

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $3375 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Т.к. цифра не может превышать 9, единственные
возможные наборы цифр: 1) 55533311
2) 55593111

Кол-во уникальных чисел, сост-ых из набора ①:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} = 560$$

Кол-во чисел, сост-ых из набора ②:

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 560 \cdot 2 = 1120$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = 1120 + 560 = 1680$$

Ответ: 1680.

2) $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x$
 ~~$-2 \cos 7x$~~ $-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \cos 7x \sin 4x = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x)$
 $- \sqrt{2} \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sqrt{2} \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sin 4x = \sin 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$4x = 7x - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n$$

Отв: $\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n$

$$3) \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$
~~$$y^{5 \lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$~~

$$y^{3 \lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$y^{2 \lg x} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg \frac{y}{x}}$$

$$x^{\lg \frac{y}{x}} = y^{2 \lg \frac{y}{x}}$$

$$\underline{x = y^2}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \\ x = y^2 \end{cases}$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0$$

$$y(y-3)(y^2+y-\frac{4}{3}) = 0.$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y_1 = 0 \notin \text{OD3.}$$

$$y_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 9$$

$$y_3 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4}$$

$$y_4 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x_4 = \frac{18 + 2\sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

$$\text{OD3: } \begin{cases} xy \neq 0 \\ x \neq 0 \\ y \neq 0. \end{cases}$$

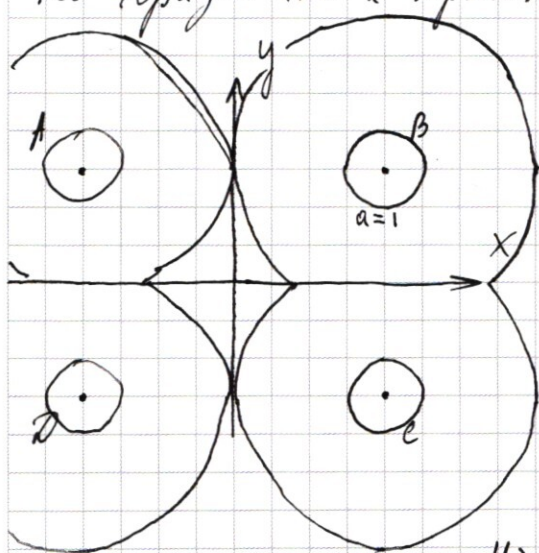
$$\text{Oib: } (3; 9); \left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4}\right); \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}; \frac{18 + 2\sqrt{17}}{4}\right).$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5) \begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

Ур-е $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$ задает окр-ть радиуса $\sqrt{a}$ с ц. в точке $(4; 3)$.

Ур-е $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ отражает график $(x-4)^2 + (y-3)^2 = a$ по горизонтали и вертикали.



A, B, C, D — центры окр-тей с радиусом $\sqrt{a}$.

← Примеры графика для $a=1$ и $a=16$.

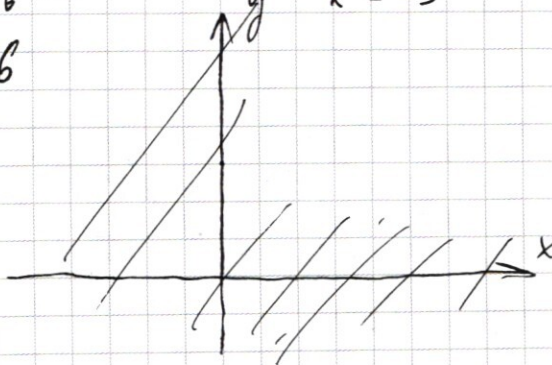
$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6$$

