МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + \left(2^{64} - 1\right) x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Заметим, что $3375 = 5^3 \cdot 3^3$, значит, восьмизначное число должно содержать либо набор 5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1; либо 5, 5, 5, 3, 9, 1, 1, 1. По формуле кол-ва перестановок с повторениями получим $N = \frac{8!}{3!\,3!\,2!} + \frac{8!}{3!\,1!\,1!\,3!} =$

$= \frac{8!}{3!}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) = \frac{8!}{3!} \cdot \frac{1}{4} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 1680$

Ответ: 1680.

№2

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

использовав формулы разности синусов и косинусов получим:

$-2\sin 4x \sin 7x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-\sqrt{2}\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \cos^2 7x - \sin^2 7x$

$(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x) = 0$ ← используется формула дв. угла.

$(\sin 7x + \cos 7x)(\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4} - 7x) + \sqrt{2}\sin 4x) = 0$

← сумма синусов

$(\sin 7x + \cos 7x)(2\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2})\cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2})) = 0$

$\Rightarrow$

① $\sin 7x + \cos 7x = 0$

$\sqrt{2}\sin(7x + \frac{\pi}{4}) = 0$

$7x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{1}{7}(\pi n - \frac{\pi}{4}), n \in \mathbb{Z}$

② $\sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2}) = 0$

$\frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{2\pi k}{3} + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{2\pi m}{3} + \frac{\pi}{12}, m \in \mathbb{Z}$

③ $\cos(\frac{\pi}{8} - \frac{11x}{2}) = 0$

$-\frac{\pi}{8} + \frac{11x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$\frac{11x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2\pi n}{11}, n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $\frac{\pi a}{7} - \frac{\pi}{28}$; $\frac{2\pi a}{3} + \frac{\pi}{12}$; $\frac{2\pi a}{11} + \frac{5\pi}{44}$, $a \in \mathbb{Z}$.

№3

ОДЗ $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} & (1) \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 & (2) \end{cases}$

прологорифмируем 1 по основанию 10.

$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot \lg x = \lg y \cdot 2\lg xy$ ← используя свойства логарифма произведения и частного получим

$-\lg^2 x + 5\lg x \cdot \lg y = 2\lg^2 y + 2\lg x \cdot \lg y$

$\lg^2 x - 3\lg y \cdot \lg x + 2\lg^2 y = 0$ ← решим квадратное ур-ние относит. $\lg x$.

$D = 9\lg^2 y - 2 \cdot 4 \cdot \lg^2 y = \lg^2 y$

$\lg x_1 = \frac{3\lg y - \lg y}{2} = \lg y$

$\lg x_2 = \frac{3\lg y + \lg y}{2} = 2\lg y = \lg y^2$

$\Rightarrow$ (I) $\lg x = \lg y$, $x = y$, $x>0$ (II) $\lg x = \lg y^2$, $x = y^2$, $x>0$

подставим (I) и (II) в (2):

(I) $x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$8x - 4x^2 = 0$

$x = 0$ не удовл. условию $x>0$

$x = 2$, $y = 2$

(II) $y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

~~$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12)$~~

$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$

поищем корни среди делителей 12. $y = 3$ подходит

$$\begin{array}{r|l} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 & y - 3 \\ -\underline{y^3 - 3y^2} & \overline{y^2 + y - 4} \\ y^2 - 7y + 12 & \\ -\underline{y^2 - 3y} & \\ -4y + 12 & \\ -\underline{-4y + 12} & \\ 0 & \end{array}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$y(y-3)(y^2+y-4)=0$

$y^2+y-4=0$

$D=1+4\cdot4=17$

$y_1=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

$y_2=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$y=0$ не удовл. усл. $x>0$

$y=3$, $x=9$

$y=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ не удовл. ОДЗ.

