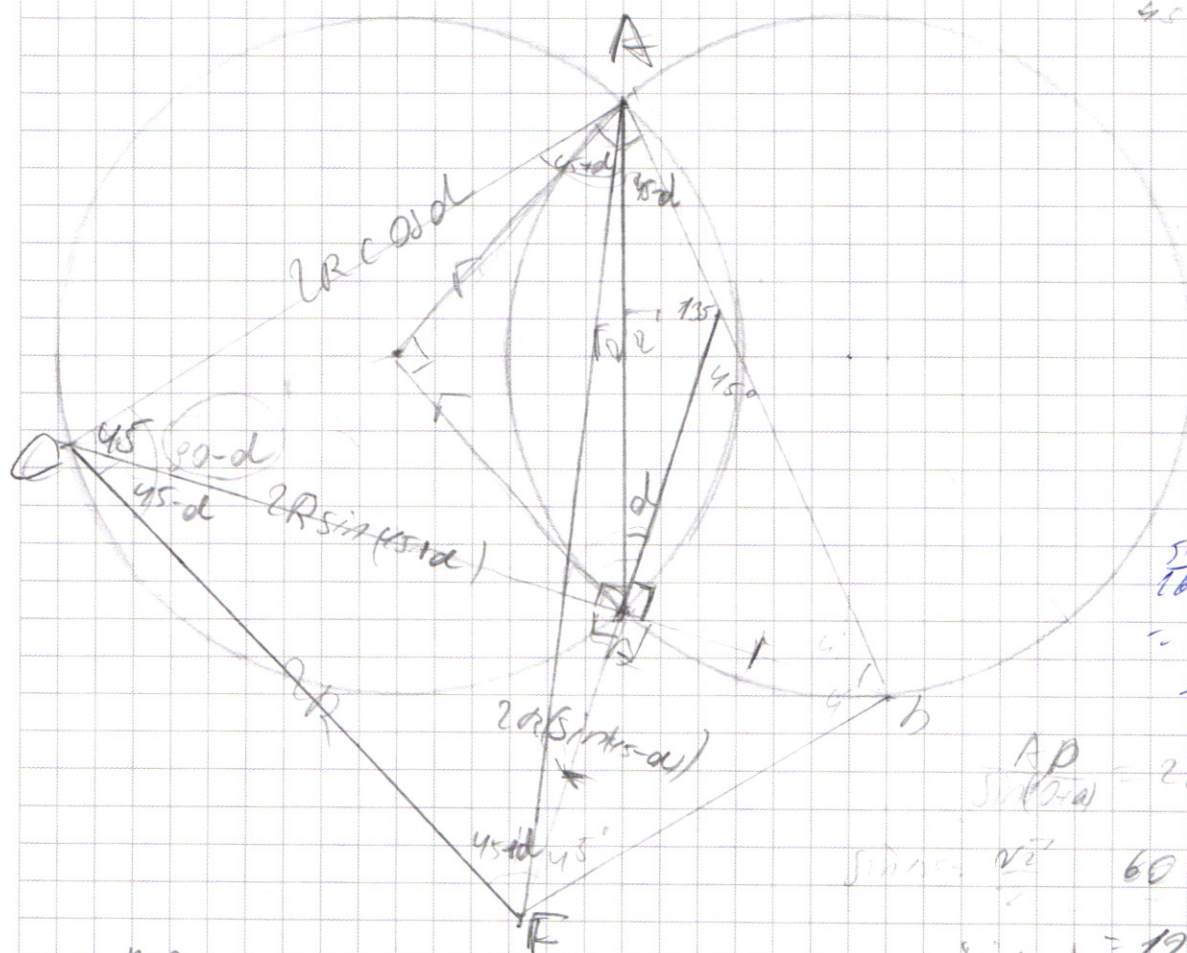


5174500145

$$\frac{\sin \alpha}{b} = \cos \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{50}{168} + \cos \alpha - \frac{10\sqrt{2}}{1} \cos \alpha = 1 - \cos \alpha$$

$$180 - 135 + 2 = 45$$



$$\begin{array}{r} 50 \\ 169 \overline{) 8090} \\ \underline{169} \\ 640 \\ \underline{329} \\ 3110 \\ \underline{338} \\ 2770 \\ \underline{272} \\ 480 \end{array}$$

$$\frac{AP}{\sin(74^\circ)} = 2$$

Since $\sqrt{2}$ $60 + 30 =$

$\sin 120^\circ = \frac{y}{r}$
 $\sin 120^\circ = \frac{y}{2}$
 $y = 2 \sin 120^\circ$
 $y = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $y = \sqrt{3}$



