

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

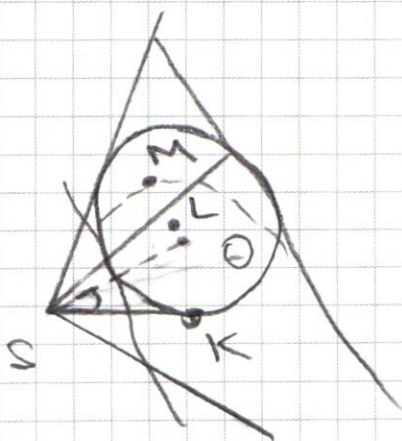
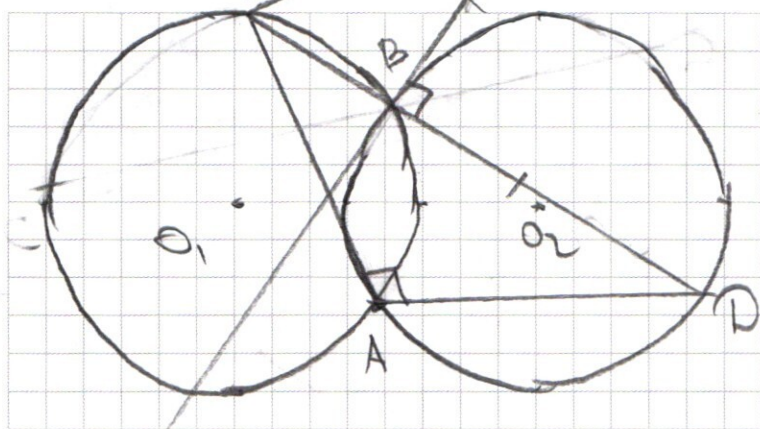
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

