

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

16875 | 5
3375 | 5
675 | 5
135 | 5
27 | 3
9 | 3
3 | 3
1

$16875 = 5^4 \cdot 3^3$ Значит цифры
нашего числа могут быть
 $9(3^2)$, 5, 3, 1.

Рассмотрим несколько случаев:

1) 4 пятёрки, 3 тройки, 1 единица

Сначала выберем, куда поместим единицу,
способов выбора $C_8^1 = 8$

Теперь выберем, куда поместить
тройки, способов $C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$; Пятёрки
тогда займут свободные места

Имеем $8 \cdot 35 = 280$ способов

2) 4 пятёрки, 1 тройка, 1 девятка, 2 единицы

Способов разместить единицы: $C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

Способов разместить тройку: $C_6^1 = 6$

Способов разместить девятку: $C_5^1 = 5$

Пятёрки займут пустые места

Итого способов $28 \cdot 6 \cdot 5 = 30 \cdot 28 = 600 + 240 = 840$

§1 (продолжение)

Условие суммы не больше 9, т.е. $5 \cdot 3 > 9$,
и $9 \cdot 3 > 9$, $9 \cdot 5 > 9$, $5 \cdot 9 > 9$

Тогда всего способов $280 + 840 =$
 $= 1120$

Ответ: 1120 способов

§2.

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - (\sin 7x + \sin 3x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

В нашем случае $\alpha = 5x$, $\beta = 2x$, тогда

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0 & (1) \\ 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) & (2) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

§2 (продолжение)

$$(1) \cos 5x = \sin 5x$$

$$\cos 5x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right)$$

$$5x = \pm\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} - 5x + 2\pi n \\ 5x = -\frac{\pi}{2} + 5x + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{2} = 2\pi k - \text{неверно} \end{cases}$$

$$(2) 2\cos 2x = \sqrt{2}(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2\cos 2x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \left(\frac{2}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{2}{\sqrt{2}} \sin 5x \right)$$

$$\cos 2x = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} 2x = 5x - \frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \\ 2x = \frac{\pi}{4} - 5x + 2\pi z, z \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{\pi}{4} + 2\pi z \\ -3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

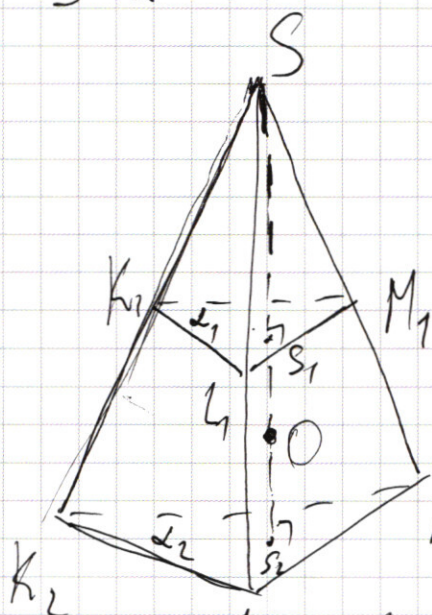
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi z}{7} = \frac{\pi(1+8z)}{28} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi q, q = -m \end{cases}$$

$$= \frac{\pi(1+8q)}{12}, q = -m$$

Ответ: $x = \frac{\pi(1+4n)}{20}, n \in \mathbb{Z},$

$$x = \frac{\pi(1+8z)}{28}, z \in \mathbb{Z} \text{ и } x = \frac{\pi(1+8q)}{12}, q \in \mathbb{Z}$$

З.ч.



Пусть α_1 и α_2 плоскости, касающиеся сферы и перпендикулярные SO , при этом α_1 ближе к S , чем α_2

Сечение этих плоскостей трёхгранным углом — предель-

L_2 лучи (св-во 3-гранного угла),

пусть сечение α_1 — $K_1L_1M_1$, α_2 — $K_2L_2M_2$

Пусть $SO \cap \alpha_1 = S_1$, $SO \cap \alpha_2 = S_2$
 $SO \perp \alpha_1$, $SO \perp \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 \parallel \alpha_2$

Рассмотрим (SL_2M_2) , в ней

$SL_2M_2 \cap \alpha_1 = LM$, $LM \parallel L_2M_2$, т.к. $L, M \in (SL_2M_2)$

По аналогии доказывается, что $K_1L_1 \parallel K_2L_2$ и $K_1M_1 \parallel K_2M_2$

$L_2M_2 \in (SL_2M_2)$
 $\alpha_1 \parallel \alpha_2$
 $L, M \in \alpha_1$
 $L_2M_2 \in \alpha_2$

$\Delta SL_1M_1 \sim \Delta SL_2M_2$ по 2 углам
 $(\angle L_2SM_2$ — общий, $\angle SL_1M_1 = \angle SL_2M_2$, т.к. $L, M \parallel L_2M_2)$

Значит L_1M_1 подобно L_2M_2

По аналогии доказывается это для сторон K_1L_1 и K_2L_2 , K_1M_1 и K_2M_2 .

