

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 5

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 3375. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 14x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}, \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 4.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |y - 3 - x| + |y - 3 + x| = 6, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

Заметим, что $3375 = 5^3 \cdot 3^3 \cdot 1$, то число должно состоять из трёх "3", трёх "5" и двух "1". Кол-во таких чисел можно посчитать по формуле $\frac{2!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{2! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!}{3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1} = 560$ (группировка цифр в числе не может быть, т.к. $3 \cdot 5 = 15 \neq 9; x \neq 0$)

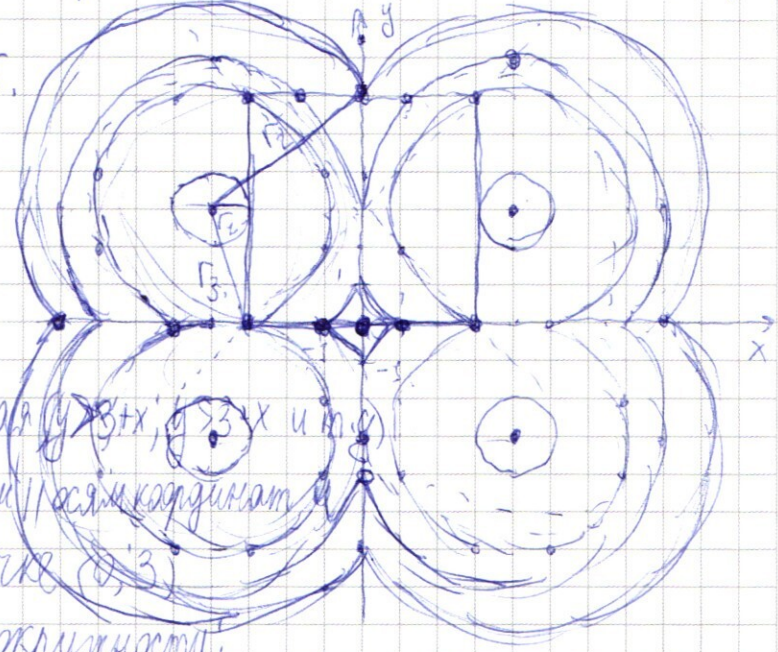
Ответ: 560.

5.

$$\begin{cases} |y-3-x| + |y-3+x| = 6 \\ (|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a \end{cases}$$

1) $|y-3-x| + |y-3+x| = 6$.

Рассматривая 4 случая ($y > 3+x$, $y > 3-x$ и т.д.) получаем, что это уравнение задаёт квадрат со сторонами $|x|$ и $|y-3|$ с пересечением диагоналей в точке $(0, 3)$.



2) $(|x|-4)^2 + (|y|-3)^2 = a$ — 4 окружности.

при $x > 0, y > 0$ — окр $(4, 3)$, $r = \sqrt{a}$

при $x > 0, y < 0$ — окр $(4, -3)$, $r = \sqrt{a}$

$x < 0, y > 0$ — окр $(-4, 3)$, $r = \sqrt{a}$.

$x < 0, y < 0$ — окр $(-4, -3)$, $r = \sqrt{a}$.

Заметим, что $a \geq 0$;

При $a < 0$ — нет решений.

Из рисунка видно, что $a = 1$ — решение.

Так же (в силу симметрии) видно, что если одна "окружность" пересекает квадрат, то и другая тоже. Тогда $(1, \sqrt{3^2+1})$ не подходит, т.к. решение будет ≥ 1 .

3) При $\sqrt{a} \in (\sqrt{10}; \sqrt{4^2+3^2})$ решений так же будет > 2 , (реш. $\in y=6$; реш. $\in y=0$)

4) При $\sqrt{a} = \sqrt{25}$, $a=25$, решений 2: $(0,0)$ и $(0,6)$

5) При $a > 25$ решений не будет, т.к. окружности будут пересекаться за квадратом и не будут пересекать его;

Ответ: 1, 25

3.

$$\begin{cases} \left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy} \\ x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

1) $x^2 - 2x(y+2) + (12y - 3y^2) = 0$

$$D_{\min} = (y+2)^2 - 12y + 3y^2 = (2y-2)^2$$

$$x_1 = y+2+2y-2 = 3y$$

$$x_2 = y+2-2y+2 = -y+4, \text{ то II уравн. системы } \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ x=-y+4 \end{cases}$$

