МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6, \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leqslant 70 + (2^{64} - 1)\,x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

$3375 = 3^3 \cdot 5^3$

Это - произведение цифр => в числе могут быть только цифры: 1, 5, 3 и 9.

Такие 8-значные числа можно составить из двух наборов цифр.

1 Вариант: две „1"; три „3"; и три „5"

$$\overline{P}_8 = \frac{8!}{2!\cdot 3!\cdot 3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 1\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 560$$

2 Вариант: три „1"; одна „3"; три „5" и одна „9"

$$\overline{P}_8 = \frac{8!}{3!\cdot 1!\cdot 3!\cdot 1!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 1\cdot \cancel{3\cdot 2\cdot 1}\cdot 1} = 1120$$

Итого $1120 + 560 = 1680$ чисел

Ответ: 1680

Задача 2.

$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$-2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x)(\sin 7x + \cos 7x)$

$\sqrt{2}(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = 0$

$\sqrt{2}(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x) = 0$

$\sin 7x + \cos 7x = 0 \mid \cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$ или $\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x = 0$

$\cos 7x \cos\frac{\pi}{4} + \sin 7x \sin\frac{\pi}{4} = 0$ $\quad$ $\cos 7x - \cos(\frac{\pi}{2} - 7x) + \sqrt{2}\sin 4x = 0$

$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$ $\quad$ $-2\sin\frac{\pi}{4}\sin(7x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}\sin 4x = 0 \mid :2$

$7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ $\quad$ $\sin 4x \sin\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\sin(7x - \frac{\pi}{2}) = 0$

$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in Z$

$\sin\frac{\pi}{4}(\sin 4x - \sin(7x - \frac{\pi}{4})) = 0 \mid \sqrt{2}$

$\sin 4x - \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$

$2\sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x)\cos(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$

$\sin(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x) = 0 \mid (-1)$ $\cos(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$

$\sin(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}) = 0$ $\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi m, m \in Z$ $\frac{11}{2}x = \frac{5\pi}{8} + \pi k, k \in Z$

~~$x = \frac{\pi}{1}$~~

$\frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} + \pi m, m \in Z$ $x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi k, k \in Z$

$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi m, m \in Z$

Ответ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi m \quad n, m, k \in Z \\ x = \frac{5\pi}{44} + \frac{2}{11}\pi k \end{array}\right.$

5) $\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \ (*) \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \ (**) \end{cases}$

(*) I.a $\begin{cases} y - x - 3 \geq 0 \\ y + x - 3 \geq 0 \\ y - 3 - x + y - 3 + x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ 6 - x - 3 \geq 0 \\ 6 + x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x \geq -3 \\ x \leq 3 \end{cases}$

I.b $\begin{cases} y - x - 3 \geq 0 \\ y + x - 3 \leq 0 \\ y - 3 - x - y + 3 - x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y + 3 - 3 \geq 0 \\ y - 3 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$

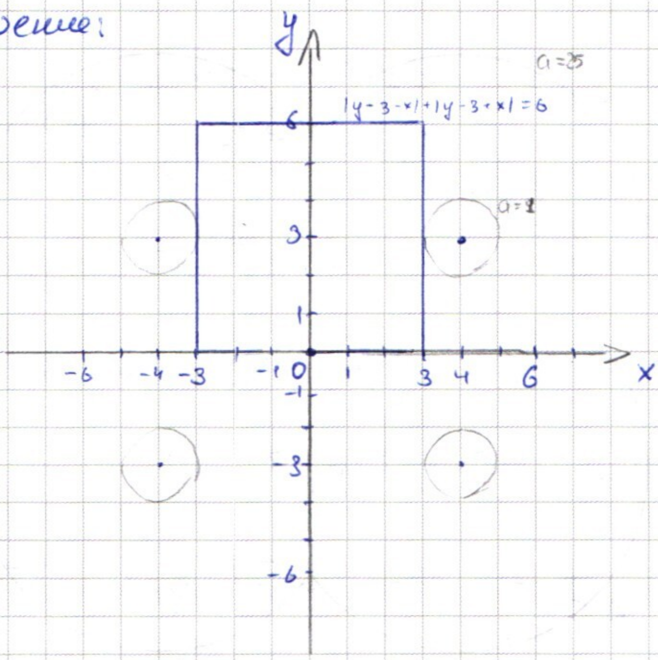
II.a $\begin{cases} y - x - 3 \leq 0 \\ y + x - 3 \geq 0 \\ -y + 3 + x + y - 3 + x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y - 3 - 3 \leq 0 \\ y + 3 - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y \leq 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$