Тогда $\Delta K_1L_1M_1 \sim \Delta K_2L_2M_2$ по 3 подобным сторонам

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

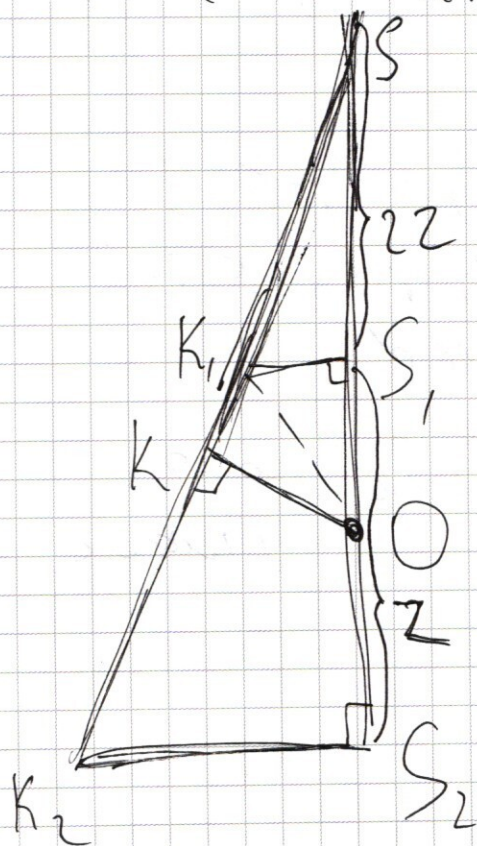
З 4 (продолжение)

$\triangle SK_1L_1 \sim \triangle SK_2L_2$ по 2 углам т.е.
 ~~$K_1L_1 \parallel K_2L_2$~~ $K_1L_1 \parallel K_2L_2$, тогда

$$\frac{SK_1}{SK_2} = \frac{SL_1}{SL_2} = \frac{K_1L_1}{K_2L_2} = k = \frac{2}{3}$$

Тогда, т.е. $\triangle SK_1S_1 \sim \triangle SK_2S_2$, ~~тогда~~

$$\frac{SK_1}{SK_2} = \frac{K_1S_1}{K_2S_2} = \frac{SS_1}{SS_2} = k = \frac{2}{3}$$



$$S_1 \in SO \Rightarrow \angle K_1S_1O = \\ = 180^\circ - \angle K_1S_1S = 90^\circ$$

$OS_2 \perp K_2S_2$ и $OK \perp SK_2$,
т.е. S_2 и K — точки
касания

Пусть $SS_2 = 3z$, тогда
 $SS_1 = 2z$, $S_1S_2 = 2z$
(т.е. $\frac{SS_1}{SS_2} = \frac{2}{3}$)

Вопрос 54 (продолжение)

Тогда $\frac{K_1 L_1}{K_2 L_2} = \frac{L_1 M_1}{L_2 M_2} = \frac{K_1 M_1}{K_2 M_2} = k$, значит

$$\frac{S_{\Delta K_1 L_1 M_1}}{S_{\Delta K_2 L_2 M_2}} = k^2 \quad (\text{т.е. } \Delta K_1 L_1 M_1 \sim \Delta K_2 L_2 M_2)$$

~~$\frac{9}{4} = k^2$~~ $\frac{4}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$

($S_{\Delta K_1 L_1 M_1} = 4$, $S_{\Delta K_2 L_2 M_2} = 9$, а не наоборот,
т.е. Δ_1 больше Δ_2 , чем Δ_2)

~~Значит тогда $\frac{K_1 S_1}{K_2 S_2}$
 $\Delta SK_1 S_1 \sim \Delta SK_2 S_2$ по 2 углам,
причем $\frac{SK_1}{SK_2} = k = \frac{2}{3}$~~

$K_1 S_1 \parallel K_2 S_2$ т.к. $(SK_2 S_2) \cap \Delta_1 = K_1 S_1$
 $(SK_2 S_2) \cap \Delta_2 = K_2 S_2$
 $\Delta_1 \parallel \Delta_2$

Тогда $\Delta SK_1 S_1 \sim \Delta SK_2 S_2$ по 2 углам

$$\frac{SK_1}{SK_2} = \frac{K_1 S_1}{K_2 S_2} = \frac{SS_1}{SS_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

§6 (продолжение)

Из (1) и (2) получаем

$$y^2 + x^2 - \sqrt{2}xy = z^2 + x^2 - \sqrt{2}zx$$

$$\sqrt{2}x(z - y) = z^2 - y^2$$

$$\sqrt{2}x(z - y) = (z - y)(z + y)$$

$$z - y = 0 \quad (4)$$

$$\sqrt{2}x = z + y \quad (3) \Rightarrow \text{откуда } z = \sqrt{2}x - y$$

(4) проверим: из (3) получим тогда, что

$$2x^2 = 4y^2$$

$$x^2 = 2y^2; \quad x = y\sqrt{2}$$

Подставляем в (1)

$$2y^2 + y^2 - \sqrt{2} \cdot y \cdot y\sqrt{2} = (13\sqrt{2})^2$$

$$3y^2 = (13\sqrt{2})^2$$

$$y^2 = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 13^2$$

$$y^2 = (13\sqrt{2})^2$$

$$y = 13\sqrt{2}$$

Тогда АВ - медиана, значит СВ = ВД = ВЕ =

$$= 13\sqrt{2}$$

$$BF = \sqrt{FB^2 + CB^2} = \sqrt{13^2 \cdot 4} = 26$$

13) Подставим, то мы получим,
в (1)

$$(\sqrt{2}x - 2)^2 + x^2 - \sqrt{2}x(\sqrt{2}x - 2) = (13\sqrt{2})^2$$

$$\cancel{2x^2} - 2\sqrt{2}x2 + 2^2 + x^2 - \cancel{2x^2} + \sqrt{2}x2 = (13\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 2^2 - \sqrt{2}x2 + \sqrt{2}x2 = (13\sqrt{2})^2$$