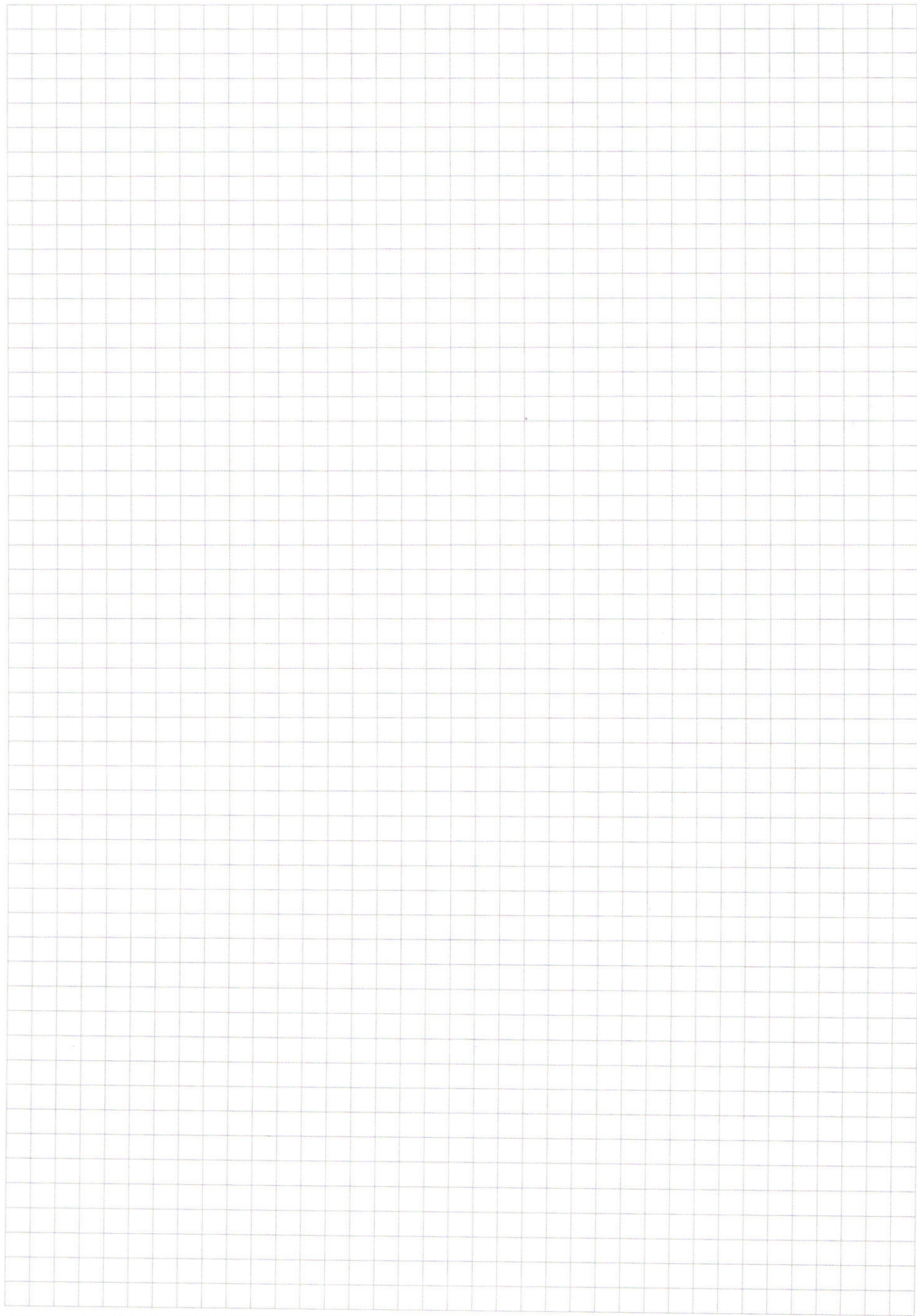


$$70 + (2^{64} - 1) \cdot x > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 2^{64} \cdot x - x > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$2^{64} \cdot x - x - 2^x > 3 \cdot 2^{65} - 70$$

$$2^x (2^{64-x} \cdot x - 1) - x > 3 \cdot 2^{65} - 70$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{y^{5 \lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2(\lg x + \lg y)}$$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x} y^{2 \lg y} x^{\lg x}$$

$$y^{-3 \lg x} x^{\lg x} y^{2 \lg y} = 1$$

$$(y^{-3} x)^{\lg x} y^{2 \lg y} = 1$$

$$x^2 - 2xy - 3y^2 - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$(x-3y)^2 + 4xy - 12y^2 - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)^2 + 4y(x-3y) - 4(x-3y) = 0$$

$$(x-3y)(x-3y+4y-4) = 0$$

$$(x-3y)(x+y-4) = 0$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = 4-y \end{cases}$$

$$(y^{-3} \cdot 3y)^{\lg 3y} y^{2 \lg y} = 1$$

$$(3y^{-2})^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$(3y^{-2})^{\lg 3y} = y^{2 \lg(3y^2)}$$

$$\frac{y^{4 \lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3y} y^{2 \lg y}$$

от

$$y^{2 \lg 3y} = y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg y} y^{2 \lg 3} = y^{2 \lg y} 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$3^{2 \lg y} = 3^{\lg 3y}$$

$$2 \lg y = \lg 3 + \lg y$$

$$\lg y = \lg 3$$

$$y = 3$$

$$9^{\lg 3} = 3^{\lg 9}$$

$$2^{\lg 4} = 2 = 4^{\lg 2} =$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg(4-y)} (4-y)y \quad (4-y) \cdot y = 4y - y^2$$

$$\frac{y^{5\lg(4-y)}}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^{2\lg(4-y)} y^{2\lg y}$$