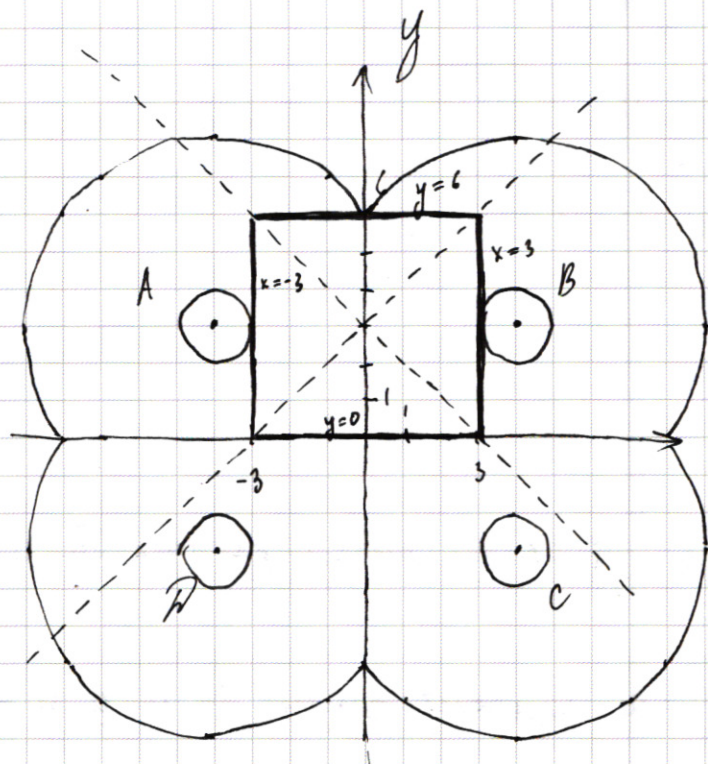
$$\begin{aligned} y > x+3 \text{ и } y > 3-x \\ 2y-6 &= 6 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y > x+3 \text{ и } y < 3-x \\ -2x &= 6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y < x+3 \text{ и } y > 3-x \\ -2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y < x+3 \text{ и } y < 3-x \\ -2y+6 &= 6 \\ y &= 0 \end{aligned}$$





Из графика следует, что 2 корня системы будет иметь, когда окружности А и В касаются $x = -3$ и $x = 3$ соответственно, либо когда корни x окружностей А и В совпадают, тогда $a = 1$, либо при $a = 25$ с корнями в точках $(0; 6)$ и $(0; 0)$.

Отв: 1; 25.

$$7) \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ f_2(x) &= 70 + (2^{64} - 1)x. \end{aligned}$$

Найдем точки пересеч:

рассм.

$$f_1(6) \text{ и } f_2(6)$$

$$f_1(6) = 2^6 + 3 \cdot 2^{65} = 64 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$f_2(6) = 70 + 2 \cdot 6 - 6 = 64 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$\text{Следовательно, } f_1(6) = f_2(6).$$

$$\text{Рассмотрим } f_1(70) \text{ и } f_2(70).$$

$$f_1(70) = 2^{70} + 3 \cdot 2^{65} = 2^{65} (3 + 32) = 2^{65} \cdot 35$$

$$f_2(70) = 70 + 2 \cdot 70 - 70 = 2^{65} \cdot 35.$$

$$\text{Значит, } f_1(70) = f_2(70).$$

$$\text{Рассмотрим } f_1' - f_2':$$

$$2^x \ln 2 - 2^{64} + 1 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3 \ 75 \\ 6 & 75 \\ 13 & 5 \\ 27 & 3 \\ & 3 \\ & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 3 \\ 9 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{10\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

8
328

$$\begin{array}{l} 1123 \\ 1132 \\ 1213 \\ 1231 \\ 1312 \\ 1321 \end{array}$$

$$6+6=12$$

$$11123$$

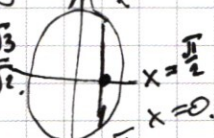
$$2 \cos \frac{3\pi}{12} \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2113 \\ 2131 \\ 2311 \end{array}$$

$$11123$$

$$\sin 30 + \sin 60 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$



$$1(1123)$$

$$2 \cos 45 \cdot \sin 15 = \sqrt{2}$$

$$11123$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$x = 2\pi n + \pi$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$2^{\log_3 9} = 3^4$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 63 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$-\sin 11x + \cos 11x + \sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$x + \frac{\pi}{4} = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$\sqrt{2} \sin(11x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \sin(3x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 16 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$\sin(3x - \frac{\pi}{4}) - \sin(11x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$5^{\log_3 5}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x + \lg y}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot x^{-\lg x} \cdot x^{-\lg x} = (xy)^{2 \lg y}$$

$$\cos - \sqrt{2} \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 14x$$

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 14x.$$

$$\sin 3x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 3x \sin \frac{\pi}{4} - \sin 11x \cos \frac{\pi}{4} - \cos 11x \sin \frac{\pi}{4} = \cos 14x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 3x + \cos 3x) - \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin 11x + \cos 11x) = \cos 14x.$$