$y=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ удовл. ОДЗ. т.к. $\sqrt{17}>\sqrt{1}$

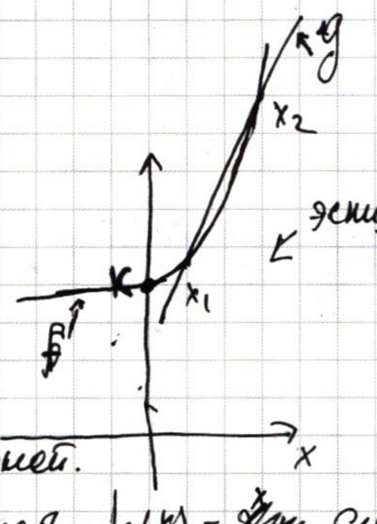
$\Rightarrow x=\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}(1+17-2\sqrt{17})=\frac{9-\sqrt{17}}{2}$

Ответ: $(2;2)$; $\left(\frac{9+\sqrt{17}}{2};\ \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

№7

Пусть $f(x)=2^x+3\cdot2^{65}$

$g(x)=70+(2^{64}-1)x$



$K=3\cdot2^{65}+1$

эскиз (ось OX очень далеко вниз).

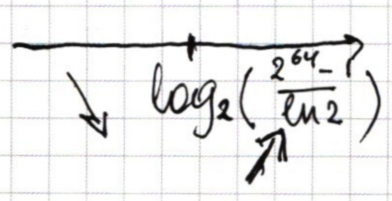
ур-ние $f(x)=g(x)$ может иметь не более двух корней.

строго докажем этот факт. пусть $h(x)=f(x)-g(x)$

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$

$h'(x)=2^x\ln2-2^{64}+1$

$h'(x)=0$ ~~$x=\frac{2^{64}-1}{}$~~ $x=\log_2\left(\frac{2^{64}-1}{\ln2}\right)$



очевидно, что $\frac{2^{64}-1}{\ln2}>\log_2\left(\frac{2^{64}-1}{\ln2}\right)$

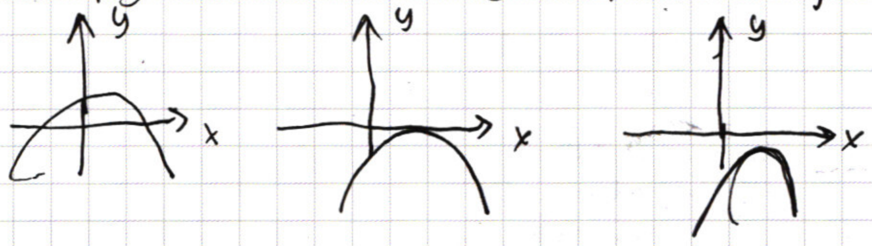
$h'\left(\frac{2^{64}-1}{\ln2}\right)>0$ (очевидно)

$\frac{2^{64}-1}{\ln2}>0 \Rightarrow$ т.к. $\ln2>\ln1=0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$h'(0) = \ln^2 2 - 2^{64} + 1 < 0$ (очевидно) $\Rightarrow x = \log_2\left(\frac{2^{64}-1}{\ln 2}\right)$ — точка минимума

$\Rightarrow$ возможные эскизы графика $y = h(x)$



$\Rightarrow h(x) = 0$ имеет не более двух корней

$\Rightarrow g(x) = f(x)$ не более двух корней.

$x_1 = 6$

$x_2 = 70$ — корни, значит, других нет.

Из того, что $f(x)$ — выпукла вниз на $\mathbb{R}$, на $(x_1; x_2)$ $f(x) < g(x)$ (по определению выпуклой вниз функции)

посчитаем кол-во целых y при целом x: Оно равно $g(x) - f(x)$ (т.к. одно нер-во нестрогое и для каждого целого x $f(x)$ и $g(x)$ тоже целые).