$\lg t$

$$y^{3\lg(4-y)} = y^{2\lg y} (4-y)^{\lg(4-y)}$$

$$y^{3\frac{\lg 4}{\lg y}} = y^{2\lg y} (4-y)^{\frac{\lg 4}{\lg y}}$$

$$\begin{aligned} x + 3 + x + y - 3 + x &= 6 \\ 2x + y &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\frac{\lg 4}{\lg y}} = y^{2\lg y}$$

$$\begin{aligned} y - 3 - x + 3 - x &= 6 \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= x + 3 \\ y &= 3 - x \end{aligned}$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg y}$$

$$(4-y)^{\lg y^3 - \lg 4y} = y^{2\lg y}$$

$$\frac{(4-y)^{3\lg y}}{(4-y)^{\lg 4y}} = y^{2\lg y}$$

$$y = 3$$

$$\begin{aligned} y - 3 - x + 3 - x &= 6 \\ 2y - 6 &= 6 \\ 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

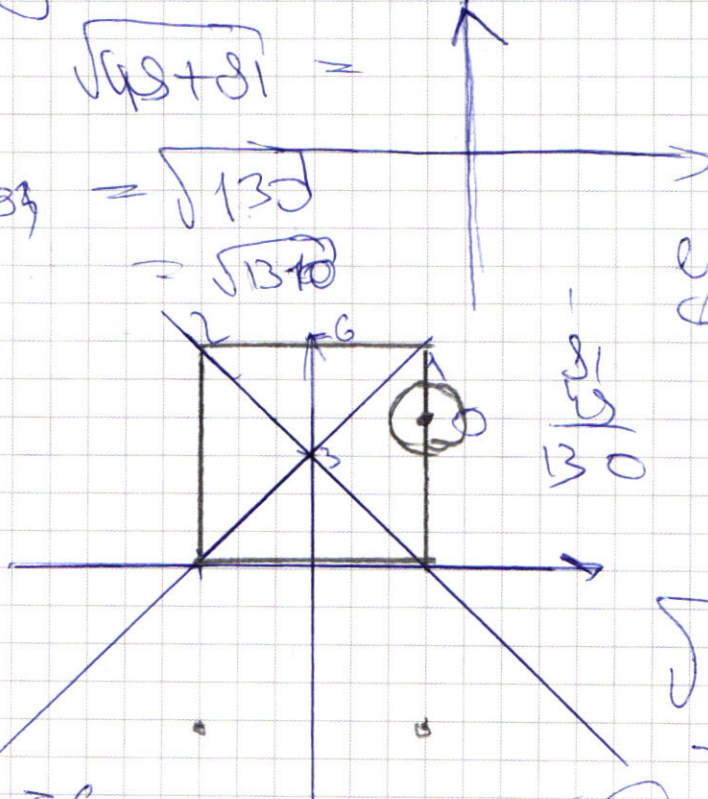
$$\frac{1^{3\lg 1}}{1^{\lg 1}} = y^{2\lg y} = \sqrt{135} = \sqrt{13 \cdot 10}$$

$$\frac{10}{10} = 10$$

$$y + 3 + x - y + 3 - x = 6$$

$$\begin{aligned} -2y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 3 + x + y - 3 - x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



$$\sqrt{68+9} = \sqrt{58}$$

$$(28, 2)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$3 \quad 5^4$$

$$3 \quad 3'$$

2, 1, 4

$$\frac{8!}{3!3!2!}$$

$$\frac{4.5 + 6.7 + 8}{6.2}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 145 \\ \hline 125 \\ 127 \\ \hline 875 \\ 250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3975 \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{5} \\ 17 \\ \underline{15} \\ 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{5} \\ 135 \\ \underline{10} \\ 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{5} \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 56 \\ \underline{20} \\ 1120 \end{array}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$$

$$\textcircled{A} \cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 = 0 - 1 = -1 \Rightarrow 2 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \sin(-\frac{\pi}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot -\frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$\sqrt{\frac{2}{2}} = \cancel{\sqrt{2}} - \frac{2}{2} = 2 - \underline{1}$$

$$\textcircled{1} \cos 11x - \cos 3x = 2 \sin 7x \sin(-4x) = -2 \sin(7x) \sin(4x)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = \sin \alpha + \sin(-\beta) = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\textcircled{2} \sin 11x - \sin 3x = 2 \sin 4x \cos 7x$$