2) $\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg xy}$ прологарифи. обе части уравн. по основ. 10:

$$\lg\left(\frac{y^5}{x}\right) \cdot \lg x = \lg y \cdot 2\lg xy$$

$$5\lg y \lg x - \lg^2 x = 2\lg y^2 + 2\lg x \lg y, ; \lg x = u; \lg y = v, \text{ то}$$

$$525u - u^2 = 225^2 + 225u$$

$$u^2 - 325u + 225^2 = 0$$

$$D = 925^2 - 825^2 = 25^2$$

$$u = \frac{325 \pm 25}{2} = 2, 25$$

$$u = \frac{325 - 25}{2} = 25$$

1) $x=3y$, то

$$\left. \begin{aligned} u &= 2,25 \\ u &= 25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lg x = 2\lg y; \lg x = \lg y, \text{ то:}$$

$$\begin{cases} \lg 3y = \lg y \Leftrightarrow 3y = y \Leftrightarrow y = 0 \text{ — не подр. при подстановке} \\ \lg 3y = \lg y^2 \Leftrightarrow 3y = y^2; y = 0, 3; \text{ подходит } y = 3, x = 9. \end{cases}$$

* В силу монотонности ф-ции $f(x) = \lg x$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) $x = 4 - y$, то $\begin{cases} \lg(4-y) = \lg y & (\Leftrightarrow) & 4-y = y \Rightarrow y = 2; x = 2. \\ \lg(4-y) = \lg y^2 & (\Leftrightarrow) & 4-y = y^2 \Rightarrow y^2 + y - 4 = 0; \end{cases}$

$$y^2 + y - 4 = 0.$$

$$D = 1 + 16 = 17^2$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}; \text{ но для } \lg x, x > 0, \text{ а для } \lg y, y > 0 \Rightarrow y > 0, \text{ то}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; x = 4 - \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \text{ при подстановке подходит.}$$

$$\text{Ответ: } (9, 3); (2, 2); \left(4 - \frac{\sqrt{17} - 1}{2}; \frac{\sqrt{17} - 1}{2}\right)$$

2.

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x;$$

1) Упростим левую часть:

$$\left. \begin{aligned} \cos 11x - \cos 3x &= -2 \sin \left(\frac{11+3}{2}x\right) \sin \left(\frac{11-3}{2}x\right) = -2 \sin 7x \sin 4x. \\ \sin 11x - \sin 3x &= 2 \sin 4x \cos 7x \end{aligned} \right\}, \text{ то.}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - (\sin 11x - \sin 3x) = -2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = -2 \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$2) -2 \sin 4x (\cos 7x + \sin 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$(\cos 7x + \sin 7x) (\sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) + 2 \sin 4x) = 0.$$

1) $\cos 7x + \sin 7x = 0.$

$$\cos 7x + \cos \left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) = 0.$$

$$\left[\cos \frac{7x + \frac{\pi}{2} - 7x}{2} = 0; \cos \frac{\pi}{4} = 0 - \text{неверно} \right]$$

$$\left[\cos \frac{7x - \frac{\pi}{2} + 7x}{2} = 0; \cos (7x - \frac{\pi}{4}) = 0. \right]$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z}; 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sqrt{2}(\cos 7x - \sin 7x) + 2\sin 4x = 0.$$

$$\cos 7x - \sin 7x = \cos 7x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) = -2\sin \frac{\pi}{4} \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-2}{\sqrt{2}} \sin\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) \\ = \frac{2}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + 2\sin 4x = 0.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin 4x = 0$$

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x + 4x\right) = 0.$$

$$1) \frac{\pi}{8} - \frac{3x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x - 4x\right) = 0.$$

$$\frac{3x}{2} = \frac{\pi}{8} + \pi k.$$

$$3x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k.$$

$$2) \frac{\pi}{8} - \frac{11}{2}x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$-\frac{11}{2}x = \frac{3\pi}{8} + \pi k,$$

$$\frac{11}{2}x = -\frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$11x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi}{11}k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}; -\frac{3\pi}{44} + \frac{2\pi l}{11}, l \in \mathbb{Z}.$$

7.

$$1) \begin{cases} y > 2^x + 3 \cdot 2^{65} \\ y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 2^x + 6 \cdot 2^{64} \\ y \leq 70 + x \cdot 2^{64} - x. \end{cases}$$

