

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $3375 = 5^3 \cdot 3^3$, следовательно восьмизначные числа произведут цифр которых 3375 состоит из 1, 5, 3 и еще бы произведение цифр делится бы еще на 9-цифру. Значит, что произведение какого-либо количества 1 и 3 не делится на 5 $\rightarrow$ следовательно в числе ровно три 5 а значит и ровно три 3, ну и оставшиеся две - 1. Тогда всего количество вариантов будет

$$C_2^2 \cdot C_3^3 \cdot C_5^3 = \frac{2!}{2! \cdot (2-2)!} \cdot \frac{3!}{3! \cdot (3-3)!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot (5-3)!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 2}{6} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 56 \cdot 10 = 560$$

количество способов выбрать три пятёрки количество способов выбрать из оставшихся $8-3=5$ чисел три тройки

количество способов выбрать 2 цифры

Ответ: 560

№2

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x \quad \text{умножим на } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 11x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 11x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 14x \quad \text{Заметим, что } \sin(\frac{\pi}{4}) = \cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 11x) + \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \cos 14x \quad \text{выполняем формулу суммирования синусов;}$$

$$2 \sin(-4x) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = \cos 14x \quad \text{раскрываем } \cos 14x \text{ как } \cos(7x - \frac{\pi}{4} + 7x + \frac{\pi}{4})$$

$$-2 \sin(4x) \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \cos(7x - \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(7x + \frac{\pi}{4}) - \sin(7x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$- \cos(7x - \frac{\pi}{4}) (2 \sin 4x + \cos(7x + \frac{\pi}{4})) = - \sin(7x - \frac{\pi}{4}) \sin(7x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) (\sin(7x - \frac{\pi}{4}) - 2 \sin 4x - \cos(7x + \frac{\pi}{4})) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Заметим, что} \\ \text{если } \sin(7x + \frac{\pi}{4}) = \cos(7x - \frac{\pi}{4}) \end{array} \right.$$

$$- \sin(7x + \frac{\pi}{4}) (\cos(7x + \frac{\pi}{4}) - \sin 4x) \cdot 2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{поскольку} \\ \frac{\pi}{2} - 7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - 7x, \\ \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = \cos(7x - \frac{\pi}{4}) \end{array} \right.$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot (\sin(7x - \frac{\pi}{4}) + \sin 4x) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{аналогично} \\ \sin(7x - \frac{\pi}{4}) = -\cos(7x + \frac{\pi}{4}) \end{array} \right.$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(\frac{11x}{2} - \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{2}) = 0$$

№ 2 продолжение

$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

①

$$\begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \pi k \\ \frac{11}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k \\ \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k + \frac{\pi}{2}, \text{ где } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi k - \frac{\pi}{4}}{7} \\ x = \frac{\pi k + \frac{\pi}{8}}{11} \cdot 2 \\ x = \frac{\pi k + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}}{3} \cdot 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \pi \left(\frac{k - \frac{1}{4}}{7} \right) \\ x = \pi \left(\frac{2k + \frac{1}{4}}{11} \right) \\ x = \pi \left(\frac{k + 1 + \frac{1}{4}}{3} \right) \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \pi \left(\frac{k - \frac{1}{4}}{7} \right); \pi \left(\frac{2k + \frac{1}{4}}{11} \right); \pi \left(\frac{k + 1 + \frac{1}{4}}{3} \right) \right\}$$

где k — целое

№ 3 ~~логарифмическое~~ уравнение

$$\left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{y^5}{x} \right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \\ (x - 3y)(x + y - 4) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

замечание, что
 $y \neq 0$
и на кон. ед.
 $\lg xy$,
 $x, y > 0$

1 случай $x - 3y = 0$ и 3 (2) случая только 2 случая

$$x = 3y \quad \text{подставляем в (1)}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y} \right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2} \quad \text{значения } y = 3^k$$

$$\left(\frac{3^{5k}}{3^{k+1}} \right)^{\lg 3^{k+1}} = \left(3^k \right)^{2 \lg 3^{2k+1}}$$