$$\sin x + \cos x = \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) =$$

$$\cos(2 \cdot 7x) = \cos^2 7x - \sin^2 7x =$$

$$= 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos 11x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 11x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 3x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 3x = \cos 14x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - \cancel{100}x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \cancel{500}3x\right) = \cos 14x$$

$$2\sin(-4x)\cos\left(\frac{\pi}{4}-7x\right) = \cos 14x$$

$$2 \sin 4x (-\sin 7x - \cos 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\frac{-2 \sin 4x}{\sqrt{2}} \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-\sin 4x \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \cos 14x$$

$$\cos 10x \cos 4x - \sin 10x \sin 4x$$

$$\cos^2 7x - \sin^2 7x =$$

$$= 1 - 2 \sin^2 7x$$

$$-\frac{1}{2} (\sin(-3x + \frac{\pi}{4}) + \sin(11x - \frac{\pi}{4})) = \cos 14x$$

~~$$\frac{1}{2} (\sin(-3x + \frac{\pi}{4}) + \sin(11x - \frac{\pi}{4})) = \cos 14x$$~~

$$\frac{-2 \sin(7x) \sin(4x)}{\sqrt{2}} - \frac{2 \sin(4x) \cos(7x)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$$

$$-\sqrt{2} \sin(4x) (\sin(7x) + \cos(7x)) = (\cos^2 7x + \sin^2 7x) (\cos 7x - \sin 7x)$$

$$-\sqrt{2} \sin(4x) = \cos 7x - \sin 7x \quad / : \sqrt{2}$$

~~$$-\sqrt{2} \sin(4x) = \cos 7x - \sin 7x$$~~

~~$$-\sqrt{2} \sin(4x) = \cos 7x - \sin 7x$$~~

$$-\sin 4x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x$$

$$-\sin 4x = \sin(\frac{\pi}{4} - 7x)$$

$$\sin 4x = \sin(7x - \frac{\pi}{4})$$

$$\begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 4x = \pi - (7x - \frac{\pi}{4}) + 2\pi n \end{cases} \quad \frac{7x - \frac{\pi}{4} + 7x}{2}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} - 2\pi n$$

$$\pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\pi(2n+1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В этом случае 2 дуги меньших окружностей по 2 точки пересекаться с квадратами, что не подходит