2) Заметим, что при $x=6$, $2^6 + 6 \cdot 2^{64} = 70 - 6 + 6 \cdot 2^{64}$
 Примерно оценим, чему равно II точка пересечения:

$$y > (2^{x-64} + 6) \cdot 2^{64}$$

$$y \leq 70 + x + x \cdot 2^{64}; \text{ т. к. } \text{большой вклад вносит } 2^{64}, \text{ то}$$

нужно найти $x \approx 2^{x-64} + 6 \approx x$; При $x=70$, $(2^{70-64} + 6) \cdot 2^{64} = 70 - 70 + 70 \cdot 2^{64}$; После точек пересечения нет. Также же заметим, что $x \geq 0$, и тогда $y \geq 3 \cdot 2^{65}$; $y \leq 2^{64} \cdot (0; -1; -2; \dots)$ — множества не пересекаются.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Прямые (a, b) содержат b -аши, $b \cdot 2^c + 1$

Зная это, а так же границы X можно сказать:

$$\int x \leq 7, \text{ no } \text{fail log} = (70 + 7 \cdot 2^{64} - 7 - 2^7 - 6 \cdot 2^{64})$$

$$x=8, \text{ то } \text{кач-во} = (70-8+2^{64} \cdot 8 - 6 \cdot 2^{64} - 2^8)$$

$$+ \int x=9, \text{ mo kar-bay} = (70 - 9 + 2^{64} \cdot 9 - 6 \cdot 2^{64} - 2^9)$$

$$x = 69, \text{ mod } 2^{64} = (70 - 69) + 2^{64} \cdot 69 - 6 \cdot 2^{64} - 2^{69}$$

$$x = 70, \text{ тогда } y = (70 - 70 + 2^{64} \cdot 70 - 6 \cdot 2^{64} - 2^{70}) = 0. \text{ — можем прибавить и функция не изменится,}$$

Спасибо все туча поздравлений!

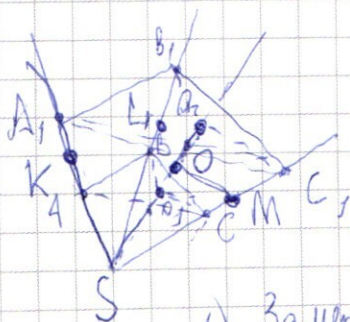
$$70 \cdot 64 - \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) + 2^{64} \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) - \left(2^7 \frac{2^{64}-1}{2-1} \right) =$$

$$= 70 \cdot 64 + (2^{64} - 1) \left(\frac{77}{2} \cdot 64 \right) - 2^7 (2^{64} - 1) \leq$$

$$\leq 70.64 + (2^{64} - 1)((77.32) - 2^7) = (2^{64} - 1) \cdot 2336 + 70.64 \leq 2336 \cdot 2^{64} - 2336 + 4480 = 2336 \cdot 2^{64} + 2144.$$

Amber: $2336 \cdot 2^{64} + 2144$

4



D_1 - начало окр; D_2 - конец; ABC - I сетевые узлы

A, B, C - 1 середние угла: $\frac{S_{AB,C}}{S_{ABC}} = 4$;

Решение:

5) Заметим, что $m_K(ABC) \perp SD$ и $(A_1B_1C_1) \perp SD$, тогда $\triangle SD_1C_1 \sim \triangle SD_2C_1$; $\triangle SD_1B_1 \sim \triangle SD_2B_1$ (по двум углам) и т.д.; $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$;
 $\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = 4 \Rightarrow SD_2 / SD_1 = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow SD_2 = 2SD_1$; $SC_1 = 2SC_2 \dots$ (и т.д.).