$\sin 120^\circ = \frac{y}{2}$
 $y = 2 \sin 120^\circ$
 $y = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $y = \sqrt{3}$

$$\frac{BD \pi}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$CA = 2 R \sin(\frac{\alpha}{2})$$

$$2R \sqrt{\sin^2(45+d) + \sin^2(45-d)} =$$

$$= 2R \sqrt{\sin^2 45 \cos^2 d - \cos^2 45 \sin^2 d + (\sin^2 45 \cos^2 d - \cos^2 45 \sin^2 d)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2. \cos 7\pi + \cos 3\pi - \sqrt{2} \cos 10\pi = \sin 7\pi + \sin 3\pi$$

$$\cos 7\pi + \cos 3\pi = 2 \sin \frac{7\pi + 3\pi}{2} \cos \frac{7\pi - 3\pi}{2}$$

$$\cos 45 + \cos 45 = \sqrt{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \frac{45-45}{2} \quad \times$$

$$\text{так } \sqrt{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 0$$

$$\cos 45 + \cos 45 = 2 \cos \frac{45+45}{2} \cos \frac{45-45}{2}$$

$$\cos 45 + \cos 45 = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = \sqrt{2} \quad \checkmark$$

$$\cos 45 + \cos 45 = 2 \cdot \cos \frac{45+45}{2} \sin \frac{45-45}{2} \quad \checkmark$$

$$\cos 45 + \cos 45 = 2 \cdot \cos \frac{45+45}{2} \sin \frac{45-45}{2} \quad \times$$

$$\cos 30 + \cos 30 = \sqrt{3} = 2 \cdot \cos \frac{30+30}{2} \cos \frac{30-30}{2} =$$

$$= 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$\cos 30 + \cos 30 = 2 \cdot \cos \frac{30+30}{2} \sin \frac{30-30}{2} =$$

$$= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad \checkmark$$

$$\cos 4\pi + \cos 3\pi = 2 \cos 5\pi \cos 2\pi$$

$$\cancel{\cos 45} - \cancel{\sin 45} = 0 \quad \frac{\sin 45 - \cos 45}{\cos 45 - \sin 45} = 0 \sqrt{2} \dots$$

$$\sin 45 + \sin 45 = 2 \cos \frac{45+45}{2} \sin \frac{45-45}{2}$$

$$\sin 30 + \sin 30 = 2 \cos \frac{30+30}{2} \sin \frac{30-30}{2}$$

$$\sin 7\pi + \sin 3\pi = 2 \cos \frac{7\pi+3\pi}{2} \sin \frac{7\pi-3\pi}{2} =$$

$$= 2 \cos 2\pi \sin 5\pi$$

$$2 \cos 5\pi \cos 2\pi - \sqrt{2} \cos 10\pi = 2 \cos 2\pi \sin 5\pi$$

$$2 \cos 2\pi (\cos 5\pi - \sin 5\pi) = \sqrt{2} \cos 10\pi$$

$$2 \cos 2\pi (\cos 5\pi - \sin 5\pi) = \sqrt{2} (\cos^2 5\pi - \sin^2 5\pi)$$

$$2\cos 2\pi = \sqrt{2}$$

$$2\cos 2\pi = \sqrt{2} \cdot \cos$$

$$\sqrt{2} \cos 2\pi (\cos 5\pi - \sin 5\pi) = \sqrt{2} (\cos 5\pi - \sin 5\pi) (\cos 5\pi + \sin 5\pi)$$

$$\text{I} \quad \cos 5\pi = \sin 5\pi \quad | : \cos 5\pi \quad \cos 5\pi \neq 0 \quad 5\pi = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\tan 5\pi = 1 \quad 5\pi = \arctan 1$$

$$5\pi = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \left(\pi = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5} \right)$$