Ответ: 26

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

§ 4 (продолжение)

$$OK = OS_2 = OS_1 = \frac{S_1 S_2}{2}, \text{ т.к. } OK, OS_1 \text{ и } OS_2 - \text{ радиусы окружности}$$

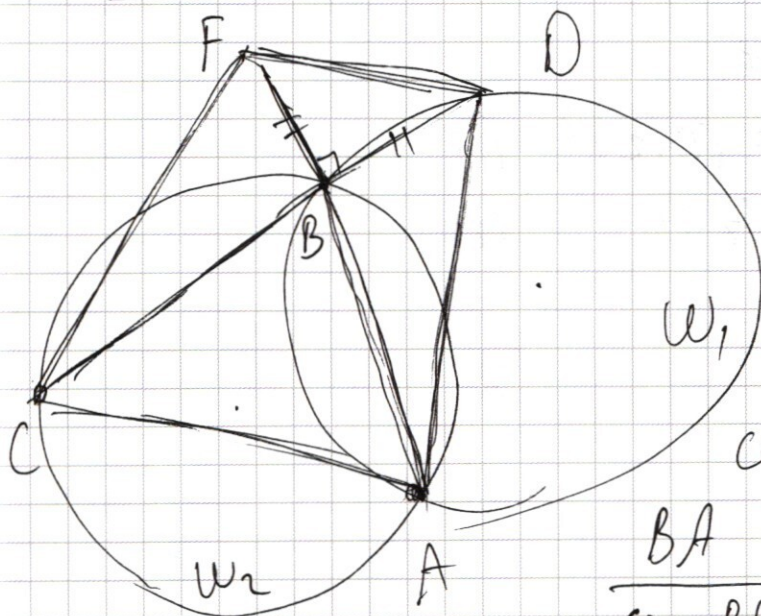
$$\text{Тогда } OK = S_1 O = S_2 O = 0,52$$

$$\text{Значит } \sin \angle KSO = \frac{0,52}{2,52} = \frac{1}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\text{Ответ: } \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

§ 6.



ω_1 описана около $\triangle BDA$, ω_2 описана около $\triangle BCA$.

По следствию из теоремы о секущих:

$$\frac{BA}{\sin \angle BDA} = 2R = \frac{BA}{\sin \angle BCA}$$

$$\text{Значит } \angle BDA = \angle BCA$$

5 В (продолжение)

Тогда получается, что $\triangle CAD$ и
прямой и равнобедренный, значит
 $\angle CDA = \angle DCA = 45^\circ$

$$\angle BFD = \angle BDF = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Получается, что $FD \perp AD$, т.е.
 $\angle FDA = 90^\circ \Rightarrow FD \parallel CA$

Значит $CFDA$ — прямоугольная трапеция

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cdot 13 = 13\sqrt{2}$$

Пусть $AD = CA = x$, $CB = y$, $BD = 2$

По теореме косинусов:

$$\begin{cases} y^2 + x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cdot xy = (13\sqrt{2})^2 & (1) \\ 2^2 + x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 \cdot 2x = (13\sqrt{2})^2 & (2) \\ \hline 2x^2 = (2+y)^2 & (3) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

— если бы не было модулей, это была бы окружность радиуса $\sqrt{a}$, но, т.к. есть модули, это при $a \leq 36$ 4 окружности в разных четвертях с центрами в $(6; 8)$, $(-6; -8)$, $(6; -8)$, $(-6; 8)$