II.b $\begin{cases} y - x - 3 \leq 0 \\ y + x - 3 \geq 0 \\ -y + 3 + x - y + 3 - x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 0 - x - 3 \leq 0 \\ 0 + x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x \leq 3 \\ x \geq -3 \end{cases}$

(**) $(|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a$ – ур-е окружности радиусом $\sqrt{a}$, часть которой, находящиеся во II, III, IV четвертях отбросили, а оставшуюся часть отразили по осям ox и oy:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Построение:

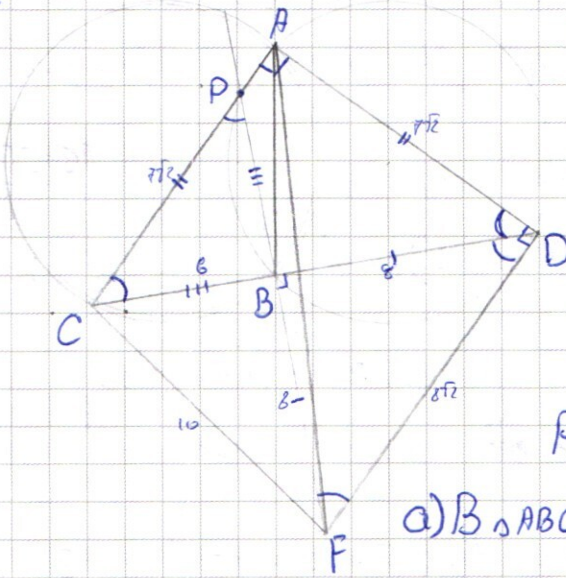


Фигуры пересекаются в двух местах, когда $R=1$ и $R=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Значит $\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=25 \end{array}\right.$

Ответ: $a \in \{1; 25\}$

Задача 6.



Дано:

а) $R=5$; $\angle CAD = 90°$

$BF \perp CD$; $BF = BD$

б) $BC = 6$

Найти а) CF

б) $S_{\triangle ACF}$

Решение:

а) В $\triangle ABC$ $\dfrac{AC}{\sin\angle ABC} = 2R$

В $\triangle ABD$ $\dfrac{AD}{\sin\angle ABD} = \dfrac{AD}{\sin(180° - \angle ABD)} = 2R$ — по теореме синусов

$\sin\angle ABC = \sin(180° - \angle ABC)$, $2R = 2R$ $\Rightarrow$ $AC = AD$, $\angle CAD = 90°$ $\Rightarrow$ $\angle ACD = \angle CDA = \dfrac{90°}{2} = 45°$

В $\triangle FBD$ $\begin{array}{l} BF \perp BD \\ BF = BD \end{array} \Big| \Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

Значит $\angle ADF = \angle ADB + \angle BDF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow DF$ - касательная

$BF \cap AC = P$, тогда в $\triangle CPB$ $\begin{array}{l} PB \perp CB \\ \angle PCB = 45^\circ \end{array} \Big| \Rightarrow \angle CPB = 45^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow BC = BP$

В $\triangle ABC$ по т. синусов В $\triangle ABD$ по т. синусов

$2R = \frac{BC}{\sin x}$ $\qquad 2R = \frac{BD}{\sin(\frac{\pi}{2} - x)} = \frac{BD}{\cos x}$

$\sin x = \frac{BC}{2R} \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - \frac{BC^2}{4R^2}}$ $\qquad 2R = \frac{BD}{\sqrt{1 - \frac{BC^2}{4R^2}}}$