получаем фактом $\lg 3^k = k \lg 3$
 $(a^b)^c = a^{bc}$

$$\left(3^{4k-1} \right)^{k+1} \lg 3 = \left(3^k \right)^{4k+2} \lg 3$$

степенной переход:
~~не требуется~~

$$(4k-1)(k+1) = k(4k+2)$$

$$4k^2 + 4k - k - 1 = 4k^2 + 2k$$

$$3k - 1 = 2k$$

$$k = 1$$

$$\Rightarrow y = 3^1 = 3$$

$$\text{Тогда } x = 3y = 9$$

$$\boxed{9; 3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 Продолжение

2 случая $x+y-4=0$

$$x=4-y$$

подставляем в (1)

$$\left(\frac{y^5}{(4-y)}\right)^{\lg(4-y)} = y^{2 \lg((4-y)y)}$$

замечаем $y=(4-y)^k$

$$\left((4-y)^{5k-1}\right)^{\lg(4-y)} = \left((4-y)^{2k}\right)^{(k+1) \cdot \lg(4-y)}$$

$$(4-y)^{5k-1} = (4-y)^{2k \cdot (k+1)}$$

$$\begin{cases} y=4 \Rightarrow x=0 \text{ не подходит по ОДЗ} \\ 5k-1=2k^2+2k \end{cases} \Rightarrow 2k^2-3k+1=0$$

$$k = \frac{3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 2}}{4}$$

$$k \in \left[\frac{3}{2}\right] \left[k = \frac{3}{2} \right] \left[k = 1 \right]$$

если

$$k = \frac{3}{2}$$

$$y = (4-y)^{\frac{3}{2}}$$

$$y^2 = (4-y)^3$$

$$(4-y)^{\frac{3}{2}} \rightarrow 0$$

монотонно
возрастает
на $(0; 4)$

$$y = 1$$

только 1 решение

$$y=1$$

$$2k^2-3k+1=0$$

$$k = \frac{3 \pm \sqrt{9-4 \cdot 2}}{4}$$

$$\begin{cases} k=1 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

если $k=1$

$$y=4-y$$

$$y=2$$

то есть

$$x=4-y=2$$

$$\boxed{2; 2}$$

если $k=\frac{1}{2}$

$$y=(4-y)^{\frac{1}{2}}$$

замечаем, что

$$y^2-4+y=0$$

$y \in (0; 4)$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

подходит только

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

тогда $x = 4 - y = 4 - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

$\frac{1 + \sqrt{17}}{2}, \frac{9 - \sqrt{17}}{2}$

тогда

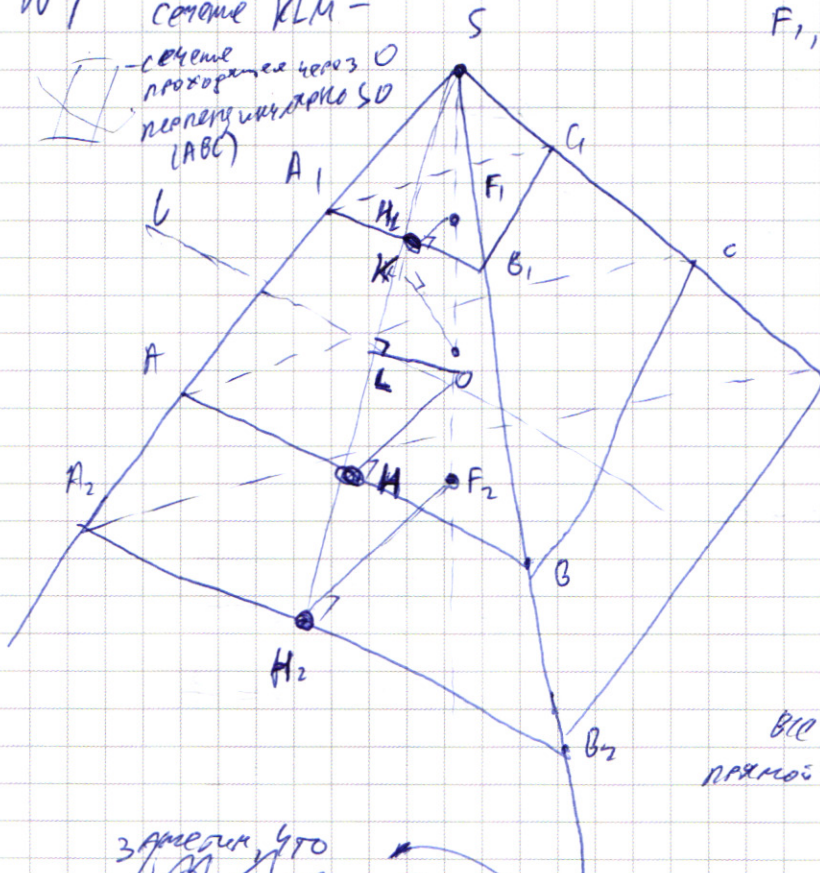
x	y
9	3
2	2
$\frac{9 - \sqrt{17}}{2}$	$\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$

N4

сечение KLM -

- сечение проходящее через O перпендикулярно SD (ABC)

F_1, F_2 - точки касания плоскости перпендикулярно SD



Заметим, что $A_1, C_1, B_1, A_2, B_2, C_2$ - точки касания плоскости сечения с ребрами SA, SB, SC и вершинами A, B, C соответственно.