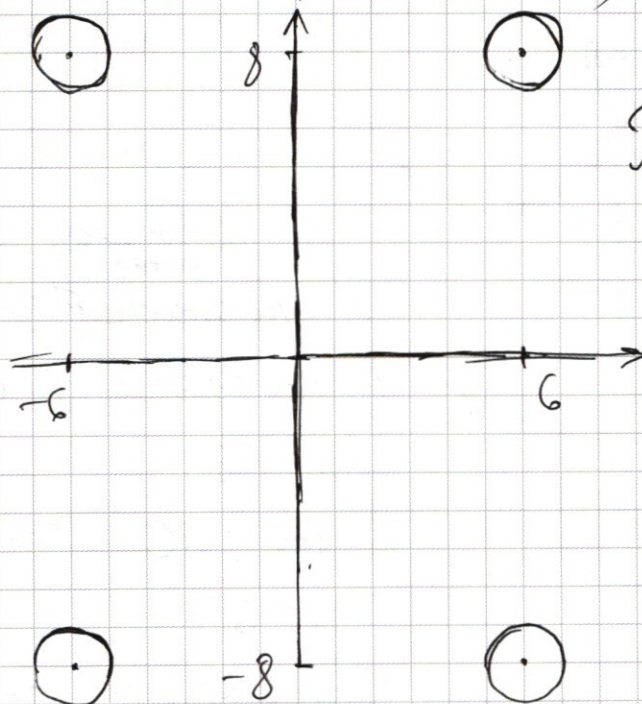


График при $a=1$

При $a > 36$ окружности пересекут 1 или 2 оси, а потому участка, который наложим на ось от зеркалится, но, поскольку окружности находятся друг напротив друга, выйдет что будет 4 пересекающиеся окружности

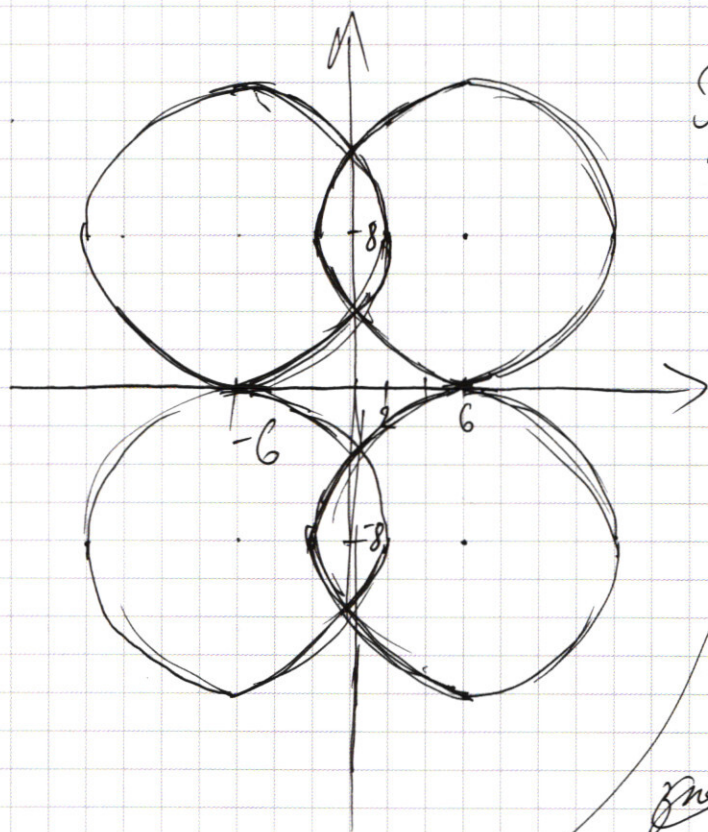


График для $a=64$

Рассмотрим
другое уравнение

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

Это 4 разных
уравнения при разных
значениях y
значениях x $|x-6-y|$ и $x-6+y$

$$1) x-6-y \geq 0, x-6+y \geq 0$$

$$x = 12$$

$$2) x-6-y \leq 0, x-6+y \geq 0$$

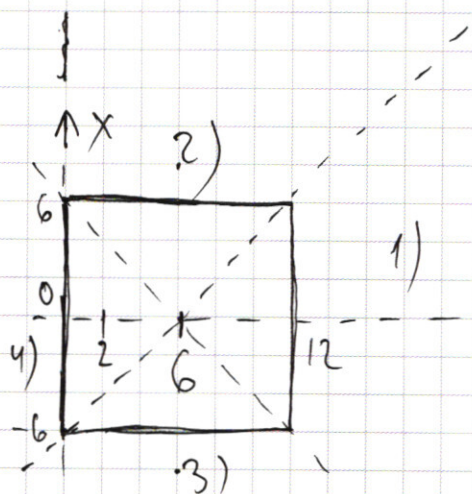
$$y = 6$$

$$3) x-6-y \geq 0, x-6+y \leq 0$$

$$y = -6$$

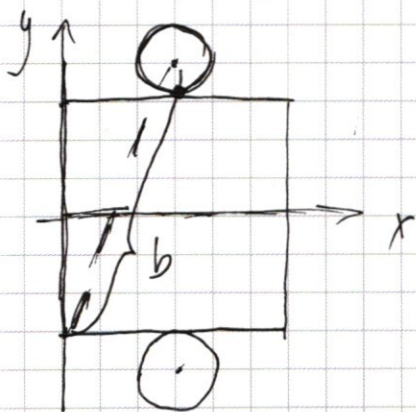
$$4) x-6-y \leq 0, x-6+y \leq 0$$

$$x = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

55 (продолжение)



При $a = 4$ имеем такую картинку (окружности слева нас не интересуют)

Тогда решением является $(6; 6)$ и $(6; -6)$

Далее при увеличении a корней становится 4, и они начинают «скользить» по квадрату.