$$\frac{\pi}{10}, \frac{3\pi}{5}, \pi$$

1-ый корень и первое $\pi/10$

$$\pi \neq \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi k}{5}$$

II

$$2\cos 2\pi = \sqrt{2} (\cos 5\pi + \sin 5\pi)$$

$$\sqrt{2} \cos 2\pi = \cos 5\pi + \sin 5\pi$$

$$\cos 45 + \sin 45 = \sqrt{2} \cdot \sin(45 + 45) = \sqrt{2} \cdot 1$$

$$\cos 30 + \sin 30 = \sqrt{2} \sin 60 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 2\pi = \cos 5\pi + \sin 5\pi$$

$$\sin 5\pi = (\cos 30 - 5\pi)$$

$$\sqrt{2} \cos 2\pi = \cos 5\pi + \cos(90 - 5\pi) =$$

$$= 2 \cos \frac{5\pi + 90\pi}{2} \cos \frac{5\pi - 90\pi}{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 2\pi = \sqrt{2} \cos(5\pi - 45)$$

$$\cos \pi = \cos$$

$$\cos 45 = 40$$

$$\cos 45 - \cos 45 = 2 \cdot \sin \frac{45 + 45}{2} \sin \frac{45 - 45}{2} = 0$$

$$\cos 30 - \cos 30$$

$$\cos 30 - \cos 30 = 2 \cdot \sin \frac{30 + 30}{2} \sin \frac{30 - 30}{2}$$

$$0 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{10}, \frac{6\pi}{5} = \frac{\pi + 6\pi}{10} = \frac{7\pi}{10} = 12.18$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{8\pi}{5} = \frac{\pi + 16\pi}{10} = \frac{17\pi}{10} = 53.4$$

$$\frac{2\pi + 2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} = \frac{5\pi}{5} = \pi$$

$$\frac{2\pi + 2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}$$

$$\frac{2\pi + 2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} = 2\pi$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi}{5} =$$

$$= \frac{\pi}{10} + \frac{4\pi}{10} = \frac{5\pi}{10} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{10}, \frac{4\pi}{5} =$$

$$= \frac{\pi}{10} + \frac{8\pi}{10} = \frac{9\pi}{10} = \frac{2\pi}{5}$$

$$= \frac{2\pi + 2\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} = \pi$$

$$\pi = 3.14$$

$$= 3.14$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{6\pi}{5} = \frac{\pi + 12\pi}{10} =$$

$$= \frac{13\pi}{10}$$

$$\frac{\pi}{10} + \frac{12\pi}{5} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3. \left\{ \left(\frac{x^2}{y^2} \right)^{\log y} = (-x)^{\log(x+y)} \right.$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$2y^2 - y(x+8) - (x^2 + 4x) = 0$$

$$D = (x+8)^2 - 8(x^2 + 4x)$$

$$1) \sqrt{\frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha)} + \sqrt{\frac{1}{2}(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \cos \alpha \sin \alpha)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 1 + \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 1 = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \quad (2R)$$

$$2) R \sin 45^\circ + d = 10$$

$$\sin 45^\circ = \frac{5}{13}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos d + \sin d) = \frac{5}{13}$$

$$\cos d + \sin d = \frac{5\sqrt{2}}{13}$$

$$\sin(20^\circ + d) = \dots$$

$$AC = 45^\circ$$

$$\cos d \sin^2 \alpha + 2 \cos d \sin \alpha = \frac{25 \cdot 2}{169}$$

$$\sin 2d = \frac{50}{169} - 1$$

$$AC = 2R \sin 90^\circ - d = (2R \cos d)$$

$$R \sin 5 = 2R \cos d \cdot \frac{1}{2} \sin 90^\circ - d = 2 \cdot R^2 \cdot \cos d$$

$$168 + 118 = 200 + 70 + 18 =$$

$$= 288$$

$$\frac{288}{4} =$$

$$288 - 11 =$$

$$50 + \frac{88}{4} = 50 + 22 =$$

$$= \sqrt{72} =$$

$$\sqrt{50 \cdot 288} = 5 \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 72} = 10 \sqrt{9 \cdot 20} = 10 \cdot 12 =$$