Центр сферы лежит на отрезке O_1O_2 ; $SO_3 = \frac{3}{4}SO_2$

2) $SK = SL = SM$, т.к. это касательные из одной точки к одной сфере.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ \underline{30} \\ 37 \\ \underline{35} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$5^3 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 125 \\ \hline 27 \\ 875 \\ 250 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = \frac{5^3 \cdot 3^3}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 56 \\ \hline 280 \\ 336 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 + 12y = 0.$$

$$x^2 - (2y+4)x + 3y^2 + 12y = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - (3y^2 + 12y + 4) - 2xy,$$

$$x^2 - 2x(y+2) + (12y - 3y^2) = 0.$$

$$D = (y+2)^2 - 12y + 3y^2 = y^2 + 4y + 4 - 12y + 3y^2 = 4y^2 - 8y + 4 =$$

$$= 4(y^2 - 2y + 1) = (2y - 2)^2$$

$$x_1 = y + 2 + 2y - 2 = 3y$$

$$x_2 = y + 2 - 2y + 2 = -y + 4$$

норм

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = -y + 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2\lg x y}$$

$$\frac{y^5}{3y}^{\lg 3y} = y^{2\lg 3y \cdot y}$$

$$\frac{y^{5\lg x}}{x^{\lg x}} = y^{2\lg x + 2\lg y}$$

$$y^{5\lg x} = y^{2\lg x} \cdot y^{2\lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x = \sqrt{2} \cos 4x.$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\cos 11x - \sin 11x = \cos 11x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 11x\right) =$$

$$= -2 \sin\left(\frac{11x - \frac{\pi}{2} + 11x}{2}\right) \sin\left(\frac{11x + \frac{\pi}{2} - 11x}{2}\right) =$$

$$= -2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 11x\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 11x + \sin 3x = \cos 11x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 2 \cos\left(\frac{11x + \frac{\pi}{2} - 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{11x - \frac{\pi}{2} - 3x}{2}\right)$$

$$\cos 14x = \cos(11x + 3x) = \cos 11x \cos 3x - \sin 11x \sin 3x$$

$$\cos 11x - \cos 3x = -2 \sin 7x \sin 4x$$

$$\sin 3x - \sin 11x = 2 \sin(-4x) \cos 7x = -2 \sin 4x \cos 7x$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - 2 \sin 4x \cos 7x = \sqrt{2} \cos^2 7x - \sqrt{2} \sin^2 7x$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (\sqrt{2} \cos 7x - \sqrt{2} \sin 7x + 2 \sin 4x) = 0$$

$$\cos 11x - \cos 3x - \sin 11x + \sin 3x$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$-2 \sin 7x \sin 4x - (2 \sin 4x \cos 7x) = \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) (\cos 7x + \sin 7x)$$

$$-2 \sin 4x (\sin 7x + \cos 7x) - \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$(\sin 7x + \cos 7x) (-2 \sin 4x - \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x)) = 0$$

$$\sin 7x + \cos 7x = 0$$

$$2 \sin 4x + \sqrt{2} (\cos 7x - \sin 7x) = 0$$

$$\sin 7x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{7x + \frac{\pi}{2} - 7x}{2}\right) \cos\left(\frac{7x - \frac{\pi}{2} + 7x}{2}\right) = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, x = \frac{3\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 7x - \sin 7x$$

$$2 \sin 4x + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$\cos 7x - \sin 7x =$$

$$\sin 4x + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = 0$$

$$= 2 \left(\sin\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 7x + 7x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} - 7x - 7x}{2}\right) \right) =$$

$$= 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) \cos \frac{\pi}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on graph paper, showing a graph of a function and various algebraic manipulations.

Graph: A coordinate system with x and y axes. A curve is plotted, starting from the origin and increasing. The x-axis is labeled with 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. The y-axis is labeled with 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

Equations and Calculations:

- $2^1 + 3 \cdot 2^{65}$
- $70 + 2^{65} - 2$
- $2^3 + 3 \cdot 2^{65}$
- $3 \cdot 2^{65} = 6 \cdot 2^{64}$
- $70 + 3 \cdot 2^{64} - 3$
- $2^5 + 5 \cdot 2^{64}$
- $70 + 5 \cdot 2^{64} - 5 \cdot 2^{10} - 57.74$
- $2^{10} - 57.74$
- $2^8 - 5$
- $2^6 + 6 \cdot 2^{64}$
- $70 + 6 \cdot 2^{64} - 6$
- $2^6 - 64$
- $70 - 6 - 6^4 \leq 0$
- $2^{70-64} + 5 > 70$
- $2^{71-64} - 5 > 71$
- $6 \cdot 2^{64} + 2^x$
- $x \cdot 2^{64} - x + 70$
- $3 \cdot 2^{65} + 2^{10}$
- $x \cdot 2^{64} - x + 70$
- $10 \cdot 2^{64} + 60$
- $6 \cdot 2^{64} + 2^x$
- $x \cdot 2^{64} + 70 - x$
- $6 \cdot 2^{64} + 2^x - x \cdot 2^{64} + 70 \neq x > 0$
- $(6-x) \cdot 2^{64} + 2^x + 70 - x > 0$
- $2^x > x \cdot 2^{64}$
- $x \cdot 1 > 64 \log_2 2^x =$
- $\Rightarrow x > 64 + 64 \log_2 x$
- $x < 6$
- $x > 6, \text{ то } 0$
- $128 \cdot 2^{128} + 6 \cdot 2^{64}$
- $2^{64} \cdot 128$
- $2^{64} + 6 \cdot 2^{64}$
- $2^{64} \cdot 2$
- $(x+6) > 7$
- $2^{80} + 6 \cdot 2^{64}$
- $80 \cdot 2^{64} - 10$
- $2^{64} \cdot (2^{2-64} + 6) \cdot 2^{64}$
- $2^{64} \cdot 2$
- $2^{7-64} - 5 > 7$