$$\sin 90^\circ - \sin 30^\circ = 2 \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.$$

$$\frac{1}{2}$$

$$2 \cos \frac{14x - \frac{\pi}{2}}{2} \sin \frac{8x}{2} = \cos 14x.$$

$$\sin 60^\circ = \sin 30^\circ \cos 30^\circ$$

$$\sin 90^\circ = \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ$$

$$2 \cos \left(7x - \frac{\pi}{4} \right) \sin 4x = \cos 14x.$$

$$2 (\cos 7x \cos \frac{\pi}{4} + \sin 7x \sin \frac{\pi}{4}) \sin 4x = \cos 14x. \quad 2 \sin^2 7x - 1.$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x + \sin 7x) \sin 4x = \sqrt{2} (\cos 7x \sin 4x + \sin 7x \sin 4x) =$$

$$\sin 7x = \sin (4x + 3x) = \sin 4x \cos 3x + \cos 4x \sin 3x$$

$$\sin 4x = \frac{\sin 7x - \cos 4x \sin 3x}{\cos 3x}.$$



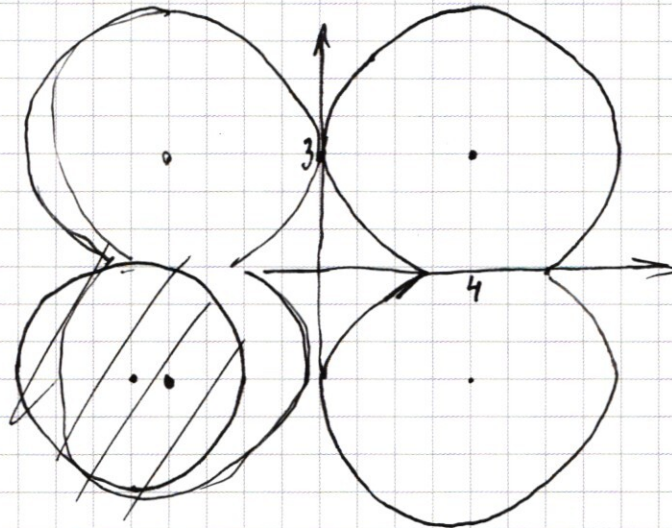
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 7 \\ \frac{x-y}{2} = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = 14 \\ x-y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 6 \\ x = 8+y \end{cases} \quad \begin{matrix} y = 3 \\ x = 11. \end{matrix}$$

$$\cos 11x = \sin 3x.$$

$$\cos 80^\circ = \cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ =$$

$$\cos 120^\circ = \cos 90^\circ \cos 30^\circ + \sin 90^\circ \sin 30^\circ.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6.$$