$$\frac{n}{28} + \frac{2n}{7} = \frac{n+8n}{28} = \frac{9n}{28}$$

$$\frac{n}{28} + \frac{4n}{7} = \frac{n+16n}{28} = \frac{17n}{28}$$

$$\frac{n}{28} + \frac{6n}{7} = \frac{n+24n}{28}$$

$$\frac{n}{28} + \frac{8n}{7} = \frac{n+32n}{28}$$

$$\frac{n}{28} + \frac{10n}{7} = \frac{n+40n}{28}$$

$$\frac{n}{28} + \frac{12n}{7} = \frac{n+48n}{28}$$

$$= \frac{9n}{9}$$

$$50 - 36 = 14$$

$$\frac{n}{28} + \frac{14n}{7} = \frac{n+56n}{28}$$

$$= \frac{57n}{28}$$

$$\frac{n}{12} + \frac{2n}{3} = \frac{n+8n}{12} = \frac{9n}{12} = \frac{3n}{4}$$

$$\frac{n}{12} + \frac{4n}{3} = \frac{n+16n}{12} = \frac{17n}{12}$$

$$\frac{n}{12} + \frac{6n}{3} = \frac{n+24n}{12} = \frac{25n}{12}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3. \sqrt{2y^2 - 4y - 4} - y - 4 = 0$$

$$2y^2 - 4y - 4 = (y+4)^2 \Rightarrow$$

$$2(y+4)^2 - 8(y+4) - 4 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 16y + 64 - 8y - 32 - 4 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 8y + 28 = 0$$

$$0 = 2y^2 + 8y + 28 - 2y^2 - 16y - 64 = -8y - 36 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot (-8) \cdot (-36) = 16 - 1152 = -1136 < 0$$

$$(2y - 4)^2 = 8y^2 - 16y + 16$$

$$y_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 1136}}{2}$$

$$1) y = \frac{4 - 4 + 24\sqrt{4}}{2} = 12\sqrt{4} = 24$$

$$2) y = \frac{4 - 4 - 24\sqrt{4}}{2} = -12\sqrt{4} = -24$$

$$\pi \left(\frac{y}{y} \right)^{184} = -24 \cdot 184 \cdot \pi$$

$$y \neq 0 \quad y \neq 0 \quad y > 0 \quad y < 0$$

$$y > 0 \quad y > 0 \quad y = y - 4$$

$$y - 4 < 0 \quad 0 < y < 4$$

$$1) y = y - 4$$

$$\left(\frac{y-4}{y} \right)^{184} = (y-4)^{184} \cdot y^{-184}$$

$$(y-4)^{184} \cdot y^{-184} = (y-4)^{184} \cdot y^{-184} \Rightarrow (y-4)^{184} = (y-4)^{184}$$

$$\frac{(4-y)^4 \cos y}{y^2} = (4-y) \cos(y)$$

~~$$\cos y \cdot (4-y) \cos y = (4-y) \cos y$$~~

~~$$\cos y / (\cos(4-y) - \cos y^2) = (\cos y + \cos(4-y)) \cos(4-y)$$~~

~~$$4 \cos y \cos(4-y) - 4 \cos y = \cos y \cos(4-y) + \cos^2(4-y)$$~~

~~$$\cos^2(4-y) + (2 \cos y)^2 - 2 \cos(4-y) \cos y - 2 + \cos y \cos(4-y) = 0$$~~

~~$$\cos^2(4-y) - 2 \cos(4-y) \cos y + 4 \cos^2 y = 0$$~~

~~$$D = 9 \cos^2 y - 16 \cos^2 y = -7 \cos^2 y$$~~

~~$$4 \cos y - 2 \cos(4-y) \cos y - \cos^2(4-y) = 0$$~~

~~$$D = 9 \cos^2(4-y) - 16 \cos^2(4-y) = -7 \cos^2(4-y)$$~~

~~$$\text{т.к. } D \leq 0, \text{ то}$$~~

~~$$\cos^2(4-y) - 2 \cos(4-y) \cos y + 4 \cos^2 y = 0$$~~

$$\cos y / (\cos(4-y) - \cos y^2) = (\cos y + \cos(4-y)) \cos(4-y)$$

$$4 \cos y \cos(4-y) - 2 \cos^2 y = \cos y \cos(4-y) + \cos^2(4-y)$$

$$\cos^2(4-y) - 3 \cos y \cos(4-y) + 2 \cos^2 y = 0$$

$$D = 9 \cos^2 y - 8 \cos^2 y - \cos^2 y$$

$$\cos^2 y = \frac{3 \cos^2 y \pm \cos^2 y}{2}$$

$$1) \cos(4-y) = 2 \cos y$$

$$\cos y - \cos(4-y) = 0$$

$$\cos(y/4) = 0 \quad \frac{y}{4-y} = 1 \quad y = 4-y$$

$$y + y - 4 = 0 \quad D = 1 + 16 = 17$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y \neq \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$y =$$