K_1, K_2, K_3 - перпендикуляры из точек K, L, M на плоскость SD

прямые, выходящие параллельно плоскостям KA, LB, MC пересекаются в одной точке

$A_1B_1 \parallel AB \parallel A_2B_2$

Все точки на прямой SD равноудалены от плоскости ABC . Прямые SA_1, SB_1, SC_1 - медианы треугольника $SA_1B_1C_1$. Свойство прямых, проходящих через вершины треугольника, центр сферы вписанной в этот угол.

Заметим, что плоскости $K_1F_1S \perp A_2B_2S$ и плоскости $F_2K_2 \perp AB_2$

F_1, F_2, O лежат на одной прямой. FK_1, FK_2, FK_3 - перпендикуляры к прямым A_2B_2, AB, A_1B_1

лежащих в одной плоскости и параллельных

$SK_1 \perp SA, SK_2 \perp SB, SK_3 \perp SC$ - точка из условия $OL \perp SK_2$

L - прямая, проходящая через L параллельно A_2B_2, A_1B_1, AB . Тогда плоскости K_2K_3, FK_1, FK_2 перпендикулярны соответственно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 продолжение

следовательно F_2, O, F_1 — точки пересечения биссектрис в
треугольнике $F_1 F_2 O$ и лежат на одной прямой. K_1, K_2 — середины $AB, A_2 B_2$
и лежат на $F_1 F_2$.

$A_1 B_1, A_2 B_2$ — то $A_2 B_2 \perp F_2 K_2, A_1 B_1 \perp F_1 K_1 \Rightarrow F_2 K_2 \parallel OK_1 \parallel F_1 K_1$

Заметим, тогда что $F_2 K_2, K_1 O, K_2 F_1$ лежат в плоскости $K_2 F_2 S$
поскольку все отрезки пересекают SF_2 и параллельны $F_2 K_2$
тогда так как K_1, K_2, O лежат в плоскостях $A_2 B_2 S$ и $K_2 F_2 S$
не параллельны между собой то значит они лежат на
одной прямой (пересеч. этих плоскостей)

$\angle K_1 S F_1$ острый, $K_1 F_1 \parallel KO \parallel K_2 F_2, \angle K_2 F_2 S = 90^\circ = \angle K_1 O S = \angle K_1 F_1 S$
значит $\triangle S K_1 F_1 \sim \triangle S K_2 O \sim \triangle S F_2 K_2$ $F_2 O = OF_2 = R$ (радиус сферы,
 $SF_1 = d$ обозначим. $\triangle A_1 C_1 B_1 \sim \triangle A_2 C_2 B_2$ (параллельные сечения) значит
квадрат отношения сторон

$$\frac{S_{\triangle A_1 C_1 B_1}}{S_{\triangle A_2 C_2 B_2}} = \left(\frac{F_2 K_2}{F_1 K_1} \right)^2 = \left(\frac{F_2 K_2}{F_2 K_2} \right)^2 = \left(\frac{d}{d+2R} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

по свойству
прямой, проходящей через центр
вписанной сферы и вершину
треугольного угла

F_2 — точка пересечения биссектрис в $\triangle A_2 B_2 C_2$
 F_1 — в $\triangle A_1 B_1 C_1$, поэтому можно
применить закон
подобия

Заметим, что аналогично

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1 B_1 C_1}} = \left(\frac{OK_1}{F_1 K_1} \right)^2 = \left(\frac{SO}{SF_1} \right)^2 = \left(\frac{d+R}{d} \right)^2 = \left(\frac{3R}{2R} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1 B_1 C_1} \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$