$$y-x > 3 \quad y > x+3$$

$$y+x > 3 \quad y > 3-x$$

$$y-3-x + y-3+x = 6$$

$$y = 6$$

$$-y+3+x - y+3-x = 6$$

$$-2y = 0.$$

~~$$y < x+3$$~~

$$y > x+3$$

$$y < 3-x$$

$$y-3-x - y+3-x = 6.$$

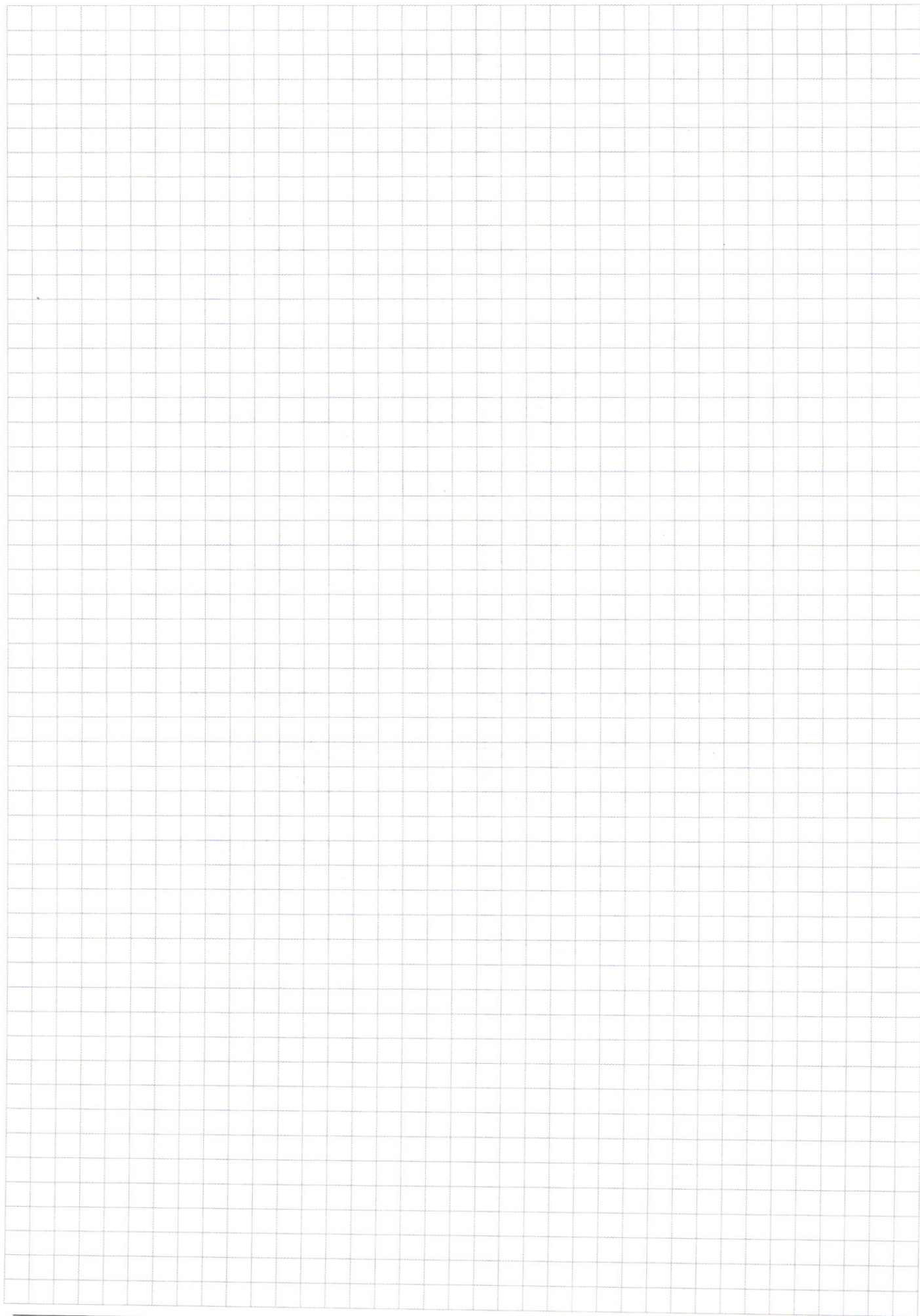
$$x = -3$$

$$y < x+3$$

$$y > 3-x.$$

~~$$-y+3+x + y-3+x = 6.$$~~

$$x = 3.$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$\sin 90 - \cos 30 = 2 \sin 60 \cos 30$$

$$\cos 80 - \cos 30 = -2 \sin 60 \sin 30 = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\sin 90 - \sin 30 = 2 \sin 60 \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$-2 \sin 4x \cos 4x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - (2 \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} \cos 14x.$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos^2 7x - \sin^2 7x).$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sin 7x - \cos 7x.$$

$$\sqrt{2} \sin 4x = \sqrt{2} \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\sin 4x = \sin \left(7x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$4x = 7x - \frac{\pi}{4}.$$

$$3x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{12}.$$

$$\sin 90 - \cos 90 = \sqrt{2} \sin(90 - 45)$$

$$\sin 150 - \cos 150$$

$$\sin 30 - \sqrt{3} \cos 30 = 2 \sin(30 - 60)$$

$$-2 \sin 30 = -1.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^5 \lg y \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = \frac{x^{2 \lg x}}{x^{\lg x}} \cdot (xy)^{2 \lg y}.$$

$$x^3 \lg y \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}.$$

$$y^{2 \lg x} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}.$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{\lg x - \lg y}.$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{\lg \frac{x}{y}}.$$

$$x^{\lg \frac{y}{x}} = y^{\lg \frac{x}{y}}.$$

$$-4y^2 + y^2$$

$$13x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$125 \cdot (x-y)^2 - 4x - 4y^2 + 12y = 0.$$