$$y = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$



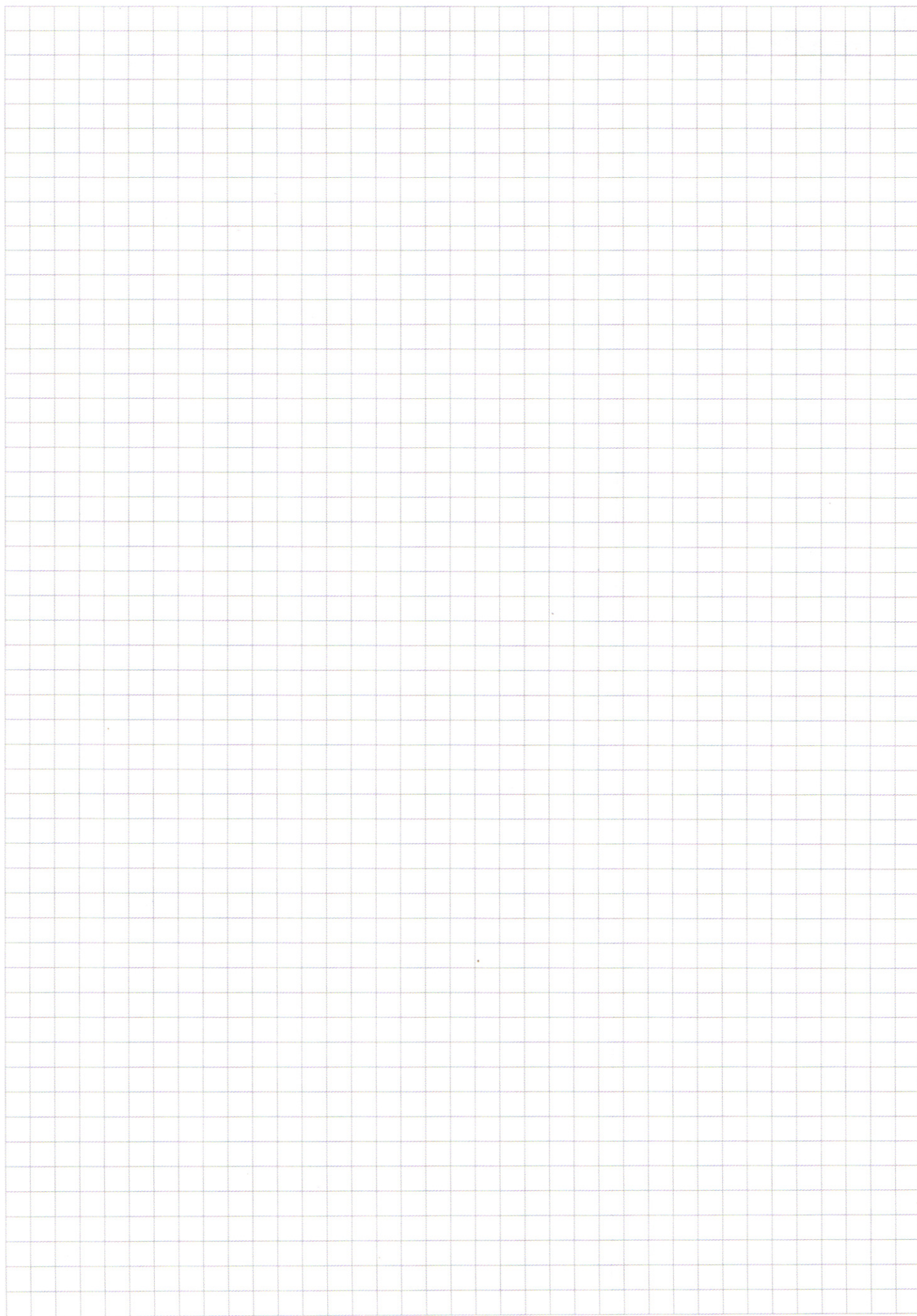
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)