$\Rightarrow$ искомое значение $= \sum_{i=7}^{69} g(i) - f(i) = \sum_{i=7}^{69} 70 - i - i\cdot 2^{64} - 2^i - 3\cdot 2^{65}$

$= \sum_{i=7}^{69} 70 - x + 2^{64}\cdot\sum_{i=7}^{69} i - \sum_{i=7}^{69} 2^i - \sum_{i=7}^{69} 3\cdot 2^{65} =$

$= \underbrace{\frac{63+1}{2}63 + 2^{64}\cdot 63\cdot\frac{7+69}{2}}_{\text{арифметические прогрессии}} - \underbrace{2^7\cdot\frac{2^{63}-1}{1}}_{\text{геометр. прогрессия}} - \underbrace{63\cdot 3\cdot 2^{65}}_{\text{63 раза суммирования одного и того же}} =$

$= 63(32 + 2^{64}\cdot 38 - 3\cdot 2^{65}) - 2^7(2^{63}-1) =$

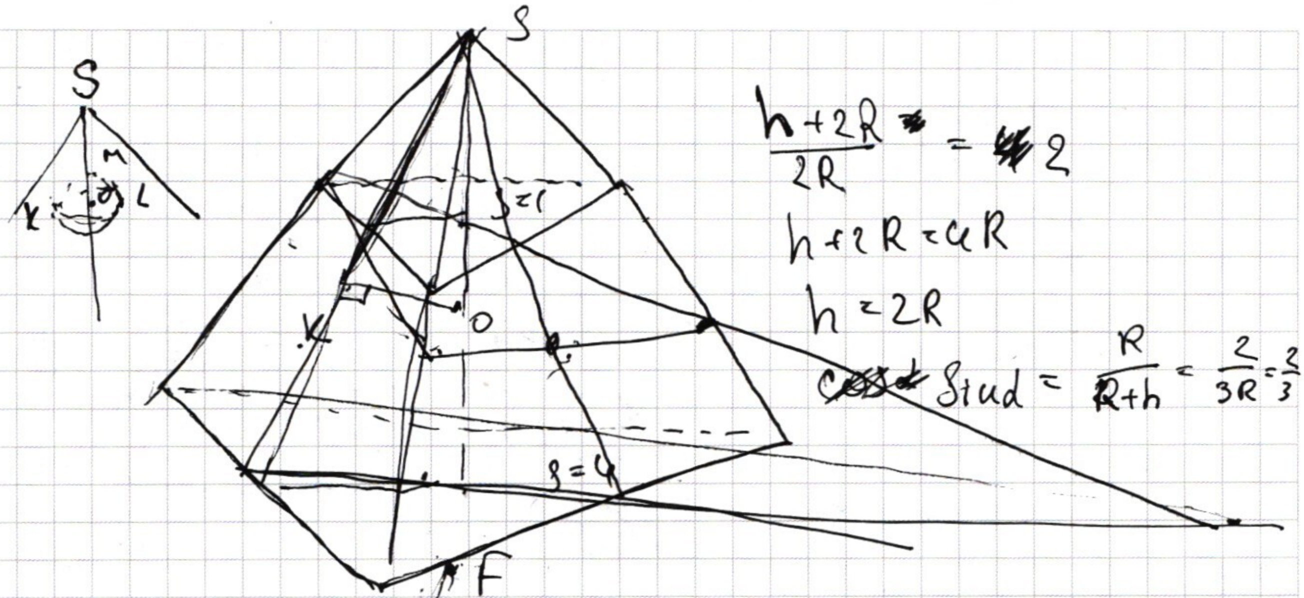
$= 63\cdot 2^5(1 + 2^{60}\cdot 19 - 3\cdot 2^{60}) - 2^7(2^{63}-1)$

$= 63\cdot 2^5(1+2^{64}) - 2^7(2^{63}-1) = 63\cdot 2^5 + 63\cdot 2^{69} - 2^{70} + 2^7 =$