При $a^2 = 6$ они соскользнут с квадрата

Ответ: $a = 4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 5 \\ 3375 & 5 \\ 675 & 5 \\ 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$3 \cdot 3 = 9!$$

$$55553331$$

$$\begin{array}{c} C_8^1 \cdot C_7^3 \\ 8 \cdot 7 \end{array}$$

$$C_8^4 \cdot C_7^3 = \frac{28 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 5}{6 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{6}$$

✓ 52.

$$\begin{aligned} \cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x &= \\ = \sin 7x + \sin 3x \end{aligned}$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x \right) + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x \right) &= \\ = \sqrt{2} \cos 10x \end{aligned}$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \alpha + \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\begin{cases} 7x + \frac{\pi}{4} = \alpha + \beta \\ 3x + \frac{\pi}{4} = \alpha - \beta \end{cases}$$

$$10x + \frac{\pi}{2} = 2\alpha \quad ; \quad \alpha = 5x + \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 2x$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = \cos 10x$$

хз пока.

$$\begin{cases} 3) \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (2) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad -xy &= x^2 + 4x - 2y^2 + 8y \\ -xy &= (x+2)^2 + 4 - 2(y+2)^2 + 8 \\ \text{тогда } -xy &= (x+2)^2 + 4 - (2y+8-8\sqrt{2})^2 \end{aligned}$$

$$-xy = (x+2)^2 + 4 - 2(y+2)^2$$

$$2) \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg((x+2)^2 + 4 - 2(y+2)^2)} \quad ?$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \sin 5x \right)$$

$$\cos 2x = \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

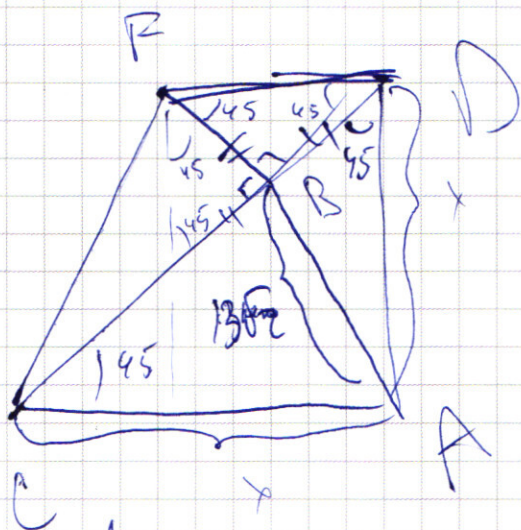
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\lg y = \log_{10} y$$



$$\begin{cases} a^2 + x^2 - 2ax \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 13\sqrt{2} \\ x^2 + x^2 = y^2 \\ (y-a)^2 + x^2 - (y-a) \cdot x \cdot \sqrt{2} = 13\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\frac{A}{\sin 45} = 2R$$

$$A = 2R \cdot \sin 45 = \sqrt{2} R = 13\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} a^2 + x^2 - \sqrt{2} ax = 13\sqrt{2} \\ 2x^2 = y^2 \\ (y-a)^2 + x^2 - (y-a) \cdot x \cdot \sqrt{2} = 13\sqrt{2} \end{cases}$$

