

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1 $3375 = 5^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ исходные наборы цифр: $5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1$
 $5, 5, 5, \overset{u}{9}, 3, 1, 1, 1$

Для набора $\{5, 5, 5, 3, 3, 3, 1, 1\}$ кол-во чисел равно:

$$C_8^2 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 28 \cdot 20 = 560$$

↑ размещаем 1-цы ↑ размещаем 3-ки ← размещаем 5-ки

Для набора $\{5, 5, 5, 9, 3, 1, 1, 1\}$:

$$C_8^3 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^3 = 56 \cdot 20 = 1120$$

Сумма наборов: 1680

Ответ: 1680

№ 2 $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x \quad \left| \text{возведем в квадрат} \right.$$

$$\sin^2 4x (1 + 2 \sin 7x \cos 7x) = \frac{1}{2} \cos^2 14x$$

$$\sin^2 4x (1 + \sin 14x) = \frac{\cos^2 14x}{2}$$

↑ ↑ ↑
 $[0; 1]$ $[0; 2]$ $[0; \frac{1}{2}]$

$$\sin 14x = -1 \Rightarrow \cos 14x = 0 \Rightarrow \sin^2 4x (1 - 1) = \frac{0^2}{2} = 0$$

$$\sin 14x = -1, 14x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7} n, n \in \mathbb{Z}$$

Общая: $x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi}{7}n, n \in \mathbb{Z}$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0; \quad (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $x > 0, y > 0$

$$(1) \quad 10^{\lg \frac{y^5}{x} \cdot \lg x} = 10^{\lg y \cdot 2 \lg xy}$$

$$\lg \frac{y^5}{x} \cdot \lg x = \lg y \cdot 2 \lg xy$$

$$(5 \lg y - \lg x) \cdot \lg x = 2 \lg y (\lg x + \lg y)$$

$$- \lg^2 x + 3 \lg x \cdot \lg y - 2 \lg^2 y = 0$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \cdot \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$\lg x_{1,2} = \frac{3 \lg y \pm \lg y}{2}, \quad \lg x_1 = 2 \lg y, \quad x_1 = y^2$$

$$\lg x_2 = \lg y, \quad x_2 = y.$$

(2) $x = y$.

$$x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$4x(2-x) = 0$$

$$x_1 = 0 - \text{норм. корни} \quad x_2 = 2 \Rightarrow y = 2 \quad (2; 2)$$

$$x = y^2, \quad x^2 = y^4$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0 \quad y = 0 - \text{норм. корни}$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 = 2 \\ y_1 y_2 + y_1 y_3 + y_2 y_3 = -7 \\ y_1 y_2 y_3 = -12 \end{cases}$$

$$y_3 = 3 \Rightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 = -1 & y_1 = -1 - y_2 \\ y_1 y_2 + 3(y_1 + y_2) = -7 \\ y_1 y_2 = -4 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + y - 4 = 0$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

$$y_2 = \frac{-\sqrt{17} - 1}{2} \text{ — отрицательный корень.}$$

$$y_3 = 3 \Rightarrow x_3 = 9$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{9}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $(2; 2)$, $(9; 3)$, $(\frac{9 - \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2})$

$$\sqrt{5} \begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6 \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} = 0 \Rightarrow y = 3 + x$$