$= 61\cdot 2^{69} + 67\cdot 2^5$

Ответ: $61\cdot 2^{69} + 2144$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

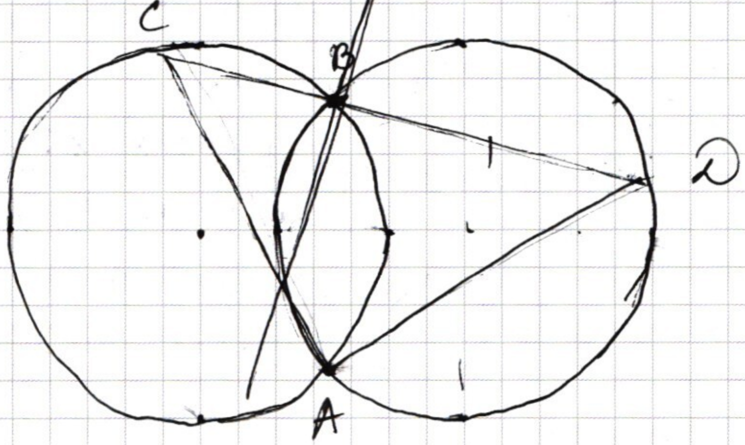


$\frac{h+2R}{2R}=2$

$h+2R=4R$

$h=2R$

$\sin\alpha=\frac{R}{R+h}=\frac{2}{3R}=\frac{2}{3}$



$|x+3|+|x-3|=6$

$x\le-3$ $-x-3-x+3=6$

$x=-3$

$x=0$

$x=3$

$(0;-3)$

14

$-2-3-1$

$-2-3$

$4-3-1$

$\frac{4-3+1}{2}$

$x<3-y$

$-y+3+\cancel{x}+-y+3-y=6$

$y=0$ $x<3$

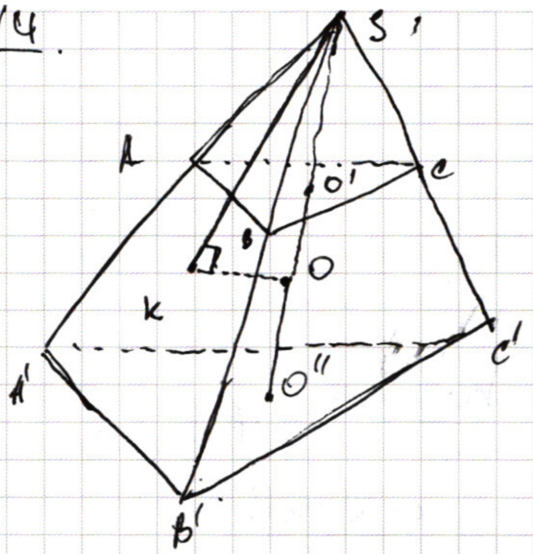
$|-3-x|+|-3+x|=6$

~~$x>3-y$~~

$3y<x<y+3$

$-y+3$

№4.



пусть ABC и A'B'C' - плоскости из условия; тогда:

$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, $S_{ABC} \sim S_{A_1B_1C_1}$ (гомотетия)

$\Rightarrow \frac{SO''}{SO'} = \frac{h+2R}{h} = \sqrt{\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}} = 2$

$\Rightarrow h = 2R$, где $h = SO'$, R - радиус сферы.

$\angle SKO$ - прямой.