$$-4(y^2 + x - 12y) = 0.$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 27 \\ \hline 875 \\ 250 \\ 3375 \end{array}$$

$$|y-3-x| + |y-3+x| = 6.$$

$$(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a.$$

$$x^2 - 8|x| + 16 + y^2 - 6|y| + 9 = a.$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \quad y < 0 \\ x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y = a - 25 \\ (x-4)^2 + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x > 0 \quad y > 0 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = a. \\ x > 0 \quad y < 0. \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 5 & 5 \\ 5 & 5 \\ 5 & 5 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$11223$$

$$11222$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 121 \\ 211 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3! \\ 2! \\ 4! = 24. \end{array}$$

$$11222$$

$$\begin{array}{r} 1122 \\ 1212 \\ 1221 \\ 2112 \\ 2121 \\ 2211 \end{array}$$

$$3!$$

$$3! \cdot 2! \cdot 3!$$

$$\frac{8!}{3! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2 \cdot 3} =$$

$$56 \cdot 10 = 560.$$

$$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2} = 56 \cdot 20 =$$

$$560 \cdot 3 =$$

$$1500 +$$

$$130 = 1630$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x y}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y}$$

$$y^{5 \lg x} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = (xy)^{2 \lg y}$$

$$x^{2 \lg y} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$y^{2 \lg x} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg y}$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg \frac{y}{x}}$$

$$x^{\lg \frac{y}{x}} = y^{2 \lg \frac{y}{x}}$$

$$x = y^2$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$y^4 - 2y^3 - 4y^2 + 12y = 0.$$

$$y(y^3 - 2y^2 - 7y + 12) = 0.$$

$$y(y-3)(y^2+y-4) = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

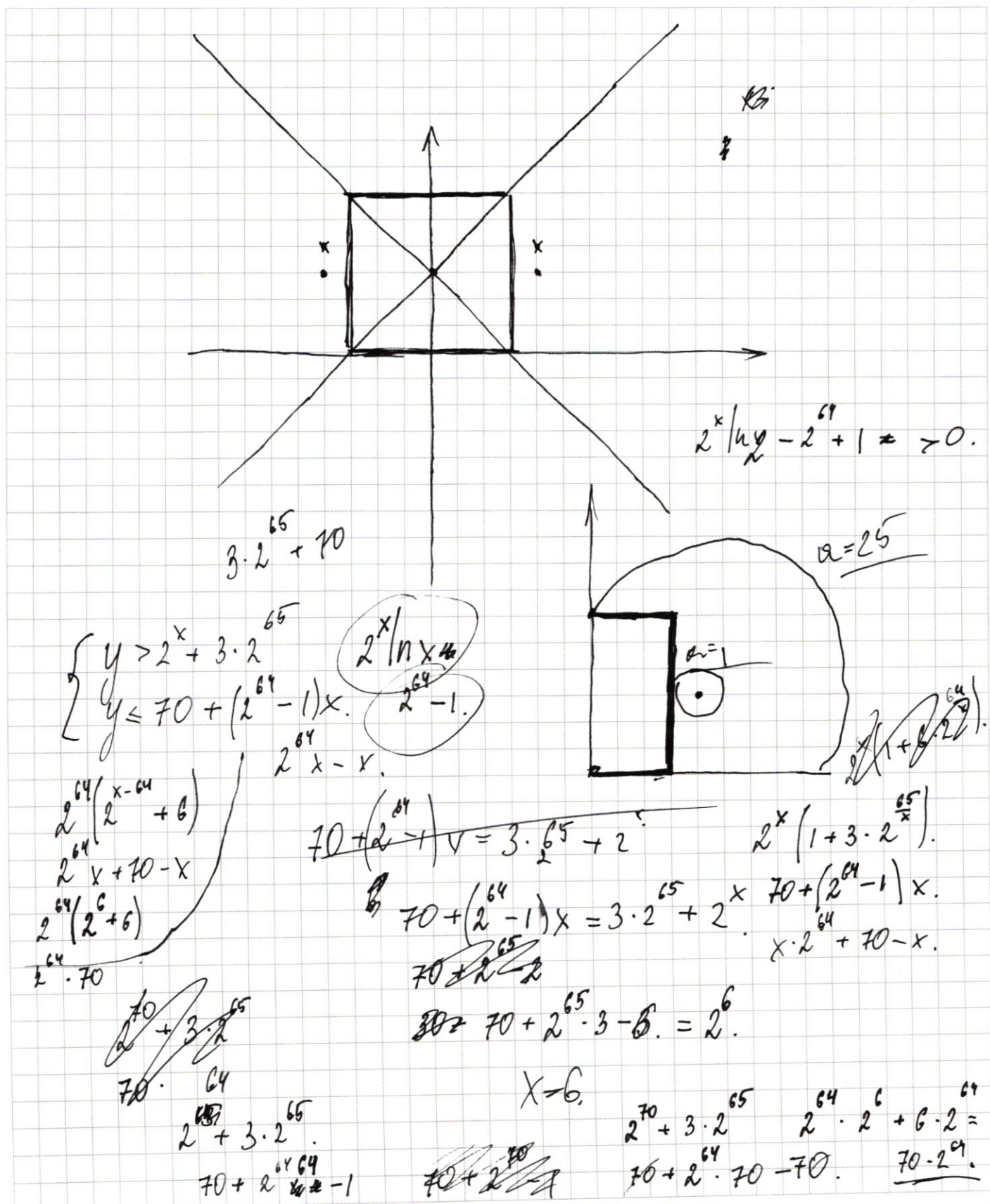
$$\left(\frac{3^5}{5^2}\right)^{\lg 3^2} = 3^{\frac{2 \lg 27}{2}}$$