$$\textcircled{2} = 0 \Rightarrow y = 3 - x$$

$$\textcircled{++}$$

$$y - 3 - x + y - 3 + x = 6$$

$$y = 6$$

$$\textcircled{-+}$$

$$-y + 3 + x + y - 3 + x = 6$$

$$x = 3$$

$$\textcircled{+-}$$

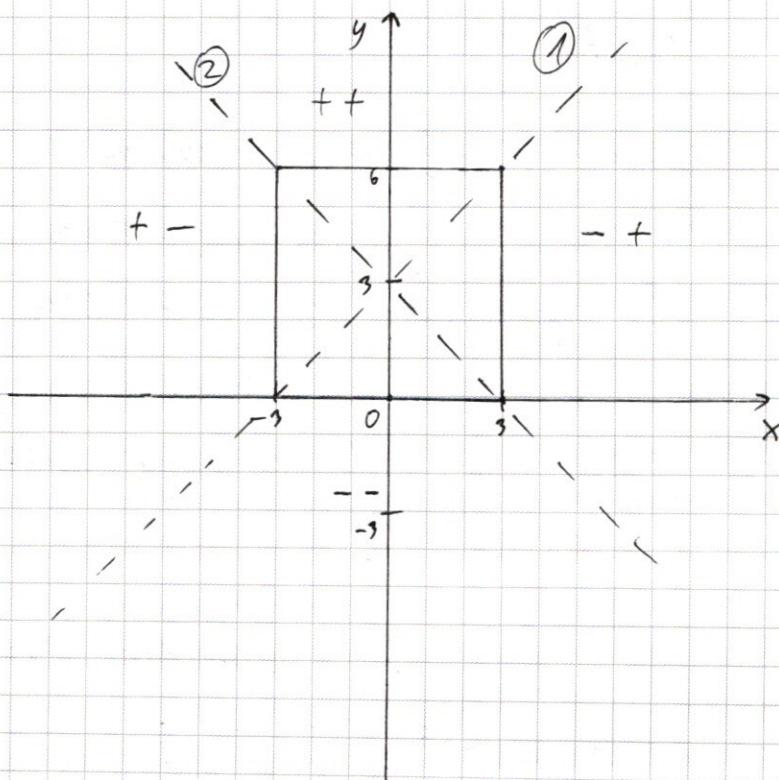
$$y - 3 - x - y + 3 - x = 6$$

$$x = -3$$

$$\textcircled{--}$$

$$-y + 3 + x - y + 3 - x = 6$$

$$y = 0$$



$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

1) при $x > 0, y > 0$ (I четверть) окружность радиуса $\sqrt{a}$ и центром $(4; 3)$