$$70 + 2^{64} \cdot x - x = (70 - x) + 2^{64} \cdot x - 6 \cdot 2^{64} - 2^x$$

$$\begin{cases} x=7, & 70 - 67 + 2^{64} \cdot 7 - 6 \cdot 2^{64} - 2^7 = \\ x=8, & 70 - 8 + 2^{64} \cdot 8 - 6 \cdot 2^{64} - 2^8 = \\ \vdots & \vdots \\ x=69, & 70 - 69 + 2^{64} \cdot 69 - 6 \cdot 2^{64} - 2^{69} = \\ x=70, & 70 - 70 + 2^{64} \cdot 70 - 6 \cdot 2^{64} - 2^{70} = 0, \end{cases}$$

$$69 - 8 + 1 = 62,$$

$$70 \cdot 64 - \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) + 2^{64} \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) - \left(2^7 \frac{2^{64}-1}{1} \right) =$$

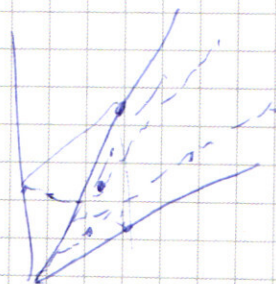
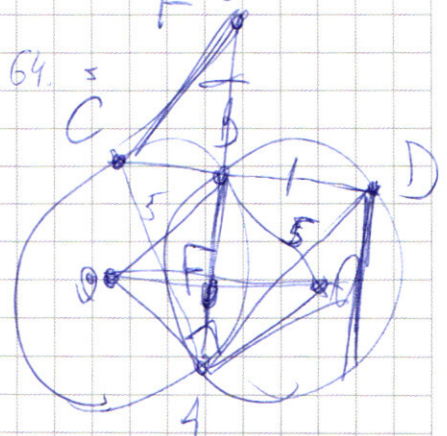
$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$\begin{aligned} & 70 \cdot 64 - \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) + 2^{64} \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) - \left(2^7 \frac{2^{64}-1}{1} \right) = \\ & = \left(\frac{7+70}{2} \cdot 64 \right) (2^{64} - 1) - 2^7 (2^{64} - 1) + 70 \cdot 64 = \\ & = (2^{64} - 1) \left(\frac{77}{2} \cdot 64 - 2^7 \right) + 70 \cdot 64 = \\ & = (2^{64} - 1) \cdot 2336 + 70 \cdot 64 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 2 \\ \times 64 \\ \hline 4480 \\ + 2336 \\ \hline 2144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 32 \\ \hline 154 \\ 2336 \\ \hline 2484 \\ - 128 \\ \hline 2336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ \times 30 \\ \hline 2310 \\ + 154 \\ \hline 2464 \\ - 128 \\ \hline 2336 \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin 7x + \cos 7x = 0.$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - 7x) + \cos 7x = 0.$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi - 14x}{2} = 0.$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - 7x) = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi k.$$