$SK \perp OK$

поэтому

K - точка касания

Тогда $\angle KSO < \angle KSO$

$KO = OF_1 = r$ как радиусы

$F_1S = OS = 2r$, так как радиус равен половине хорды

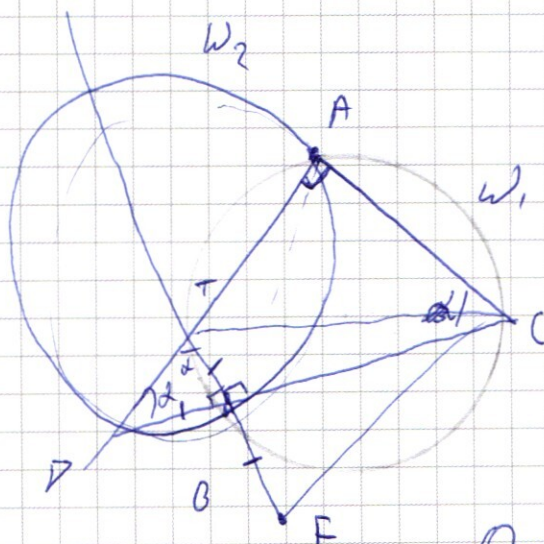
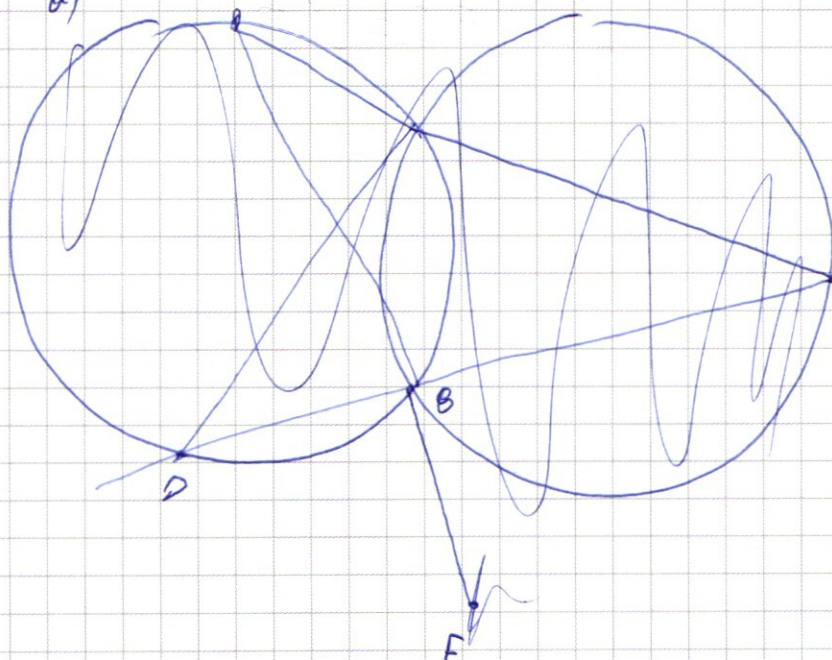
$$\text{Тогда } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{KO}{OS}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{О.б.е. } \angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Следовательно } \frac{9}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 6 a)



прорисуй прямую в F и

$$\text{Nur } \overline{BA} \perp \overline{AG} \text{ } \overline{BF} \cap \overline{AD} = I$$

Тогда мы замечаем, что

$\angle DAC = \angle BAC = 90^\circ$

он вписанный, ΔBAC внешний

В историю ойрухлов

сферически Γ то $\times \rho$ прит

HA 305 0482 room WI.

Окружности равные, углы

$\angle BCA \sim \angle APB$ опирается на одну точку следовательно

Они равны

Тогда в $\triangle PAB$ $\angle PAB = 42^\circ$ и $\angle B = 90^\circ + \angle A =$

$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$ тогда в треугольнике PBT

$TB = PB$ (напр. 45°) ~~тогда~~ $TB = PB = BF$ и $TF \perp PC \Rightarrow TC = FC$ (напр. 45°)

продолжить 6

поскольку PC — серединный перпендикуляр для DC , значит

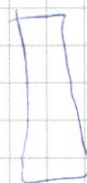
$FC = TC$ $\angle TAC = 90^\circ$ и отрезается на TC в $W_1 = 7$

$\Rightarrow TC$ равен $TC = 2R = 2 \cdot 5 = 10$ $TA = AC = 10$ $TC = FC = 10$

Ответ: ~~10~~ $FC = 10$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 125} \\ 250 \\ \hline 975 \\ - 915 \\ \hline 60 \end{array}$$