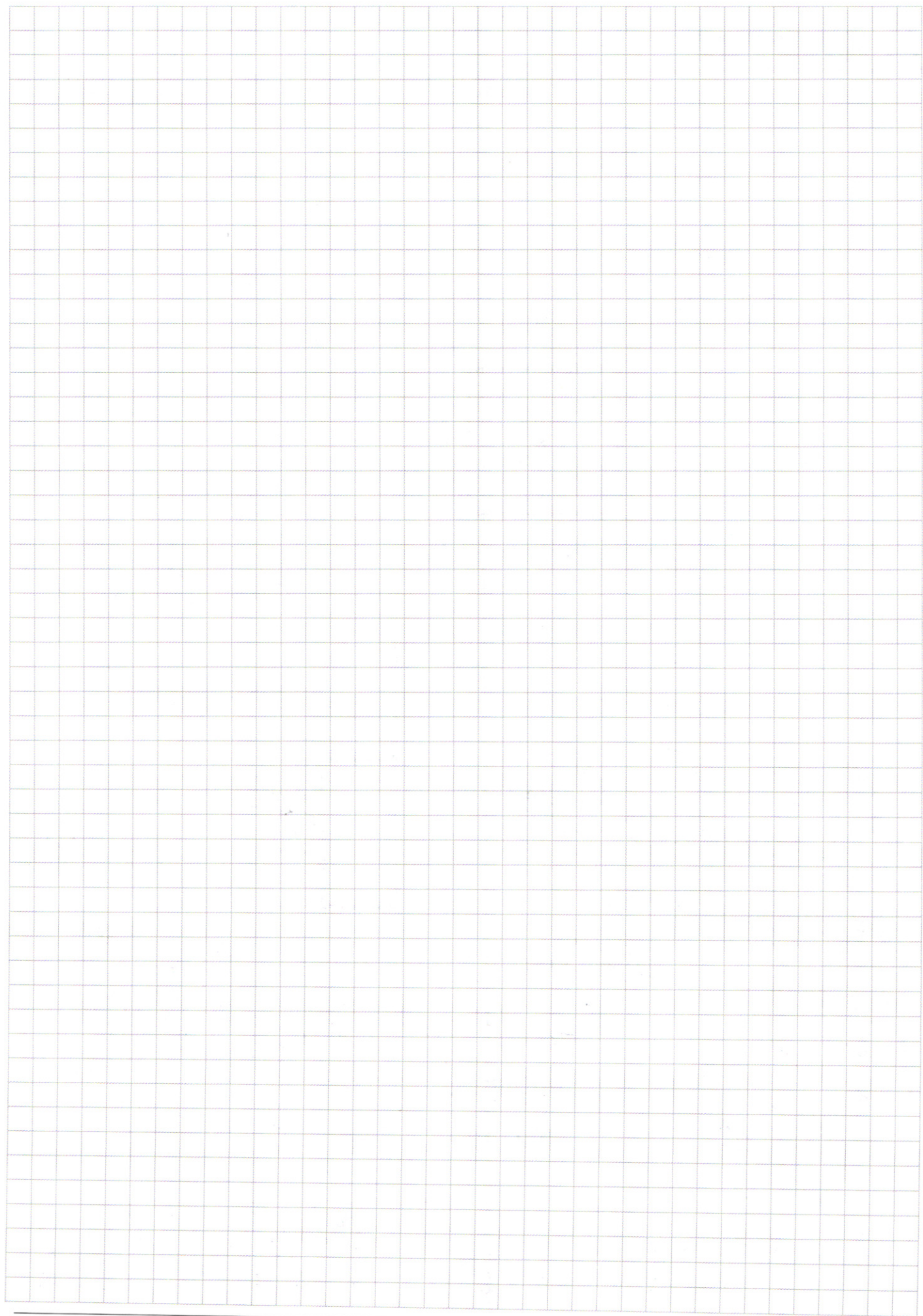
$$(27)^{\lg 9} = 9^{2 \lg 9 \cdot 3}$$

$$9^{\lg 27} = 9^{2 \lg 27}$$

$$\begin{array}{r|l} y^3 - 2y^2 - 7y + 12 & y - 3 \\ \hline y^3 - 3y^2 & y^2 + y - 7 \\ \hline y^2 - 7y & \\ y^2 - 3y & \\ \hline -4y + 12 & \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

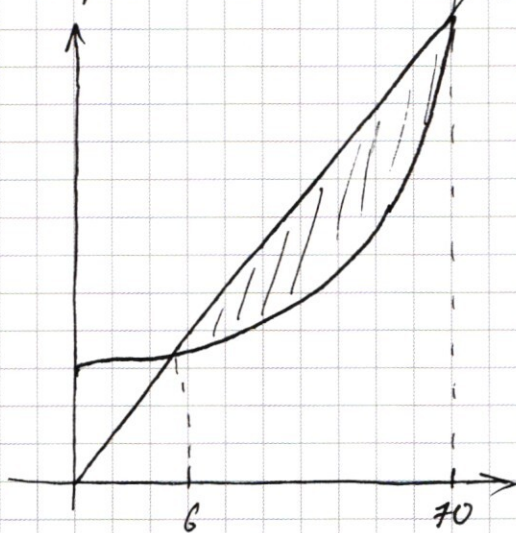
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^x / \ln 2 = 2^{64} - 1.$$

$2^x / \ln 2$ — монотонно возрастает. $| \Rightarrow$ вып-е имеет не более 1 корня $\Rightarrow$
 $2^{64} - 1$ — const.

$\Rightarrow$ вып-е $f_1 = f_2$ имеет не более двух корней.

Построим схематичный график:



Замечаем, что колич-во целых решений
равно разности сумм разностей
 $f_2 - f_1$ на промежутке целых чисел
 $[6; 70]$.

$$\sum f_1: 2^6 + 3 \cdot 2^{65} + 2^7 + 3 \cdot 2^{65} + \dots + 2^{70} + 3 \cdot 2^{65}$$

$$\sum f_2: 70 + (2^{64} - 1) + 70 + (2^{64} - 1) \cdot 2 + \dots + 70 + (2^{64} - 1) \cdot 70$$

$$\sum f_1 - \sum f_2 = 2^6 + 3 \cdot 2^{65} + 2^7 + 3 \cdot 2^{65} + \dots + 2^{70} + 3 \cdot 2^{65} - 70 - (2^{64} - 1) - 70 - (2^{64} - 1) \cdot 2 - \dots - 70 - (2^{64} - 1) \cdot 70 =$$