⑤ $R = R_{m2} = \sqrt{130}$

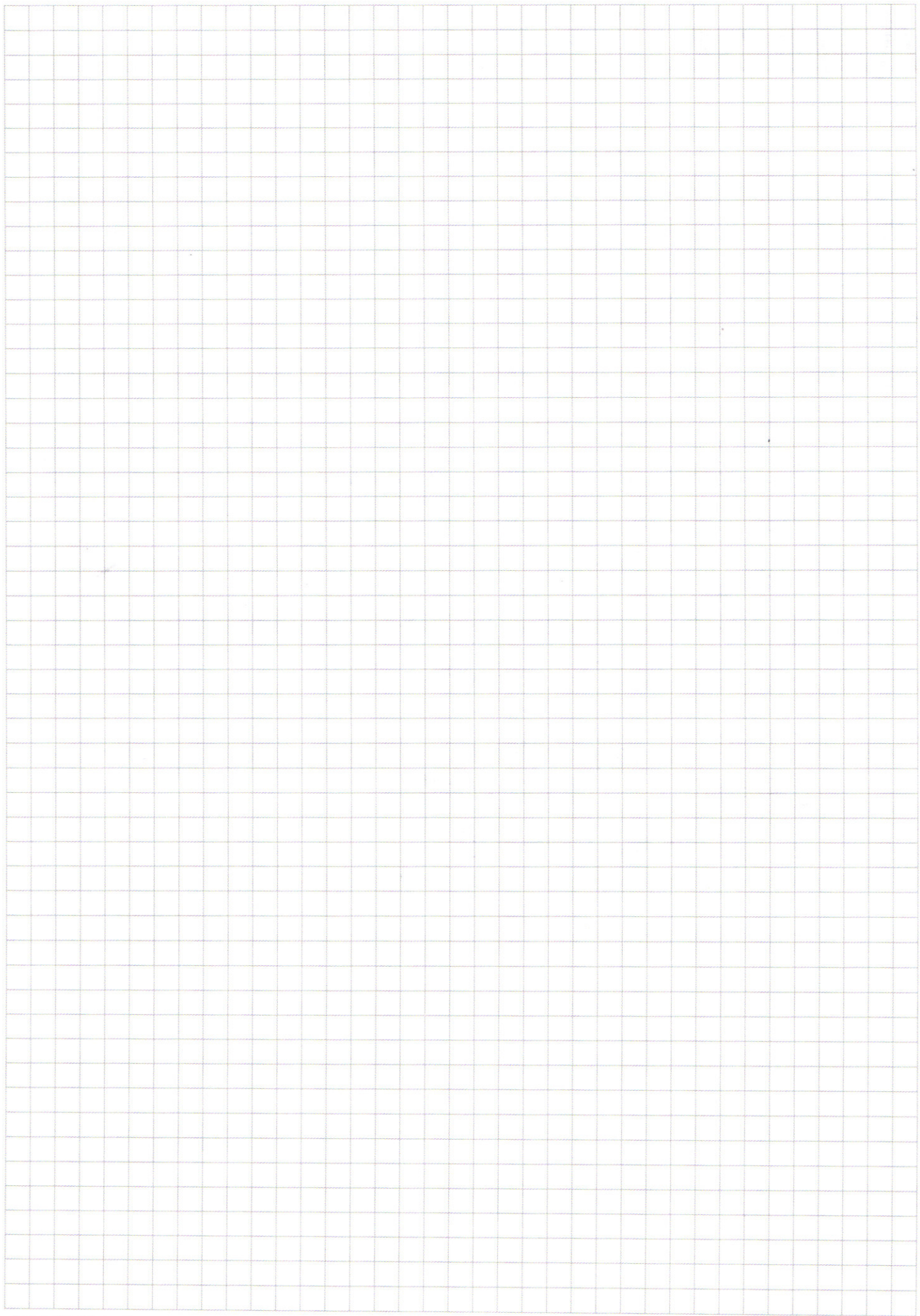
В этом случае у каждой из окружностей с центрами O_3 и O_4 по 4 точки пересечения с квадратами A и B соотв., а 2 дуги больших окружностей пересекаться с ними не будут. Т.е. этот случай так же не подходит

⑥ $R > R_{m2}$

Может происходить пересечение с квадратами кем бы о дугах окружностей.

Итак, $\begin{cases} R=1 \\ R=\sqrt{130} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a}=1 \\ \sqrt{a}=\sqrt{130} \end{cases} \Rightarrow a \in \{1, 130\}$

Ответ: при $a=1$, $a=130$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

то данное уравнение равносильно уравнению
 с центром в $O_1(4; 3)$ и радиусом $\sqrt{a} \leq R$
 Во всех остальных коор. центрах картина
 будет симметричной, т.к. x и y берется
 по модулю. В них центрами будут $O_2(-4; 3)$, $O_3(4; -3)$, O_4
 Т.е. мы имеем окруж. с р. радиусом $\sqrt{a}$, в $(4; 3)$
 каждого коор. центра.

Нам нужно равно 2 решения $\Leftrightarrow$ кол-во
 пересечений квадрата со всеми центрами
 окр-тей должно быть равно 2