$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 460$$

$$x = y^2$$

$$\left(\frac{y^5}{y^2} \right) = y^{3/2} = y^{1.5}$$

$$y^{3/2} = y^{1.5}$$



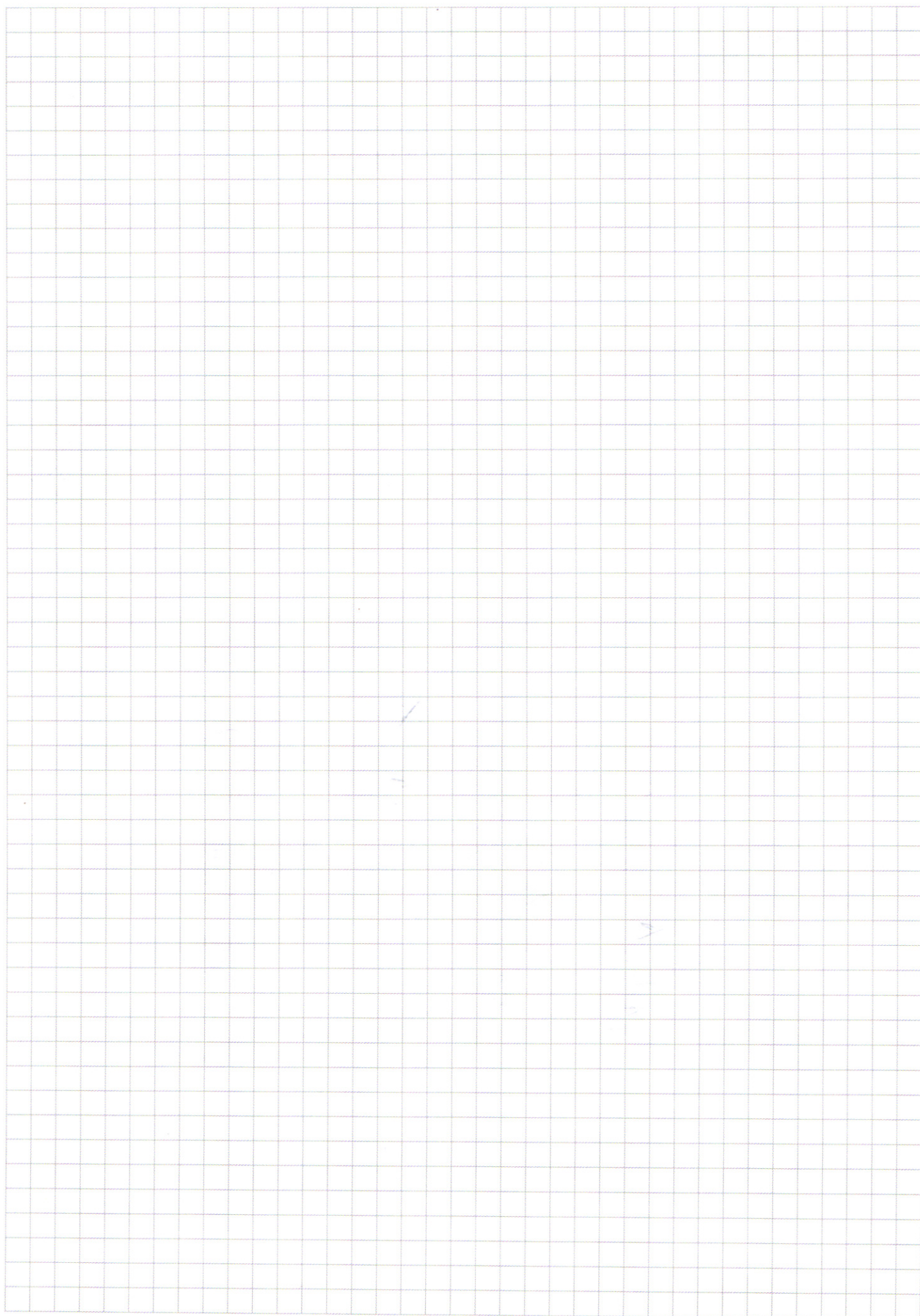
черновик

(Поставьте галочку в нужном поле)