$$a^2 + x^2 - \sqrt{2} ax = (y-a)^2 + x^2 - x(y-a)\sqrt{2}$$

$$a^2 - \sqrt{2} ax = y^2 - 2ay + a^2 - xy\sqrt{2} + xa\sqrt{2}$$

$$2ay - y^2 = \sqrt{2} xa - xy\sqrt{2}$$

$$2ay - y^2 = \sqrt{2} x (2a - y)$$

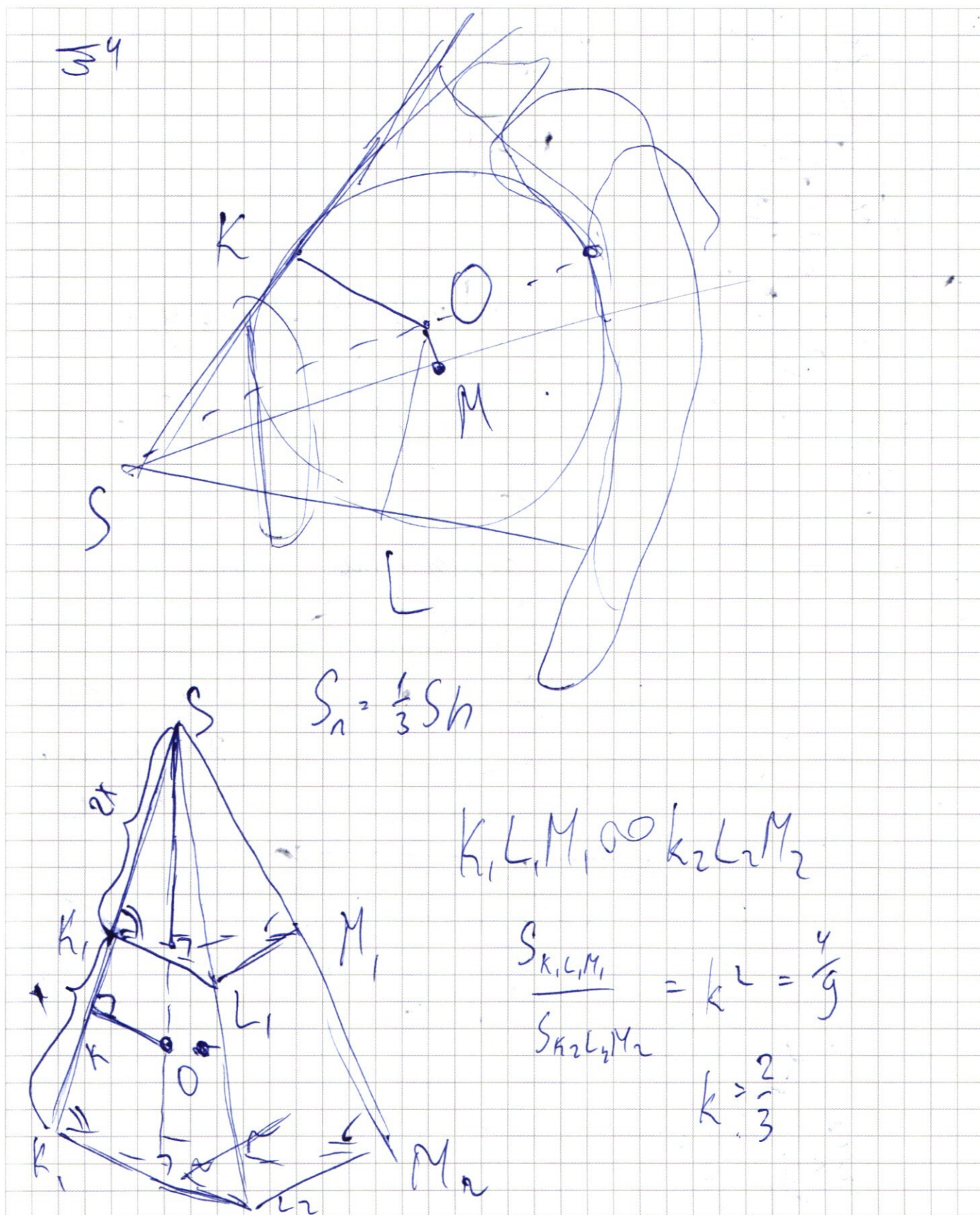
$$y(2a - y) = \sqrt{2} x (2a - y)$$

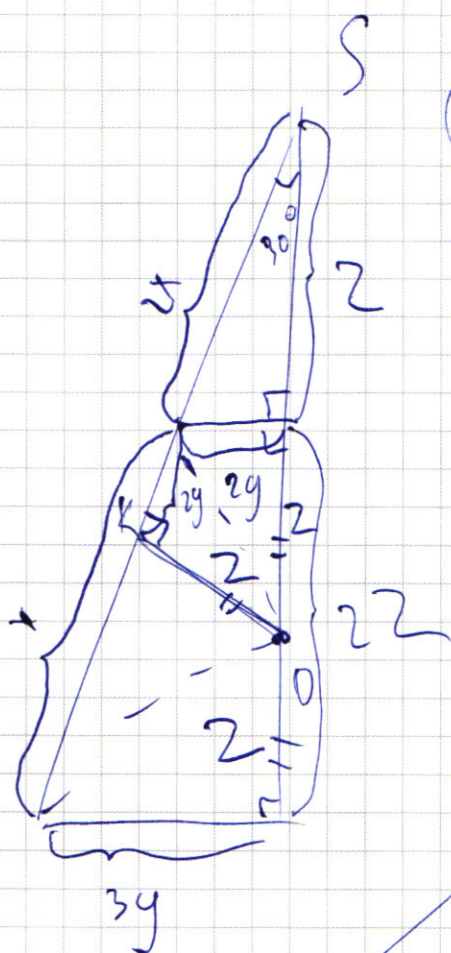
$$y(2a - y) = \sqrt{2} x (2a - y)$$

$$y = \sqrt{2} x \quad \text{или} \quad 2a - y = 0!!!$$

$$(y = 2a)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





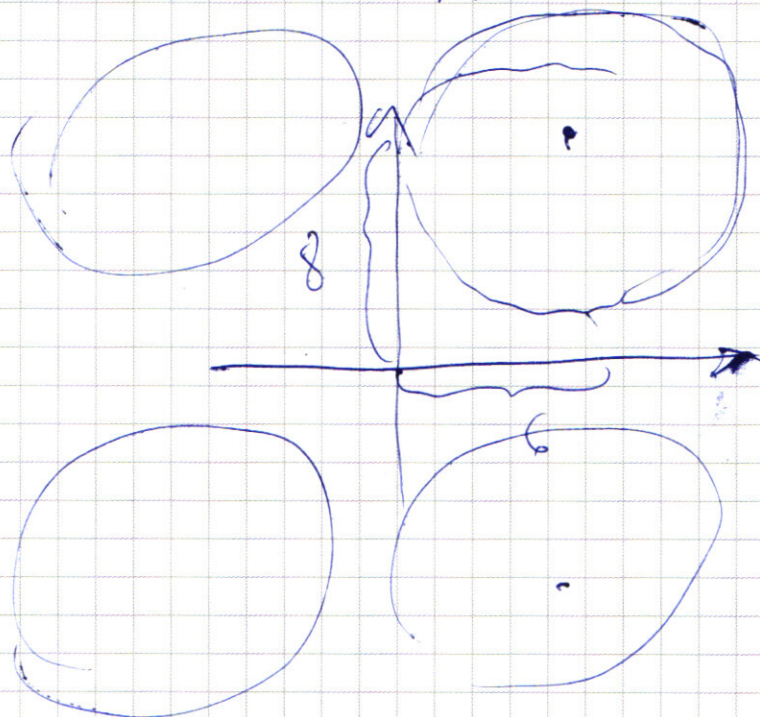
$$\sin KSO = \frac{2}{22} = \frac{1}{11} \in \mathbb{Z}.$$