$\sqrt{4R^2 - BC^2} = BD \Rightarrow BD^2 = 4R^2 - BC^2$

$\begin{array}{l} 4R^2 = BC^2 + BD^2 \\ BD = BF \end{array} \Big| \Rightarrow 4R^2 = BC^2 + BF^2$

По т. Пифагора в $\triangle BCF$ $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2} = \sqrt{4R^2} = 2R = \underline{\underline{10}}$

б) В $\triangle BCF$ по т. Пифагора $BF = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 64} = 6 = DB$

Значит $DF = 6\sqrt{2}$

$CD = DB + BC = 6 + 8 = 14 \Rightarrow AC = AD = 7\sqrt{2}$

По т. Пифагора в $\triangle ADF$ $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \sqrt{49 \cdot 2 + 64 \cdot 2} = \sqrt{226}$

~~В $\triangle ACF$ по теореме Герона~~ $\cancel{p = \frac{AC + CF + AF}{2} = \frac{7\sqrt{2} + 10 + \sqrt{226}}{2}}$

$\cancel{S_{\triangle ACF} = \sqrt{p(p - AC)(p - FC)(p - AF)}}$ $\cancel{p = \frac{7}{\sqrt{2}} + 5 + \sqrt{\frac{113}{2}}}$

В $\triangle BCF$ $\sin \angle BCF = \frac{8}{10} = 0{,}8 \Rightarrow \cos \angle BCF = \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 0{,}6$

$\sin \angle ACF = \sin \angle BCF \cos 45 + \sin 45^\circ \cdot \cos \angle BCF = \frac{\sqrt{2}}{2}(0{,}8 + 0{,}6) = 0{,}7\sqrt{2}$

$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 10 \cdot 0{,}7\sqrt{2} = 49$

Ответ: а) 10 б) 49

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $3375 = 1125 \cdot 3 = 375 \cdot 9 = 125 \cdot 3^3 = 5^3 \cdot 3^3$

Произведение цифр $= 5^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ цифры: 1, 5, 3, 9

1 вариант: 3 „5"; 3 „3" и 2 „1"

$* * * * * * * *$

Перестановки с повторениями: $\overline{P_8} = \frac{8!}{3!\,3!\,2!}$

$\overline{P_8} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3 \cdot 2} \cdot \cancel{3 \cdot 2} \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4^2}{2} = \underbrace{8 \cdot 7}_{56} \cdot \underbrace{5 \cdot 2}_{10} = 560$

2 вариант: 3 „5"; 1 „3"; 1 „9" и 3 „1"

$\overline{P_8} = \frac{8!}{3!\,1!\,1!\,3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}{\cancel{3 \cdot 2} \cdot \cancel{3 \cdot 2}} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$

Итого: $3 \cdot 560 = \underline{\underline{1680}}$

② $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$

$-2\sin 7x \sin 4x - 2\sin 4x \cos 7x = \sqrt{2}\cos 14x$

$-2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}\,(\cos^2 7x - \sin^2 7x)$

$-2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2}(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x)$

$\sqrt{2}(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x(\sin 7x + \cos 7x) = 0$

$\sqrt{2}(\sin 7x + \cos 7x)(\cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x) = 0$

$\sin 7x + \cos 7x = 0 \;\Big|\cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ или $\quad \cos 7x - \sin 7x + \sqrt{2}\sin 4x = 0$

$\cos 7x \cos\frac{\pi}{4} + \sin 7x \sin\frac{\pi}{4} = 0 \quad\quad \cos 7x - \cos(\frac{\pi}{2} - 7x) + \sqrt{2}\sin 4x = 0$

$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad\quad -2\sin\frac{\pi}{4}\sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin 4x = 0 \,|:2$

$7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \quad\quad \sin 4x \sin\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$

$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in Z \Rightarrow x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi n}{7}, n \in Z \quad\quad \sin 4x - \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = 0$

$2\sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x\right)\cos\left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$\sin\left(\frac{\pi}{8}+\frac{3}{2}x\right)=0$ (-1) или $\cos\left(\frac{11}{2}x-\frac{\pi}{8}\right)=0$