чистовик

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$(x - 3y)(x + y - 4) = 0$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y \cdot y^2}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y^2}{3}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg y}$$

$$y^{2 \lg 3y - 2 \lg y} = 3^{\lg 3y}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$g = \frac{z}{\pm 1 \pm 2}$$

$$g = \frac{z}{\pm 1 \pm 2}$$

$$\frac{z}{9T + 1 \pm T} = 1$$

$$0 = 4 - 1 + \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \cdot 1$$

1 случай $x - 3y = 0$
 $x = 3y$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x}$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}$$

$$y^{4 \lg 3y} = y^{2(\lg 3 + 2 \lg y)} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$y^{4(\lg 3 + \lg y)} = y^{2(\lg 3 + 2 \lg y)} \cdot 3^{\lg 3y}$$

$$\ln x = \frac{1}{x} \quad y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$\lg_{10} 6 = \ln \quad y^{\lg 3} \cdot y^{\lg 3} = 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y}$$

$$(\lg_{10} x)' = \frac{1}{x \ln 10}$$

$$= \frac{1}{2 \lg x} = \frac{1}{2x} \left(y^{2 \lg 3} - 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y} \right)'$$

$$(\lg_{10} x)' = \frac{1}{x \ln 10} = 2 \lg 3 \cdot y^{2 \lg 3 - 1} - 3^{\lg 3} \cdot 3^{\lg y} \cdot \ln 3$$

$$y^{\lg 3} > 3^{\lg y}$$

$$\lg 3y^{(\lg 3 - 1)} \quad 3^{\lg y} \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{y \ln 10}$$

$$y^{2 \lg 3} = 3^{\lg 3y}$$

$$y^{2p} = 3^p \cdot 3^{\lg y} \quad \lg 3 = p$$

$$3^{2kp} = 3^p \cdot 3^{kp}$$

$$k=1 \quad y=3$$

$$y=3^k$$

$$\lg 3^k = k \lg 3$$

$$\frac{z}{8} = 7 - \frac{z}{5}$$

$$x = 4 - y$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg 4-y} = y^2 \lg(4-y^2)$$

$$\left(\frac{y^5}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = (y^2)^{\lg(4-y)} = y^2 \lg y$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right) = \left(\frac{7-\sqrt{17}}{2}\right) \left(\frac{y^5}{y^2(4-y)}\right)^{\lg(4-y)} = y^2 \lg y$$

$$\left(\frac{y^3}{4-y}\right)^{\lg(4-y)} = y^2 \lg y$$

$$y = (4-y)^k$$

$$\frac{18+2}{4}$$

$$\frac{y^3}{4-y} (4-y)^{(k-1) \lg(4-y)} = (4-y)^{2k \lg(4-y)}$$

$$= \frac{2}{2-5} (4-y)$$

$$(k-1) = 2k^2$$

$$2k^2 - k + 1 = 0$$

$$k = \frac{1 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$\frac{2}{3} (4-y) \lg(4-y) = \left(\frac{4-y}{(4-y)^{\frac{2}{3}}}\right)^{\lg(4-y)}$$

$$= (4-y)^{\frac{1}{3} \lg(4-y)}$$

$$\frac{2}{3} (4-y) = 4$$

$$4 - y = 6$$

$$0 = 5 + 75 - 2 \cdot 2$$

$$5k - 1 = 2k^2 + 2$$

$$5k - 1 = 2k(k+1)$$

$$x = 4 - y$$

$$\left(1 + \frac{2}{3}\right) \frac{2}{3} \cdot 2 \neq 1 + \frac{2}{3} \cdot 5$$

$$(4-y) \lg(4-y) \cdot (1+k) \lg(4-y) = (4-y) \lg(4-y) \cdot (5k-1) \lg(4-y)$$

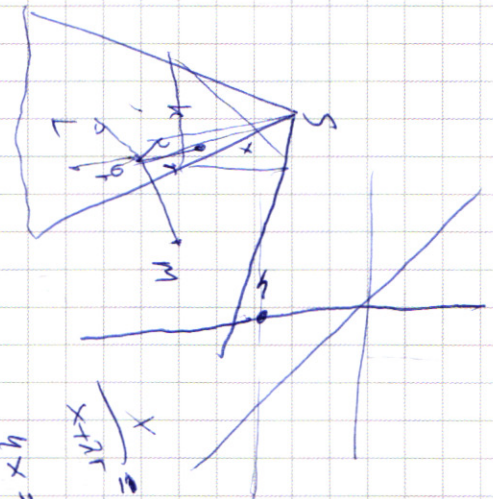
$$= \frac{2}{13}$$

$$\left(\frac{4-y}{(4-y)^{\frac{1}{3}}}\right)^{\lg(4-y)} = \left(\frac{4-y}{4}\right)^{\lg(4-y)}$$