$$x - 2y = 3y$$

$$x = 5y$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = 9 \end{cases}$$

Окружность типа



при $a \leq 6$
Это просто
Окружность

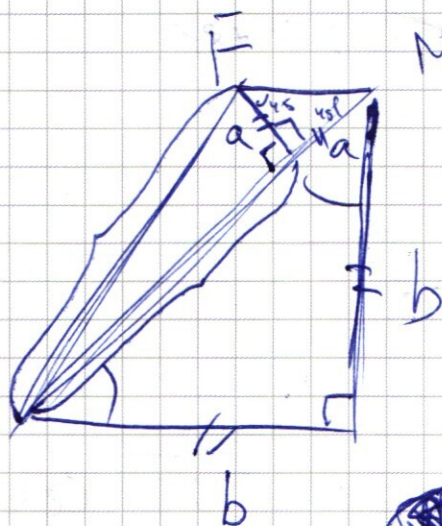
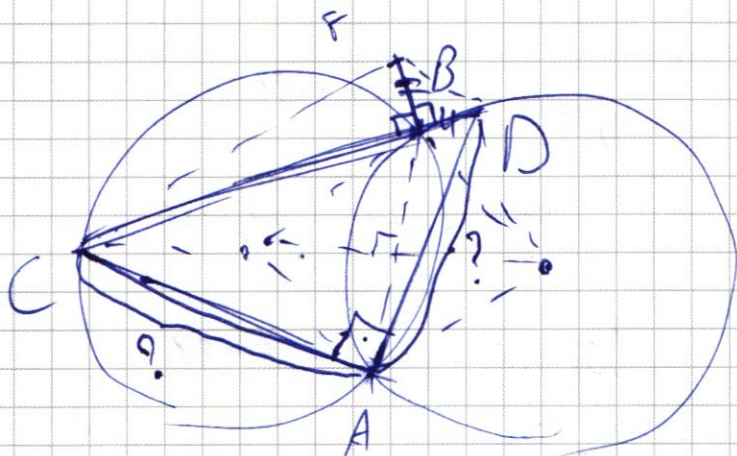
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Э 6

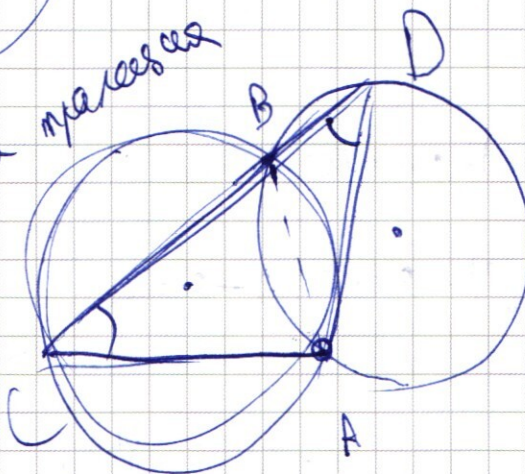
CF - ?

$R = r$

$R = 13$



Углы тупые



$$\frac{A}{\sin A} = 2R$$

~~подумай!~~

$$b^2 + b^2 = y^2$$

$$a^2 + (y - a)^2 = x^2$$

37.

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} & (1) \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$(3^{81} - 1) = (3 - 1)(3^{80} + 3^{79} + \dots + 3 + 1)$$

$$y = 3^{\log_3 y}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y &\geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y - 4 \cdot 3^{81} &\geq 3^x \end{aligned}$$

$$y \geq 3^x + 3^{\log_3 4 + 81}$$

$$3^{\log_3 y} \geq 3^x + 3^{\log_3 4 + 81}$$

$$\log_3 y \geq x + \log_3 4 + 81$$

$$\log_3 y - \log_3 4 \geq x + 81$$

$$\log_3 \frac{y}{4} \geq x + 81$$

(X)

32

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x = 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sqrt{2} \sin^2 5x)$$

$$2 \cos 2x / (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) / (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$2 \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x = 0$$