① $\sqrt{a} \in \text{~~0; 1~~} [0; 1)$

Тогда точек пересечения нет

② ~~$\sqrt{a} = 1$~~

~~Появляется~~ ~~одна точка пересечения~~ ~~у окр-тей~~
 с центром O_1

③ ~~$\sqrt{a} \in (1;$~~

④ $\sqrt{a} = 1$

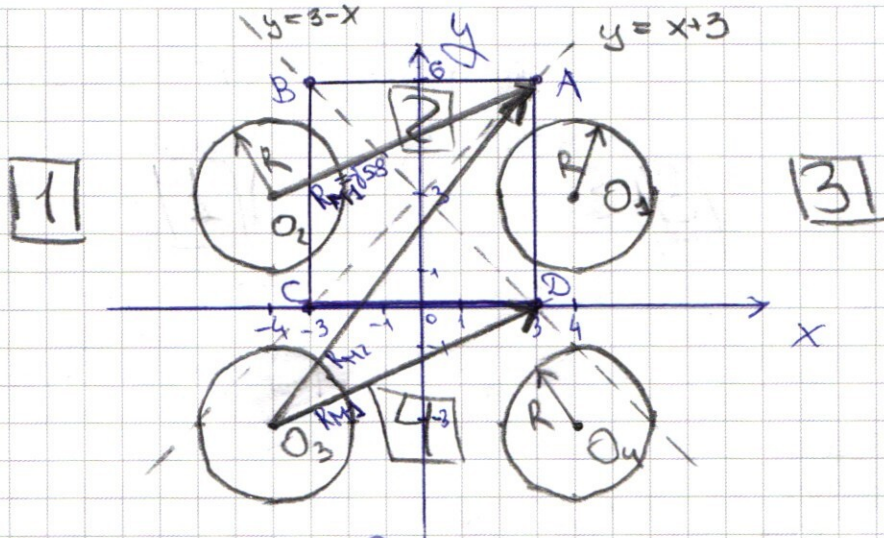
Появляются две точки пересечения окр-тей с
 квадратом — с центром в O_1 и с центром в O_2 ,
 окр-ти касаются сторон квадрата

⑤ $\sqrt{a} \in (1; \text{~~1; } R_{m1}~~] \text{, т.е. } \sqrt{a} \in (1; \sqrt{58}] \text{, где } R_{m1} = O_2A = \sqrt{58}$
вызван
жирным карандашом

Точек пересечения уже > 2 уже у окр-тей с центрами
 в O_1 и O_2 , ~~и с центрами~~

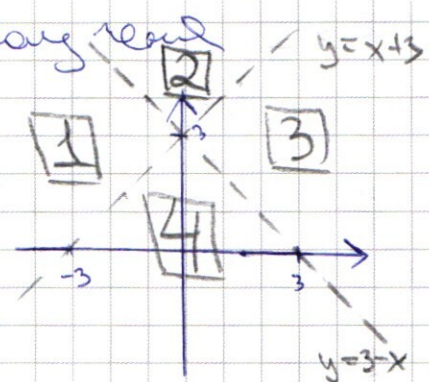
⑥ $\sqrt{a} \in \text{~~(~~} R_{m1}; R_{m2} \text{), т.е. } \sqrt{a} \in (\sqrt{58}; \sqrt{130}) \text{, где } R_{m2} = O_3A = \sqrt{130}$
 $= \sqrt{130}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Построим квадрат со стороной 6 и центром в $(0, 3)$. Для рассуждений для нахождения этого результата следуют:

рассмотрим каждую из областей 1-4 (см. рисунок справа), в каждой из них ограничим кривыми $y = x + 3$ и $y = 3 - x$. В каждой из них найдем в уравнении $\odot$ будет рассматриваться по-разному и т.д. Для этого, а именно:



- 1 $\odot \Leftrightarrow x = -3$
- 2 $\odot \Leftrightarrow y = 6$
- 3 $\odot \Leftrightarrow x = 3$
- 4 $\odot \Leftrightarrow y = 0$

Далее, в уравнение $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$ если речь идет о I коорд. четверти (где $x > 0$, $y > 0$),