$$\left(1 + \frac{2}{3}\right) \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$x = 4 - y$$

$$4 - y = x$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ 30 \\ \hline 37 \\ 35 \\ \hline 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 675 \overline{) 25} \\ 50 \\ \hline 175 \\ 150 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\Rightarrow 3375 = 5^3 \cdot 3^3$$

$$C_8^3 \cdot C_5^3 = \frac{8!}{5!3!} \cdot \frac{5!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} =$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x \quad = 56 \cdot 10 = 560$$

$$\cos 11x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 11x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 3x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 4x$$

$$\cos(11x + \frac{\pi}{4}) + \sin$$

$$- \sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

$$\sin 11x$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 11x) + \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \cos 4x$$

$$2 \sin(\frac{-8x}{2}) \cdot \cos(\frac{\frac{\pi}{2} - 14x}{2}) = \cos 4x$$

$$2 \sin(-4x) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = \cos 4x$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 11x) + \sin(3x - \frac{\pi}{4})$$

$$-2 \sin(7x) \cdot \sin(4x) - 2 \sin(4x) \cdot \cos(7x)$$

$$-2 \sin(4x) (\cos 4x + \cos 7x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x$$

$$(\cos 4x + \cos 7x) \cdot$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$$

$$\sin(x+y)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin(\frac{x+y}{2}) \cos(\frac{x-y}{2})$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos(\frac{x+y}{2}) \cos(\frac{x-y}{2})$$

$$\cos x - \cos y = 2 \sin(\frac{x+y}{2}) \sin(\frac{y-x}{2})$$

$$= -2 \sin(\frac{x+y}{2}) \cdot \sin(\frac{x-y}{2})$$

$$1 \sin(-11x) + \sin(3x) =$$

$$= 2 \sin(-4x) \cdot \cos(-7x)$$

$$\frac{\pi}{2} - 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} - 7x - \frac{\pi}{4} =$$

$$= \frac{\pi}{4} - 7x$$

$$\left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} = y^2/3x^{1/3}$$

$$y^{2/3} \cdot y^{1/3} = y^{2/3+1/3} = y$$

$$y^{1/3} \cdot y^{2/3} = y^{1/3+2/3} = y$$

$$y^{2/3} = 3^{1/3} y^{1/3}$$

$$5d_1 y = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/3}$$

$$y = \left(\frac{5}{3}\right)^{1/3}$$

$$4/3 y + 7/3 = y$$

$$\left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} = y^2/3x^{1/3}$$

$$\left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} = y^2/3x^{1/3}$$

$$y^5/3x = y^2/3x^{1/3}$$

$$y^5/3x = y^2/3x^{1/3}$$

$$(x-3y^2)(x+y-1) = 0$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} = y^2/3x^{1/3}$$

$$0 = \left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} - y^2/3x^{1/3} = 0$$

$$0 = \left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} - y^2/3x^{1/3} = 0$$

$$0 = \left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} - y^2/3x^{1/3} = 0$$

$$0 = \left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} - y^2/3x^{1/3} = 0$$

$$0 = \left(\frac{y^5}{3x}\right)^{1/3} - y^2/3x^{1/3} = 0$$

$$-2 \sin\left(x + \frac{\pi}{11}\right) \cdot \sin\left(\frac{4}{3}x\right) = \cos\left(\frac{4}{3}x\right)$$

$$\cos\left(\frac{11}{11}x + \frac{\pi}{11}\right) - \cos\left(\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}\right) = \cos\left(\frac{4}{3}x\right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 случай