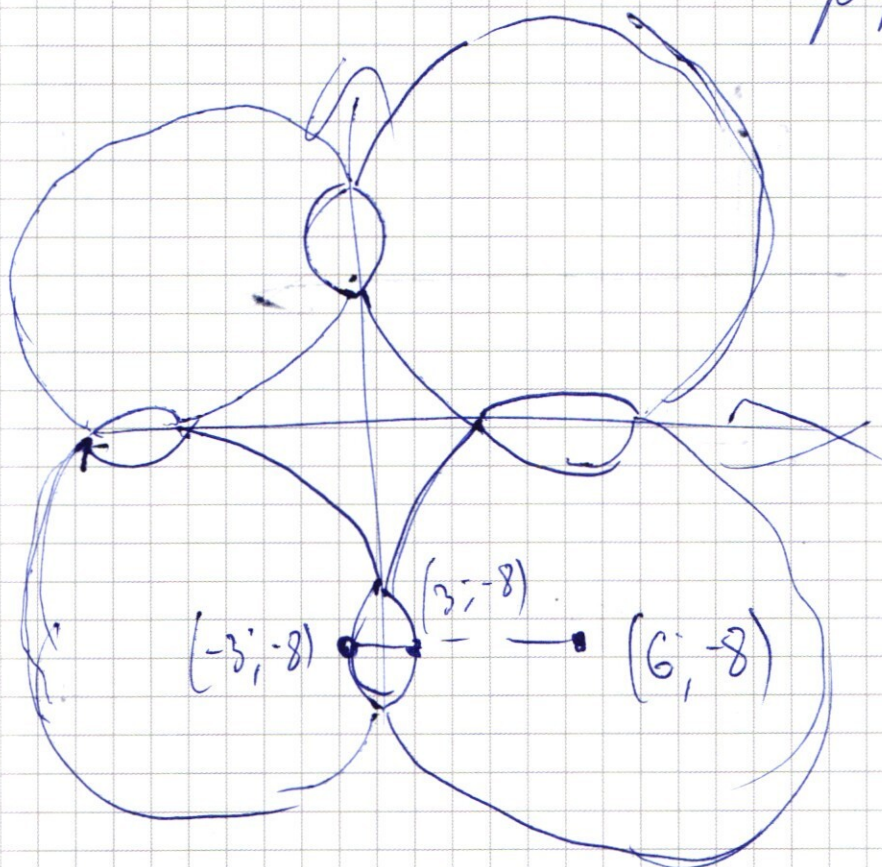
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

З5

Если $a > c$

$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

Построить этот
график

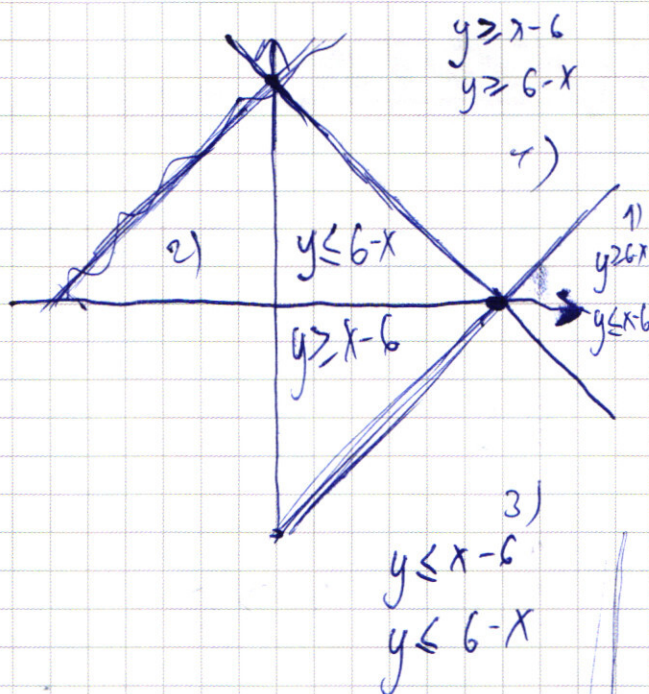


$$|x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$x-6-y \geq 0 ; x-6+y \geq 0$$

$$y \leq x-6$$

$$y \geq 6-x$$



$$1) \quad (+) \quad (+)$$

$$(+)$$

$$x=24$$

$$2) \quad (-) \quad (-)$$

$$(-)$$

$$x=0$$

$$3) \quad (+) \quad (-)$$

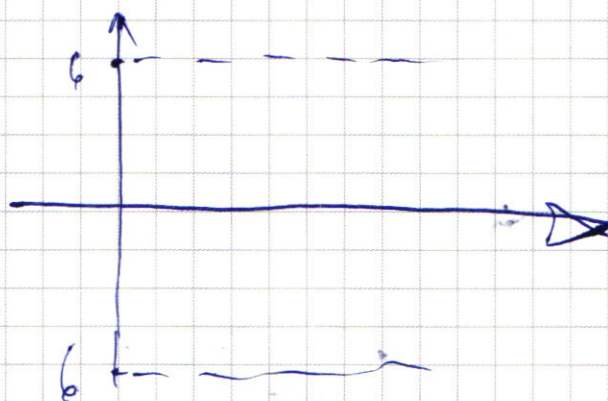
$$(-)$$

$$y=-6$$

$$4) \quad (-) \quad (+)$$

$$(+)$$

$$y=6$$



Каждо додунати.

$$35 \cdot 8 + 28 \cdot 6 \cdot 5 = 5(7 \cdot 8 + 28 \cdot 6) =$$

$$= 5(56 + 168) = 5 \cdot 224 = 1120$$