2) II четверть: центр $(-4; 3)$

3) III четверть: центр $(-4; -3)$

4) IV четверть: центр $(4; -3)$

1 случай: Окружности I и II

касаются ребер

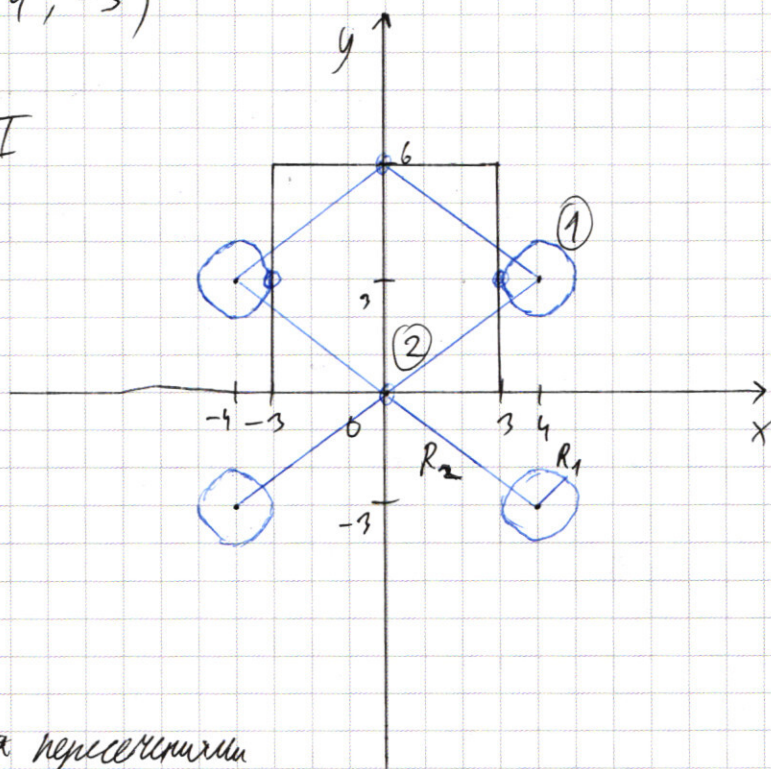
$$R_1 = 1, a_1 = R_1^2, a_1 = 1$$

2 случай: Соприкосновение

окружностей в точках

$(0; 0)$ и $(0; 6)$

$$R_2 = 5, a_2 = R_2^2, a_2 = 25$$



Равные случаи с двумя пересечениями

нет, т.к. если с квадратом ~~пересекается~~ касаются окр. III и IV, то I и II пересекают ~~но~~ ~~то~~ Если окр. III и IV не касаются квадрата, то если I не касаются (случай с касанием расматривать) и пересекают, то и II в силу симметрии пересекают, а это уже 4 точки.

Ответ: $a_1 = 1, a_2 = 25$.

$$17. \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Преобразуем графики, вычитая из каждого $3 \cdot 2^{65}$

След. стр. $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

разности уравнений.

Пример: $x=7$ Кол-во $y = 63 + 2^{64} - 2^7$

$x=8$ Кол-во $y = 62 + 2^{65} - 2^8$

и.т.д. ~~и.т.д.~~

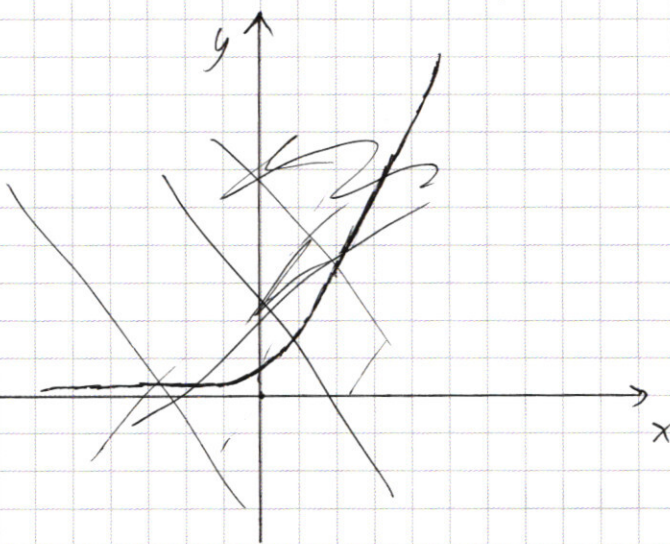
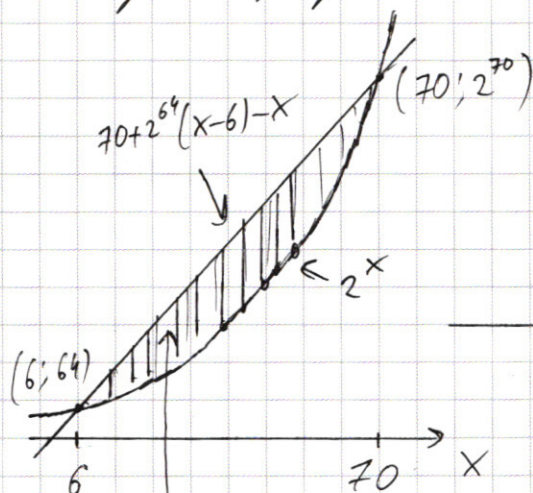
$$\begin{cases} y > 2^x \\ y \leq 70 + 2^{64}(x-6) - x \end{cases}$$

Найдем точки пересечения, чтобы найти границы области.

$$x=6 \Rightarrow \begin{cases} y > 64 \\ y \leq 64 \end{cases} \Rightarrow (6; 64) - \text{высшая точка и точка пересечения графиков}$$

$$x=70 \Rightarrow \begin{cases} y > 2^{70} \\ y \leq 70 + 2^{64} \cdot 64 - 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 2^{70} \\ y \leq 2^{70} \end{cases} \Rightarrow (70; 2^{70}) - \text{высшая точка и точка пересечения}$$

* Модем графиков:



Область решений первоначальной системы (координаты не варим т.к. нам нужно количество пар, иначе мы бы добавляли к количеству $3 \cdot 2^{65}$)

П.к. $y = 70 + 2^{64}(x-6) - x$ не ширит знак, то будет $70-6-1$ точек на этой прямой, которые образуют пары решений.