$\sin\angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{h+R} = \frac{1}{3}$

$\boxed{\Rightarrow \angle KSO = \arcsin\frac{1}{3}}$

ответ ↑

№5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

① $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$

$|y-3-x|$: $+$ $+$ $-$; $|y-3+x|$: $-$ $+$ $+$; точки $3-y$, $y-3$

$$|y-3-x| = \begin{cases} y-3-x, & x < y-3 \\ -y+3+x, & x \geq y-3 \end{cases}$$

$$|y-3+x| = \begin{cases} y-3+x, & x > 3-y \\ -y+3-x, & x \leq 3-y \end{cases}$$

1.1.

$$\begin{cases} x < 3-y \\ y-3-x+(-y+3-x) = 6 \end{cases}$$

$x = -3$, $y < 6$

1.2. $$\begin{cases} 3-y \leq x < y-3 \\ y-3-x+y-3+x = 6 \end{cases}$$

$y = 6$, $-3 < x < 3$

1.3 $$\begin{cases} x \geq y-3 \\ -y+3+x-y+3-x = 6 \end{cases}$$

$y = 0$ $x \geq -3$

~~1.1.1~~

~~$|y-3-(-3)| + |y-3+(3)| = 6$~~

~~$|y| + |y-6| = 6$~~

~~1.1.1.~~

~~$(|y|-3)^2 = a-1$~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x=y$

$10^{\lg x} = 10^{2\lg y}$

$x = y^2$

$x = y^2 \quad x>0$

$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$

$y \neq 0 \quad y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$

$27 - 18 - 21 + 12 = 0$

$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 \;|\; y-3$

$-\; y^3 - 3y^2 \qquad y^2 + y - 4$

$y^2 - 7y + 12$

$-\; y^2 - 3y$

$-4y + 12$

$-\; -4y + 12$

0

$y^2 + y - 4 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$y_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$

$y_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$

$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$

$-4x^2 + 8x = 0$

$\cancel{x \neq 0}$

$4x(-x+2) \quad x=2 \quad y=2$

$y > 2^x + 3\cdot 2^{65}$

$y \le 70 + (2^{64} - 1)x$

$(y-3)(y^2+y-4) =$

$= y^3 + y^2 - 4y - 3y^2 - 3y + 12$

$y^3 - 2y^2 - 7y$

$\begin{array}{r} 48 \\ \times 5 \\ \hline 240 \\ \times 7 \\ \hline 1680 \end{array}$

$\begin{array}{r} 960 \\ +720 \\ \hline 80 \end{array}$

$f(0) = 3\cdot 2^{65} + 1$

$f(1) = 3\cdot 2^{65} + 2$

$f(2) = 3\cdot 2^{65} + 4$

$(3) \quad 3\cdot 2^{65} + 8$

$3\cdot 2^{65} + 16$

$70 + (2^{64} - 1)\cdot 0 = 70$

$70 + 2^{64} - 1$

$70 + 2^{65} - 2$

$70 + 2^{64}\cdot 3 - 3$

$70 + 2$

0: 70

1: $2^{64} + 69$

2: $2^{65} + 68$

3: $3\cdot 2^{64} + 67$

$2^{66} + 66$

$3\cdot 2^{65} + 2 \vee 2^{64} + 69$

$2^{64}(6-1) \vee 67$

$f(2) \quad 3\cdot 2^{65} + 4 \vee 2^{65} + 68$ X

$f(3) \quad 3\cdot 2^{65} + 8 \vee 3\cdot 2^{64} + 67$

$3\cdot 2^{64}(2-1) \vee$ X

$f(4) \quad 3\cdot 2^{65} + 16 \vee 2^{66} + 66$

$\vee 2^{64}(4-6)$ X

$x=5 \quad 3\cdot 2^{65} + 32 \vee 5\cdot 2^{64} + 65$

$2^{64}(5-6) \quad -2^{64}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$x=6$

$6\cdot 2^{64}+64 \vee 3\cdot 2^{65}+64$ ← пересечение

$7\cdot 2^{64}+63 \vee 3\cdot 2^{65}+128$

$2^{x}+3\cdot 2^{65} \vee x\cdot 2^{64}+70-x$

$2^{64}(6-x) \vee 70-x-2^{x}$

$-2^{64} < 70-7-2^{x}$

$-2^{64}\cdot$

$70-6=64$

$-64\cdot 2^{64} \vee -2^{70}$

$x=6 \quad x=70$

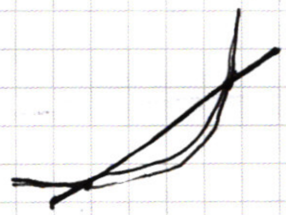
$70-x+2^{64}\cdot x-3\cdot 2^{65}-2^{x}>0=f(6)$