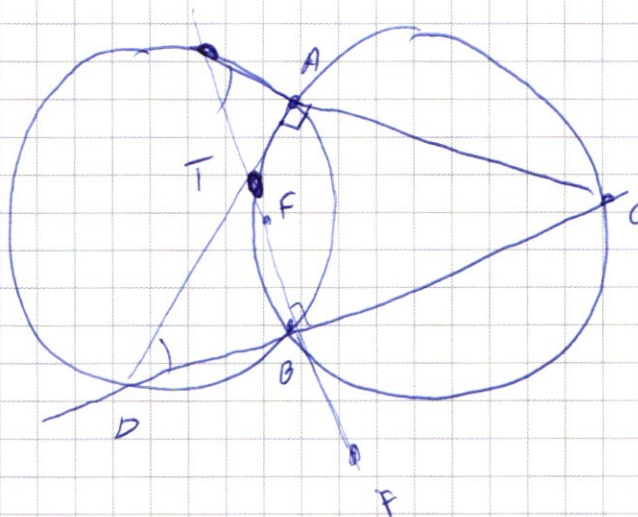
$$y > 0$$

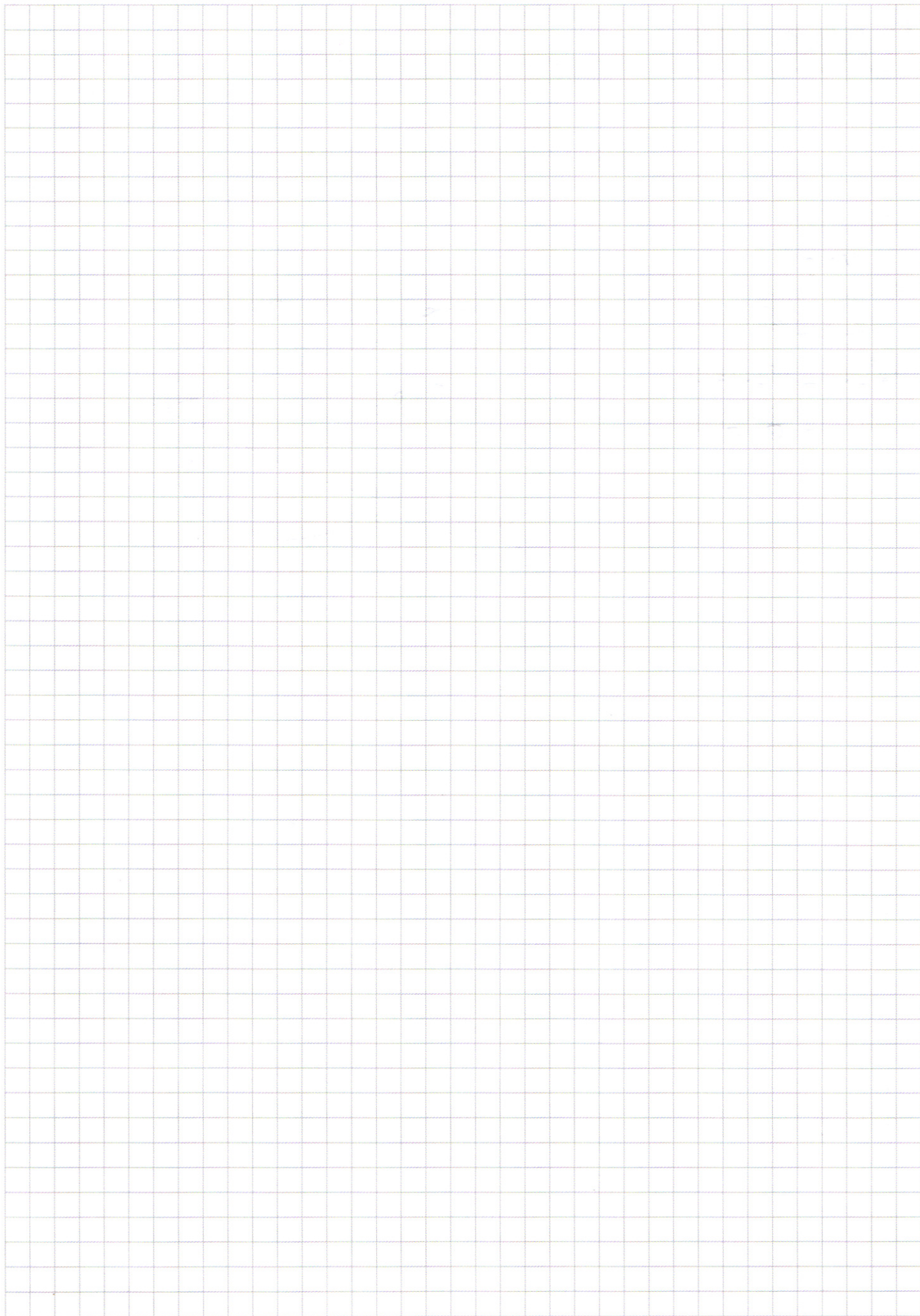
Замени

$$|y-3|=6$$

$$|1 - x| + |1 + x| = 6$$

$$l(|x|-4) + a^2 = a$$





☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)