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}\right. \quad \text{Ⓢ}$$

$$(x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad \text{Ⓢ})$$

$$\text{Ⓢ} \Leftrightarrow (x-3y)^2 + 4xy - 12y^2 - 4(x-3y) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-3y)^2 + 4y(x-3y) - 4(x-3y) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-3y)(x-3y+4y-4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-3y)(x+y-4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y & \text{Ⓢ} \\ x=4-y & \text{Ⓢ} \end{cases}$$

$$\text{Ⓢ} \Rightarrow x=3y. \text{ Тогда}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2} \\ x=3y \end{cases} \quad x, y \neq 0 \Rightarrow \left(\frac{y^4}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y} y^{2 \lg y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y^{4 \lg 3y}}{3^{\lg 3y}} = y^{2 \lg 3y} y^{2 \lg y} \Leftrightarrow y^{2 \lg 3y} = y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{2 \lg 3} \cdot y^{2 \lg y} = y^{2 \lg y} \cdot 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{y^{2 \lg y}}{3^{\lg y}} = 3^{\lg 3y} \Leftrightarrow (y=3^x - \text{инъекция})$$

$$\Leftrightarrow 2 \lg y = \lg 3y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \lg y = \lg 3 + \lg y \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lg y = \lg 3 \Leftrightarrow (y=3^x - \text{инъекция})$$

$$\Leftrightarrow y=3$$

Пусть $x = 3y \Leftrightarrow x = 9$.

Решение для этого случая: $\{(9; 3)\}$

② $x = 4 - y$. Пусть

$$\Leftrightarrow \left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg(4-y)y} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4 - y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{y^{3\lg(4-y)}}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^{2\lg(4-y)} y^{2\lg y}$$

$$\Leftrightarrow y^{3\lg(4-y)} = y^{2\lg y} (4-y)^{\lg(4-y)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2\lg y} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(4-y)^{3\lg y}}{(4-y)^{\lg(4-y)}} = y^{2\lg y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4-y)^{\lg(\frac{y^3}{4-y})} = y^{2\lg y} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4-y)^{\lg(\frac{y^3}{4-y})} = y^{\lg y^2} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \quad \left(\text{корень } y=2 \text{ подходит, но, т.к. } (4-y)^{\lg(\frac{y^3}{4-y})} \downarrow \in (0; 1), \right.$$

$$\left. \text{а } y^{\lg y^2} \uparrow \in (0; 1), \right.$$

этот корень — единственный)

Пусть $x = 4 - y \Leftrightarrow x = 2$.

Решение для этого случая: $\{(2; 2)\}$

Ответ: $\{(9; 3); (2; 2)\}$.

15

Построим мн-во точек на коорд. плоскости с координатами $(x; y)$, удовн. условию:

⊕ $|y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6$ (рисунок рисунка)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$3375 = 5^3 \cdot 3^3 = 5^3 \cdot 9 \cdot 3$$

Т.е. в исходных числах есть три цифры 5 и три цифры 3 (3 и 5 - простые числа) - случай ①, либо три цифры 5, цифра 9 и цифра 3 - случай ②

① В первом случае оставшиеся цифры займут две позиции, т.е. мы имеем:

3 - "5" (три цифры 5)

3 - "3"

2 - "1"

$$\text{Тогда кол-во таких чисел: } \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6 \cdot 2} =$$

$$= 10 \cdot 56 = 560$$

② В этом случае мы имеем 6 чисел:

3 - "5"

4 - "9"

1 - "3"

3 - "1"

$$\text{Кол-во таких чисел: } \frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 20 \cdot 56 = 1120$$

③ Итоговое кол-во исходных чисел: $560 + 1120 = 1680$

Ответ: 1680.

№2

$$(\cos 11x - \cos 3x) - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\cos 11x - \cos 3x) - (\sin 11x - \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 14x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} \sin 7x + \cos 7x \neq 0 \\ -2 \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) \end{matrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \textcircled{*} -\sin 4x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sin 4x = \sin \frac{\pi}{4} \cos 7x - \cos \frac{\pi}{4} \sin 7x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sin 4x = \sin \left(\frac{\pi}{4} - 7x \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 4x = \pi - \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ 11x = \frac{\pi}{4} + \pi(2n+1), n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi}{11}(2n+1), n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Рассмотрим случай $\textcircled{*}$:

$$\sin 7x + \cos 7x = 0 \Leftrightarrow \sin 7x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - 7x \right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n; \frac{\pi}{44} + \frac{\pi}{11}(2n+1); \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n, n \in \mathbb{Z} \right\}.$$