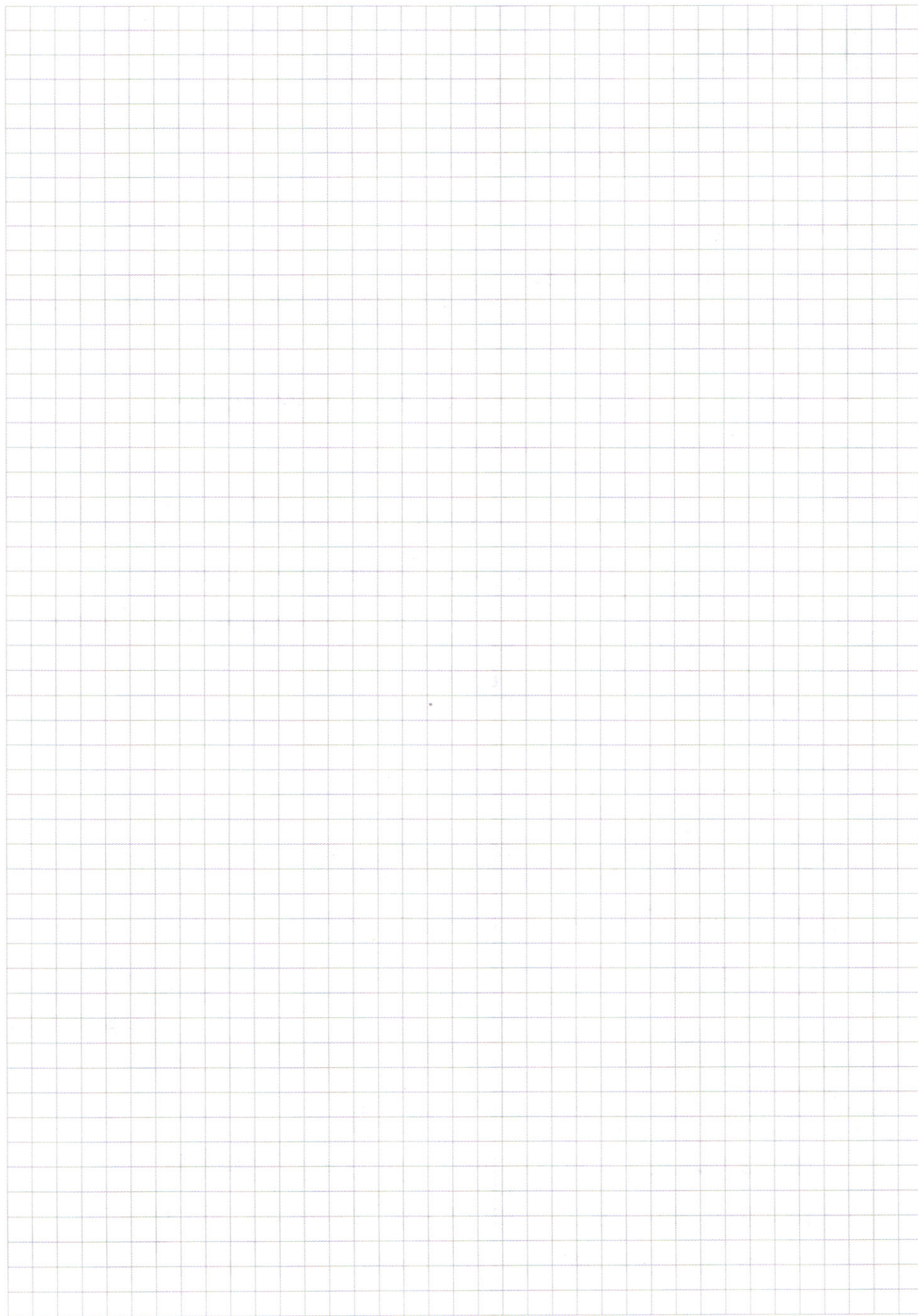
$$= 2^6 + 2^7 + 2^8 + \dots + 2^{70} + 2 \cdot 3 \cdot 64 - 7(2^{64} - 1) - 8(2^{64} - 1) - \dots - 70(2^{64} - 1) - 70 \cdot 64 =$$

$$2 \cdot 2^{70} - 1 - 2^0 - 2^1 - 2^2 - 2^3 - 2^4 - 2^5 - 2^6 + 2^{65} \cdot 3 \cdot 64 - \frac{7+70}{2} \cdot 64(2^{64} - 1) - 70 \cdot 64 =$$

$$2^{71} - 128 + 4 \cdot 2^{65} + 3 \cdot 64 - 77 \cdot 32(64 - 1) - 70 \cdot 64 =$$

$$2^{69}(2^2 + 6 - 77) - 128 - 70 \cdot 64 + 77 \cdot 32 = -2^{63} \cdot 67 - 128 - 32(140 - 77) =$$

$$-2^{63} \cdot 67 - 128 - 32 \cdot 63 = -67 \cdot 2^{63} - 2144. \quad \text{Отв: } 67 \cdot 2^{63} + 2144.$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)