$\frac{3}{2}x-\frac{\pi}{8}=\pi n, n\in Z$

$\frac{3}{2}x=\frac{\pi}{8}+\pi n$ $\qquad$ $\frac{11}{2}x-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$

$3x=\frac{\pi}{4}+2\pi n$ $\qquad$ $\frac{11}{2}x=\frac{5\pi}{8}+\pi k, k\in Z$

$x=\frac{\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi n$ $\qquad$ $11x=\frac{5\pi}{4}+2\pi k, k\in Z$

$x=\frac{5\pi}{44}+\frac{2}{11}\pi k, k\in Z$

Ответ
$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pi}{28}+\frac{\pi n}{7} \\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi n \quad n\in Z \\ x=\frac{5\pi}{44}+\frac{2}{11}\pi n \end{array}\right.$$

③ $\begin{cases}\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x}=y^{2\lg xy} \quad (1) \\ x^2-2xy-4x-3y^2+12y=0\end{cases}$

ОДЗ $\begin{cases}x>0\\xy>0\\x\neq0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$

$x^{\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)}-(xy)^{2\lg y}=0$ $\qquad$ $x^{\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)}-x^{2\lg y}y^{2\lg y}=0$

$x^{2\lg y}\left(x^{\lg\left(\frac{y^5}{x}\right)-2\lg y}-y^{2\lg y}\right)=0$

$x^{2\lg y}=0$ или $x^{\lg\frac{y^3}{x}}-y^{2\lg y}=0$ $\qquad$ $x^{3\lg y-\lg x}-y^{2\lg y}=0$

$\varnothing$

$(x-y)^2-4x-4y^2+12y=0$

$(x-y)^2-4(x-y)-4y^2+8y=0$

$(x-y)^2-4(x-y)-4(y-1)^2+4=0$

$(x-y-2(y-1))(x-y+2(y-1))-4(x-y-1)=0$

$(x-3y+2)(x+y-2)-4(x-y-1)=0$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

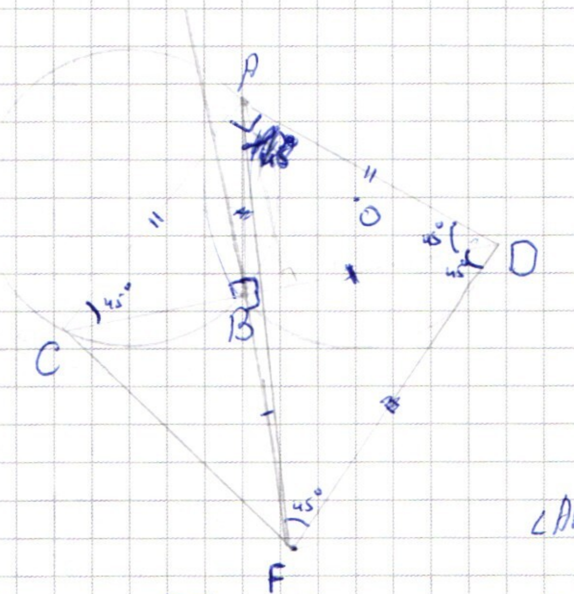
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(5)



Дано: а) $R = 5$; $\angle CAD = 90°$,

$BF \perp CD$; $BF = BD$

б) $BC = 6$

Найти: а) CF

б) $S_{\triangle ACF}$

Решение:

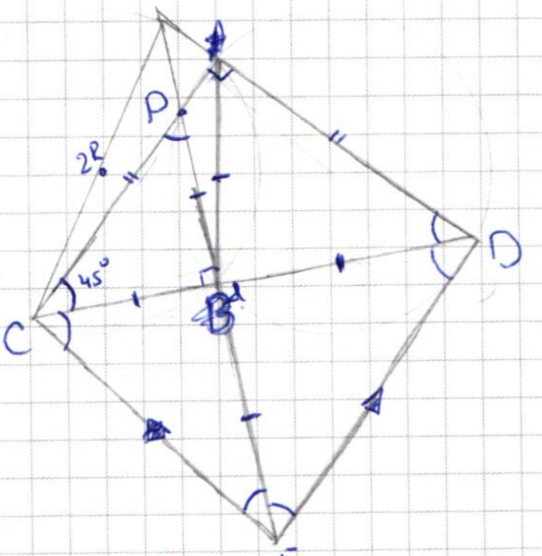
$\angle ABD = 180° - \angle ABC \Rightarrow \overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AD} = 360° \Rightarrow$