Для каждого $x \in (6; 70)$ здесь есть столько пар y удовлетворяет системе. Вообще их можно было бы посчитать для каждого столбца (всего их 63), подставить в уравнения и из разности этих уравнений для каждого x считать кол-во целых y в

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{5}. \begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = 9 \end{cases}$$

$$y-3-x=0 \\ y=3+x$$

$$y-3+x=0 \\ y=3-x$$

$$① y=0, x=-3 \quad y=3+x$$

$$② y=0, x=3 \quad y=3-x$$

(++)

$$y-3-x+y-3+x=6$$

$$2y=12$$

$$y=6$$

(-+)

$$-y+3+x+y-3+x=6$$

$$x=3$$

(+-)

$$y-3-x-y+3-x=6$$

$$-2x=6$$

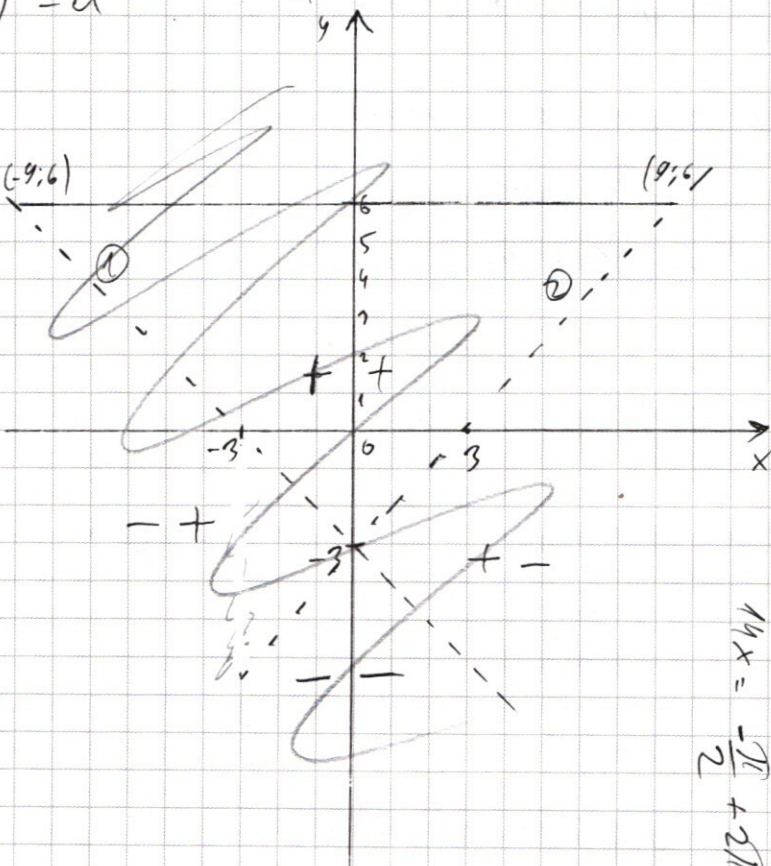
$$x=-3$$

(--)