$f'(x)=-1+2^{64}-2^{x}\ln 2=0$

$2^{x}=\frac{2^{64}-1}{\ln 2}$

$x=\log_2\left(\frac{2^{64}-1}{\ln 2}\right)$

$67\cdot 32$: 134, 201, 2144



$63\cdot 19$: 567, 63, 1197

$2^{6}(63+$

$|y-3-x|$

$|c-x|+|c+x|$

~~$c-x\geq 0$~~

~~$x<c$~~

~~$c<x$~~

$\begin{cases} c-x & c\geq x \\ x-c & c<x \end{cases}$

$\begin{cases} c+x & c\geq -x \\ -c-x & c<-x \end{cases}$

$x\leq c$ +

$x>c$ −

$x\geq -c$ +

$x<-c$ −

− +

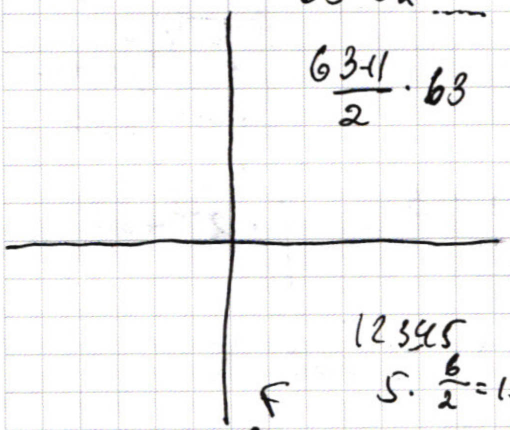
$-c \quad c$

− + +

$\begin{cases} -2c=6 \\ 2x=6 \\ 2c=6 \end{cases}$

63 62 1

$\frac{63+1}{2}\cdot 63$



12345

$5\cdot\frac{6}{2}=15$

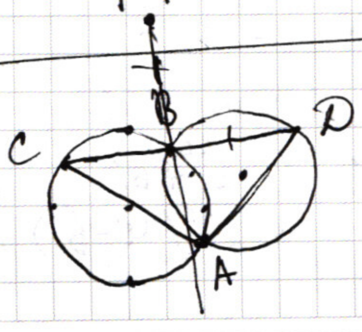
7 89 ... 69

$y-3=3$ $\quad y=0$

$x=3$ $\quad x=3$

$y-3=3$ $\quad y=6$

$63\cdot 2^{69}-2^{70}$

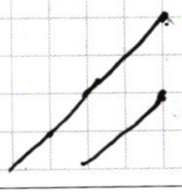


$70-x+2^{64}x-\cancel{\ldots}-2^{x}-3\cdot 2^{65}$

$2^{7}+2^{8}\ldots 2^{69}$

$2^{7}(1+2+4+\ldots 2^{62})$

$1\ 2\ 4\ 8\ 16=31$



$\frac{q^{n+1}-1}{q-1}$

$76/2$, 38, $\frac{8}{16}$

$19\cdot 2$

$61\cdot 2^{69}$

$-3<3-y$

$y<6$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

3375 | 5 ; 675 | 5 ; 135 | 5 ; 27

$3375 = 5^3 \cdot 3^3$

5 5 5 3 3 3 1 1

5 5 5 3 9 1 1 1

$N = \frac{8!}{3!3!2!} + \frac{8!}{3!1!1!3!}$

$\frac{8!}{3!}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right)$

$\frac{8!}{3!}\left(\frac{3}{12}\right.$

$\frac{8!}{24} =$

125 · 27 = 875 + 250 = 3375

№2

$\sqrt{2}\cos 14x = \sqrt{2}\cos(11x+3x) = \sqrt{2}\cos 11x\cos 3x - \sqrt{2}\sin 11x \sin 3x$