$\Rightarrow AD = AC$

$\angle D = 45° \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = 90° \Rightarrow \angle AOB = 90° \Rightarrow AB = \sqrt{2}R = 5\sqrt{2}$

В $\triangle FBD$ $BD = BF \Rightarrow \angle BFD = \angle FDB = 45° = \angle BDA$

$\angle FBD = 90°$



$\frac{BD}{\sin x} = 2R = \frac{CB}{\sin(\frac{\pi}{2} - x)} = \frac{CB}{\cos x}$

$BC = BD \operatorname{ctg} x = BD$

$\Rightarrow FD$ - касательная

$FD^2 = FP \cdot BF$

$FD^2 = BF^2 + BF \cdot BP$

$2BF^2 = BF^2 + BF \cdot BP$

$BP = BF = BC$

$PC = \sqrt{2} BC \Rightarrow AP = AD - \sqrt{2} BC$ Значит $CF = DF$

$PD^2 = AP^2 + AD^2$ $PD^2 = BC^2 + BD^2$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

⑦ $\begin{cases} y > 2^x + 3\cdot 2^{65} \\ y \le 70 + (2^{64}-1)x \end{cases}$

Предельный случай:

$70 + (2^{64}-1)x = y$

~~$70+(2^{64}-1)x > 2^x + 3\cdot 2^{65}$~~

Когда не: $70 + (2^{64}-1)x \le 2^x + 3\cdot 2^{65}$

⑤ $\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \text{ - ур-е ломаной;} \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \text{ - окружность, радиусом } \sqrt{a}\text{, ~~отраж~~} \end{cases}$

отражающаяся в осях, как в зеркалах.

I $y - x > 3 \Rightarrow y > x+3$

1) $y + x > 3 \Rightarrow y > 3 - x$

$\begin{cases} y > 3-x \\ y > x+3 \\ y - 3 - x + y - 3 + x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 3-x \\ y > x+3 \\ 2y - 6 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x < 3 \\ x > -3 \end{cases}$

2) $y + x < 3 \Rightarrow y < 3 - x$

$\begin{cases} y - 3 - x - y + 3 - x = 6 \\ y < 3 - x \\ y > 3 + x \end{cases} \Rightarrow -2x = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y < 6 \\ y > 0 \end{cases}$

II $y - x < 3 \Rightarrow y < x+3$

1) $y + x > 3 \Rightarrow y > 3 - x$

$\begin{cases} y < x+3 \\ y > 3-x \\ -y + 3 + x + y - 3 + x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y < 6 \\ y > 0 \end{cases}$

2) $y + x < 3 \Rightarrow y < 3 - x$

$\begin{cases} y < 3-x \\ y < x+3 \\ -y + 3 + x - y + 3 - x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 3-x \\ y < x+3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x < 3 \\ x > -3 \end{cases}$

$2R = \dfrac{BC}{\sin x} = \dfrac{BD}{\cos x}$

$\sin x = \dfrac{BC}{2R}$

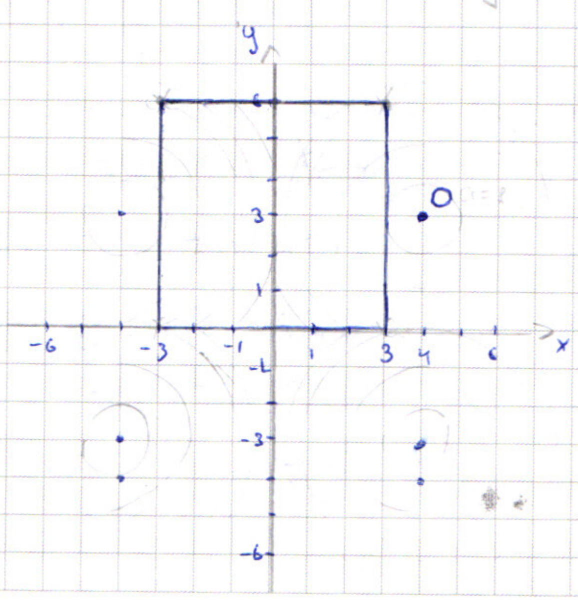
$\cos x = \sqrt{1 - \dfrac{BC^2}{4R^2}}$