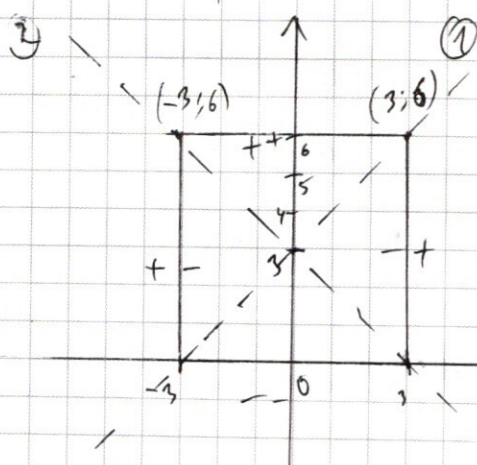
$$-y+3+x-y+3-x=6$$

$$-2y=0$$

$$y=0$$



$$1/4 x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$



$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$$

$$x > 0, y > 0 \rightarrow \text{окр. } x_0 = 4, y_0 = 3, R = \sqrt{a}$$

$$x > 0, y < 0 \rightarrow \text{окр. } x_0 = 4, y_0 = -3$$

$$x < 0, y > 0 \rightarrow \text{окр. } x_0 = -4, y_0 = 3$$

$$x < 0, y < 0 \rightarrow \text{окр. } x_0 = -4, y_0 = -3$$

в одном случае

решения нет, так

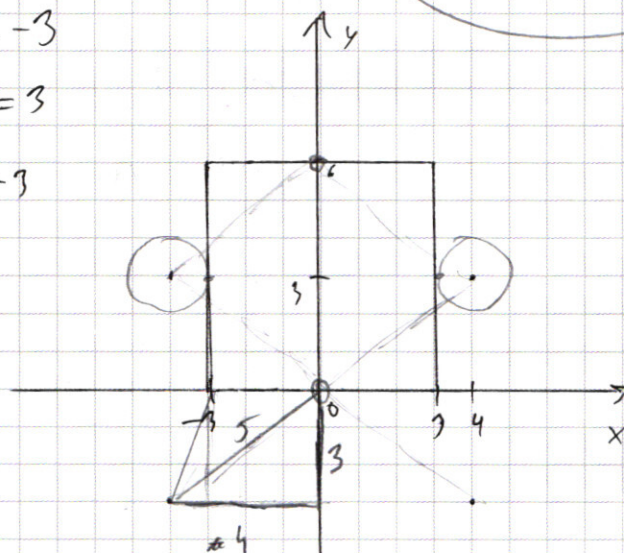
если одна из вершин

окружности принадлежит

полупрямой, то и другая I и II

если окружности III и IV центрами касаются

, то $a \in F$



оба решения
 $a_1 = 1$
 $a_2 = 25$

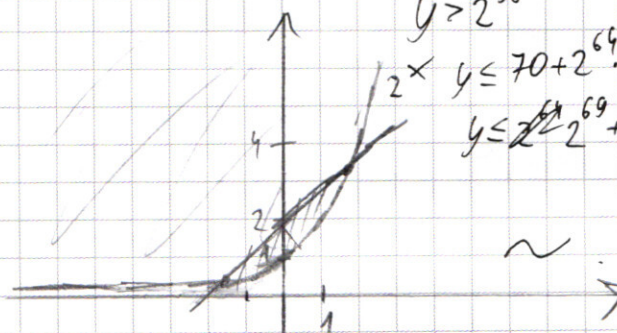
$$\begin{pmatrix} 2^{64} + 2^{65} - 2^{38} \\ 63 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = 38; \text{ тогда } y:$$

$$y > 2^{38}$$

$$y \leq 70 + 2^{64} \cdot 32 - 38$$

$$y \leq 2^{64} \cdot 2^{69} + 32$$



$$\sqrt{7}. y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x$$

$$y > 2^x, x = 6, y > 64$$

$$70 - 6 = 64, y \leq 64$$

$(6; 64)$ - выделенная точка

$(70; 2^{70})$ - выделенная точка

$$2^x = 70 + 2^{64}(x-6) - x$$

$$x = 65, x = 70$$

$$2^{65} = 70 + 2^{64} \cdot 59 - 65$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x - 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 7 \cdot 5 \cdot 2 + (2^{64} - 1)x - 68 \cdot 2^{64}$$

$$y \leq 7 \cdot 5 \cdot 2 + 2^{64}x - x - 6 \cdot 2^{64}$$

$$y \leq 7 \cdot 5 \cdot 2 + 2^{64}(x-6) - x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x$$