~~$\cos 11x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 11x\cos 3x$~~

~~$\cos 11x\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3x\right)$~~

$\cos 11x - \sin 11x = -\sqrt{2}\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right)$

$-\sqrt{2}\left(\sin 11x\cos\frac{\pi}{4} - \cos 11x\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$-\sin 11x + \cos 11x$

$\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2}\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

$\sqrt{2}$ ~~$(\sin 3x\cos\frac{\pi}{4} - \cos$~~

$-\sqrt{2}\sin\left(11x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

$= \sqrt{2}\cos 11x$

$\frac{\pi}{4} - 11x - 3x + \frac{\pi}{4}$

$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 11x\right) + \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

$2\sin(-4x)\cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$

$\sin\alpha + \sin\beta$

$2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$\left(\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)$

$\left(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\right)$

~~$\sin\frac{\alpha}{2}\sin\cos$~~

$\sin 30 + \sin 45$

~~$= \sin$~~

~~$\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos\beta$~~

$\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\beta + \sin^2\alpha\cos\beta\sin\beta$

$+ \cos^2\alpha\sin\beta\cos\beta$

$\sin^2\beta\cos\alpha\sin\alpha$

$\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta$

$\sin 2\alpha + \sin 2\beta$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\sin 3x + \sin(-11x) = -2\sin 4x \cos 7x$

$2\sin\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\sin\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right) = (\sin\beta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta)(\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\beta)$

$\cancel{\sin^2\beta\cos^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha\sin\beta\cos\beta} - \sin^2\alpha\cos^2\beta$

$\cancel{-\frac{1}{2}\sin 2\alpha\sin 2\beta}$

$\sin^2\beta\cos^2\alpha + \sin\cancel{\beta\cos\alpha\sin\alpha\cos\beta} - \sin\alpha\,\cancel{\sin\beta\cos\beta\cos\alpha}\ \sin^2\alpha\cos^2\beta$

$\cancel{\sin\alpha}(\sin\beta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta)(\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\beta)$

$-2\sin(4x)\sin 7x$

$-\sqrt{2}\sin(4x)(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}\cos 14x$ $\qquad \cancel{\cos}$

$(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x)(\sin 7x - \cos 7x) = 0$ $\qquad \cos\alpha - \cos\beta$

$\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin 4x$ $\qquad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)$

$2\sin\left(\right.$ $\qquad 2\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$\frac{\pi}{2} - \alpha - \beta + \frac{\pi}{2}$

$\sqrt{?}$

$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} - y^{2\lg xy}$

$(x^2 - 4x + 4) - 4 -$

$\lg x \cdot \lg\frac{y^5}{x} = \lg y \cdot 2\lg xy$

$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$

$5\lg x \cdot \lg y - \lg^2 x = \lg y \cdot 2\lg x + 2\lg^2 y$

$\cancel{(y^2)^{\lg x} \cdot (y^2)^{\lg y}}$

$\cancel{y} \left(y^{\lg x + \lg y}\right)^2 = \left(x^{\lg y} \cdot y^{\lg y}\right)^2 = (xy)^{2\lg y}$.

$x^{2\lg y + \lg x} = x^{\lg y^2 x}$.

$3\lg x\lg y - \lg^2 x = 2\lg^2 y + \cancel{2\lg x\lg y}$

$\lg x = \frac{3\lg y - \lg y}{2} = \lg y$

$\lg^2 x - 3\lg x \cdot \lg y + 2\lg^2 y = 0$

$\lg x = \frac{3\lg y + \lg y}{2} = 2\lg y$

$D = 9\lg^2 y - 8\lg^2 y = \lg^2 y$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)