$$x = -\frac{\pi}{28} + \frac{\pi k}{7}.$$

$$\begin{cases} x = 3y \\ x = 4 - y \end{cases}$$

$$\left(\frac{y^5}{x}\right)^{\lg x} = y^{2 \lg xy}.$$

$$\left(\frac{y^5}{3y}\right)^{\lg 3y} = y^{2 \lg 3y^2}.$$

$$y - 3 - x + y - 3 + x \leq 6.$$

$$2y - 6 \leq 6$$

$$y \leq 6$$

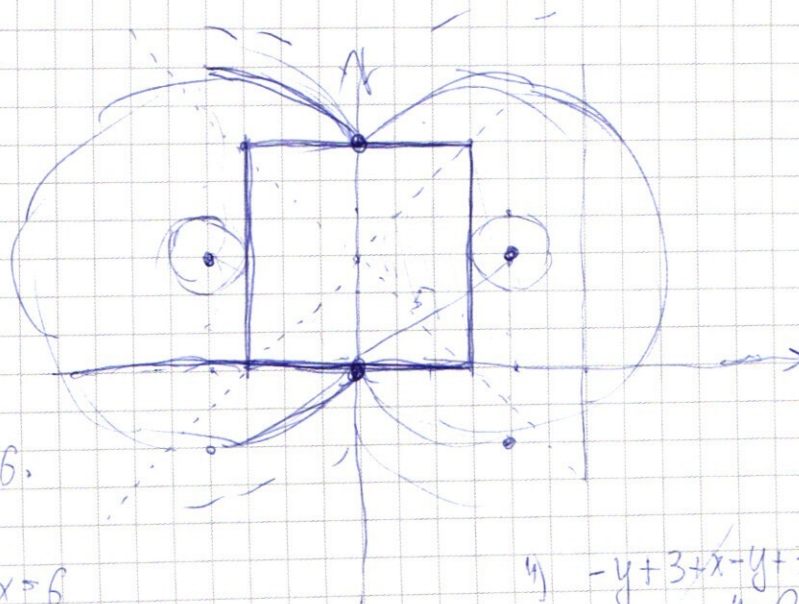
$$y \leq x + 3.$$

$$-y + 3 + x + y - 3 + x \leq 6.$$

$$2x + 6 \leq 6,$$

$$3) y - 3 - x - y + 3 - x \leq 6.$$

$$x \leq -3$$



$$r = \sqrt{a}.$$

$$4) -y + 3 + x - y + 3 - x \leq 6.$$

$$y \leq 0.$$

3) $x = 4 - y$
 $x = 3y$

$$y^{5 \lg x} = y^{2 \lg x} \cdot y^{2 \lg y} \cdot x^{\lg x}$$

$$5 \lg x \lg y =$$

$$\lg x \cdot \lg \frac{y^5}{x} = 2 \lg x \lg y \cdot \lg y$$

$$5 \lg x \lg y - \lg^2 x = 2 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y$$