~~sin 7x sin 4x~~

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x$$

$$\sin^2 4x (1 + \sin 14x) = \frac{1}{2} \cos^2 14x$$

$$\sin^2 4x (1 + \sin 14x) = \frac{1}{2} \cos^2 14x$$

$$\sin^2 4x + \sin^2 4x \sin 14x = \frac{\cos^2 14x}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$2 \sin^2 4x +$$

$$\sin^2 4x (1 + \sin 14x) = \frac{\cos^2 14x}{2} \in [0, \frac{1}{2}]$$

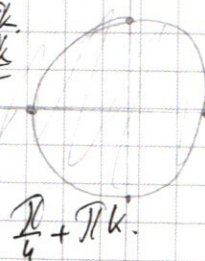
$$[0; 1] \quad [0; 2]$$

$$\sin 14x = -1 \Rightarrow \cos 14x = 0$$

$$\cos^2 14x = 1 - \sin^2 14x$$

$$\sin^2 4x (1 + \sin 14x) = \frac{1}{2} - \frac{\sin^2 14x}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin 14x &= 0, x = \frac{\pi k}{7} \\ \cos 14x &= \pm 1 \\ \sin^2 4x &= \frac{1}{2} \\ \sin 4x &= \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$



$x = \frac{\pi k}{7}$

$$70 + 2 \cdot 64x - x - 2 \cdot 65 \cdot 3$$

Решение

$$11. \quad 3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$\Rightarrow 5^3 \cdot 9 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 27 \\ \hline 875 \\ + 2500 \\ \hline 3375 \end{array}$$

C^1

$$8 \cdot 3 = 5$$

$$\lg \frac{10^2}{5} = 2 \lg 2$$

$$\lg \lg \frac{10^2}{10} = 1$$

$$2(\lg 10 - \lg 10^{-1})$$

$$\lg 5 = 3 \lg 25$$

$$9 \lg 4 - 8 \lg 7$$

$$3 \lg 4$$

$$\lg x_{12} = \frac{3 \lg 4 + \lg 9}{2}, \quad \lg x = \lg y^2$$

$$\lg x = \lg y$$

$$x = y^2; \quad x^2 = y^4$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y^2 = 2xy$$

$$y^2 =$$

$$x = y^2$$

$$8 \cdot 7 \cdot 820$$

$$\frac{\sqrt{17}-1}{2} = \sqrt{x}$$

$$\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4}$$

$$\frac{18-2\sqrt{17}}{4}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} (\sqrt{17}-1)^2$$

$$\frac{1}{4} \cdot (17-2\sqrt{17}+1)$$

$$27-18-21+12=0$$

$$89-39$$

$$\frac{8!}{2!6!} \cdot \frac{4}{\pi} = 14+14=28$$

$$\begin{aligned} (-1-y_2) y_2 &= -4 \\ -y_2 - y_2^2 &= -4 \end{aligned}$$

$$\frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 20 \\ \hline 560 \end{array}$$

$$\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{(-\sqrt{17}-1)(\sqrt{17}+1)}{2}$$

$$\frac{1}{4} (17-1)$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$5$$

$$y_1 = -1 - y_2$$

$$8 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 560 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\frac{5!}{4!1!} = 5, 4$$

$$\frac{3! \cdot 3!}{2! \cdot 2!} = 56$$

$$y_1 = -1 - y_2$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ \times 560 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1120 \\ + 560 \\ \hline 1680 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin 7x \sin 4x + \sin 4x \cos 7x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x$$

или

$$\sin 7x \sin 4x + \cos 7x \sin 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x$$

$$1) \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = -\sqrt{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

или

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$1) \lg \frac{y^5}{x} \cdot \lg x = 2 \lg y \cdot \lg xy$$

$$(5 \lg y - \lg x) \cdot \lg x = 2 \lg y \cdot (\lg x + \lg y)$$

$$5 \lg y \cdot \lg x - \lg^2 x - 2 \lg x \cdot \lg y - 2 \lg^2 y = 0$$

$$- \lg^2 x + 3 \lg x \lg y - 2 \lg^2 y = 0$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$(\lg x - \lg y)^2 + \lg^2 y = \lg x \lg y = 0$$

$$\lg x = \lg y$$

$$\lg \frac{10^2}{10} = 2 \lg \frac{10}{10} = 2 \lg 1 = 0$$

$$\lg 10$$

$$\lg \frac{y^5}{x} = \lg y^5 \cdot x^{-1} =$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\cos 4x$$