$2R = \dfrac{BD}{\sqrt{1 - \frac{BC^2}{4R^2}}}$

$\sqrt{4R^2 - BC^2} = BD$

$4R^2 - BC^2 = BD^2$

$CF =$



$R = 1$ и $R = 5$

$a = 1$ $\quad a = 25$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

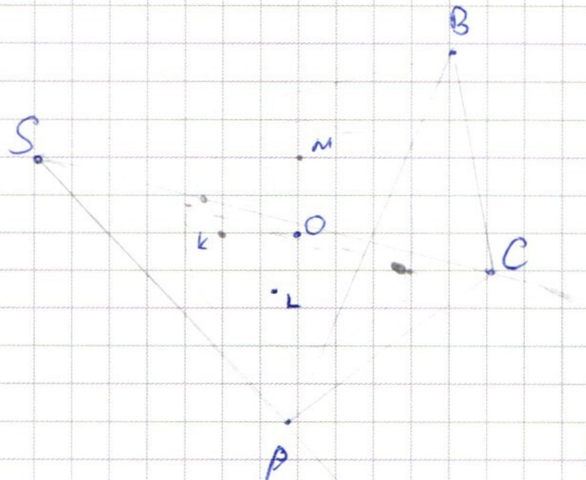
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

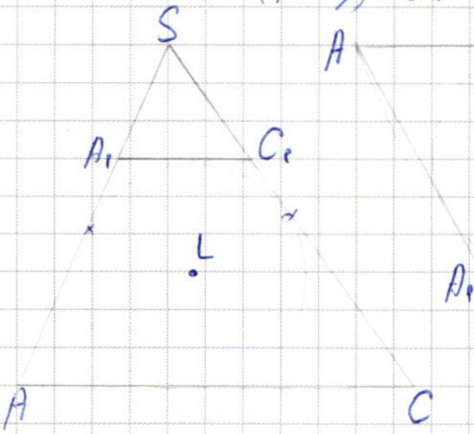
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

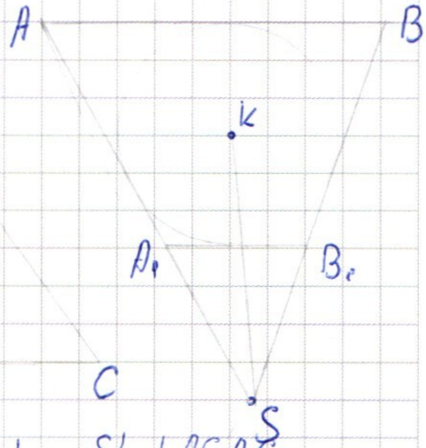
4

Рисунок

$K \in (ASB); L \in (ASC); M \in (BSC)$



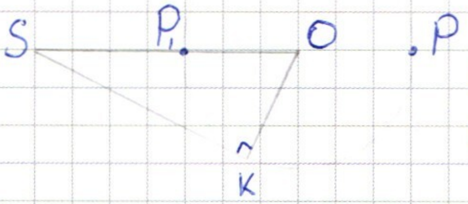




$S_{\Delta ABC}=4 \quad S_{\Delta A_1B_1C_1}=1$

$OL \perp (ASC)$
$OK \perp (ASB)$;
$OM \perp (BSC)$

$(ABC) \perp SO$
$(A_1B_1C_1) \perp SO$ $\Rightarrow$ $SL \perp AC, A_1C_1$
$SK \perp AB, A_1B_1$
$SM \perp BC, B_1C_1$



$(A_1B_1C_1) \cap SO = P_1$

$(ABC) \cap SO = P$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)