$$\lg^2 x - 3 \lg x \lg y + 2 \lg^2 y = 0$$

$$25^2 - 3 \cdot 25 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 = 0$$

$$D_2, D = 9u^2 - 4 \cdot 2u = u^2 = 4$$

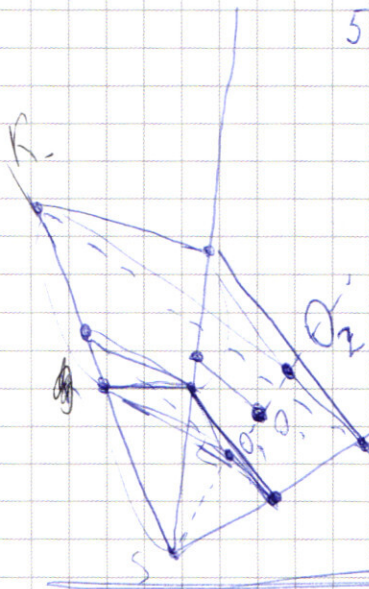
$$u = \frac{3u+4}{2} = 2u$$

$$u = \frac{2u}{2} = u$$

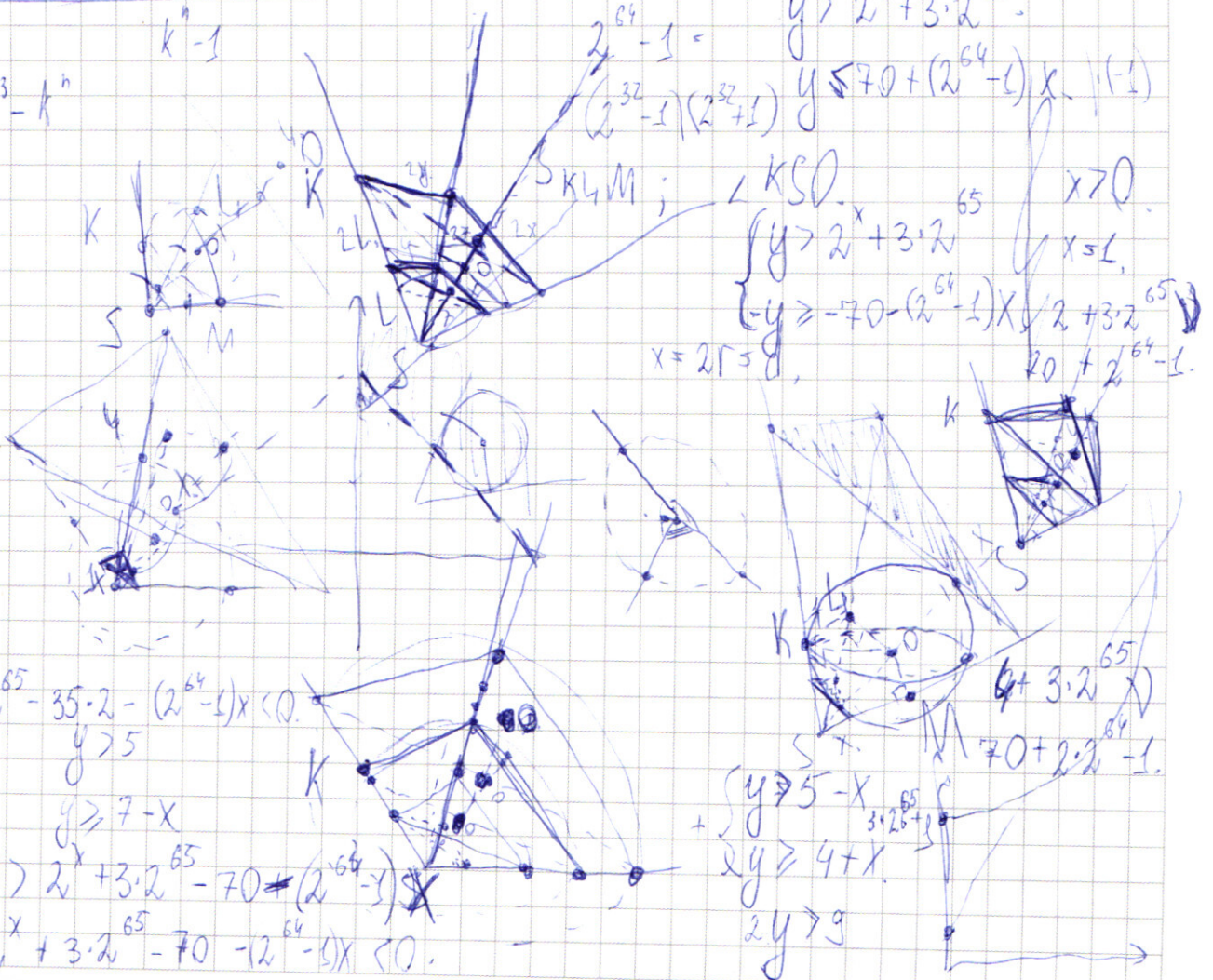
$$\lg y = \lg 3y, y=0$$

$$\lg y = \lg 4-y;$$

$$y=2$$



$$x^3 - k^n$$



$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 35 \cdot 2 - (2^{64} - 1)x < 0$$

$$y > 5$$

$$y \geq 7 - x$$

$$0 > 2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 - (2^{64} - 1)x$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{65} - 70 - (2^{64} - 1)x < 0$$

$$2^{64} - 1 = (2^{32} - 1)(2^{32} + 1)$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$y \leq 70 + (2^{64} - 1)x \quad (1)$$

$$\angle KSO$$

$$y > 2^x + 3 \cdot 2^{65}$$

$$-y \geq -70 - (2^{64} - 1)x \quad (2)$$

$$x = 27 = 8$$

$$x > 0$$

$$x = 1$$

$$20 + 2^{64} - 1$$

$$6 + 3 \cdot 2^{65}$$

$$70 + 2 \cdot 2^{64} - 1$$

$$y \geq 5 - x$$

$$2y \geq 4 + x$$

$$2y \geq 9$$