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x$$

$$2 \sin^2 x - 1 = -\cos 2x$$

$$1 - 2 \sin^2 x = \cos 2x$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$10^{\lg \frac{y^5}{x} \cdot \lg x}$$

$$t^2 - 3 \lg y t + 2 \lg^2 y = 0$$

$$t_{1,2} = 3 \lg y \pm \sqrt{9 \lg^2 y}$$

$$\frac{9 \lg y - 8 \lg^2 y}{\sqrt{144}}$$

$$\lg x_{1,2} = \frac{3 \lg y \pm | \lg y |}{2}$$

$$2) x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \quad (63)$$

$$(x-y)^2 - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x-y)^2 - 4(y^2 + x - 3y) = 0$$

$$(x-y)^2 - 4\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + x - \frac{9}{4} = 0$$

$$(x-y)^2 - 4\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - 4x + 9 = 0 \quad 0 < y < 10$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

023

$$xy > 0$$

$$x > 0 \Rightarrow y > 0$$

$$x \neq 0$$

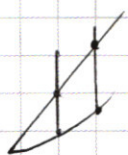
$$1) x=y \Rightarrow x^2 - 2x^2 - 4x - 3x^2 + 12x = 0$$

$$-4x^2 + 8x = 0$$

$$4x(2-x) = 0$$

$$x=2 \quad x=0$$

$$y=2 \quad y=0$$



$$2) x=y^2$$

$$(x^2 = y^4)$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0 \quad y=0 \quad x=0$$

$$y^3 - 2y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 2$$

$$y_1 y_2 + y_1 y_3 + y_2 y_3 = -7$$

$$y_1 y_2 y_3 = -12$$

$$y_1 + y_2 = 1$$

$$y_1 y_2 = 4$$

$$(y_2 - 1)y_2 = 4$$

$$y_2^2 - y_2 - 4 = 0$$

$$y_1 + y_2 = -1, y_1 = -1 - y_2$$

$$y_1 y_2 + 3y_1 + 3y_2 = -7$$

$$y_1 y_2 = -4$$

$$(-1 - y_2)y_2 = -4$$

$$-y_2^2 - y_2 + 4 = 0$$

$$y_2^2 + y_2 - 4 = 0 \quad y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

$$0x^2 + 6x - 6 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$x^2 + 3x + \frac{7}{4} = 0$$

$$x_1 + x_2 = -3$$

$$x_1 x_2 = \frac{7}{4}$$

$$y=3, y=\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{2} \quad \cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad \sqrt{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad \sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$3 - 11 = -\frac{8}{2} \quad \sin 3x - \sin 11x \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x + 2 \sin^4 x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2(\sin 7x + \cos 7x) \cdot \sin 4x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$2 \sin^2 x - 1 = -\cos 2x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = 2\sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2}$$

$$1 - 2 \sin^2 x = \cos 2x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 14x = 0$$

$$\sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \sin^2 7x = 0$$

$$19^2 x - 219 x 199 + 19^2 y$$

3375=

✓ 1.

3³ · 5³, 1 и 1

3 3 3 5 5 5 1 1

3375
5
5
5
3
3
3

3375 | 5
30
38
- 325

3375 | 5
30
37
- 35
25
- 25
0

3³ · 5³ = ¹³
x 125
27
+ 875
250
3375

675 | 5
5
17
- 15
25
- 25
0

3 3 3 5 5 5 1 1

110 C²
101 = $\frac{3!}{2!1!} = 3$
011

8 · 8 - 8²

1400 C²
8 = $\frac{8!}{2!6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ ✓

$\frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$ C³
6 = $\frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$ ✓

C³
3 = $\frac{3!}{3!0!} = 1$

56
x 56
32
+ 336
280
x 3136
28
02

28
x 20
560
28
x 2
56

3 3 3 5 5 5 1 1

 5 5 5 1 1

1 на 1 $\frac{8 \cdot 7}{2}$

Ответ: 560