

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ:

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

- ✓ 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

$$16875 = 5^4 \cdot 3^3$$

Так как 5 - единственная цифра, которая делится на 5 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ в числе обязательно 4 пятёрки. Значит, ^{множитель} произведение 5^4
уже есть. Множитель $3^3 = 27$ можно получить следующим
разбиением на 4 цифры:

$$1) 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$$

$$2) 27 = 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1$$

1 случай.

а) Кол-во вариантов расположить 4 пятёрки на 8 мест - C_8^4 .

б) Кол-во вариантов расположить в 4-ех оставшихся местах 3 тройки
и единицу - 4. ~~3331; 3313; 3133; 1333~~

Всего таких чисел: $4 \cdot C_8^4$.

2 случай.

а) Расположить 4 пятёрки - C_8^4 .

б) Расположить тройку, девятку и 2 единицы: $\frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$.

Всего таких чисел: $12 \cdot C_8^4$.

Значит, общее количество чисел $12 \cdot C_8^4 + 4 \cdot C_8^4 = 16 \cdot C_8^4 =$

$$= 16 \cdot \frac{8!}{4!4!} = 16 \cdot 10 \cdot 7 = 1120.$$

Ответ: 1120 чисел

N2.

$$\cos 4x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 4x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x.$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x) = 0$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)) = 0.$$

$$\begin{cases} \cos 5x - \sin 5x = 0. & (1) \\ 2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0 & (2). \end{cases}$$

(1) ~~cos 5x~~ $\cos 5x = \sin 5x \Leftrightarrow \operatorname{tg} 5x = 1$ ($\cos 5x \neq 0$ ^{в таком случае} $\sin 5x = 1$)
 $5x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$

(2) $2 \cos 2x - \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) = 0.$
 $2 \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0. \quad | :2$
 $\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0.$

$$-2 \sin \left(\frac{2x + 5x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{2x - 5x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0.$$

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} \right) = 0. \\ \sin \left(-\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ -\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8} = \pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{замена} \\ t = -m \\ t \in \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi t}{3}, t \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{Ответ: } \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}; \frac{\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}; \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi t}{3}; k, n, t \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.

a:

$$(1) \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

два решения.

(2) задаёт 4 окружности, расположенные в каждой четверти симметрично центру координатной плоскости. Радиус этих окружностей $\sqrt{a}$, центры расположены в точках $(6; 8)$, $(6; -8)$, $(-6; 8)$, $(-6; -8)$.

$$(1): |x-6-y| + |x-6+y| = 12.$$

$$|y-(x-6)| + |y+(x-6)| = 12.$$

Расскроем модули для каждого случая:

$$1) \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} : y-x+6 + y+x-6 = 12$$

умно. $y=6$.

$$2) \begin{cases} y \geq x-6 \\ y \leq -x+6 \end{cases} : y-x+6 - y-x+6 = 12$$

$x=0$.

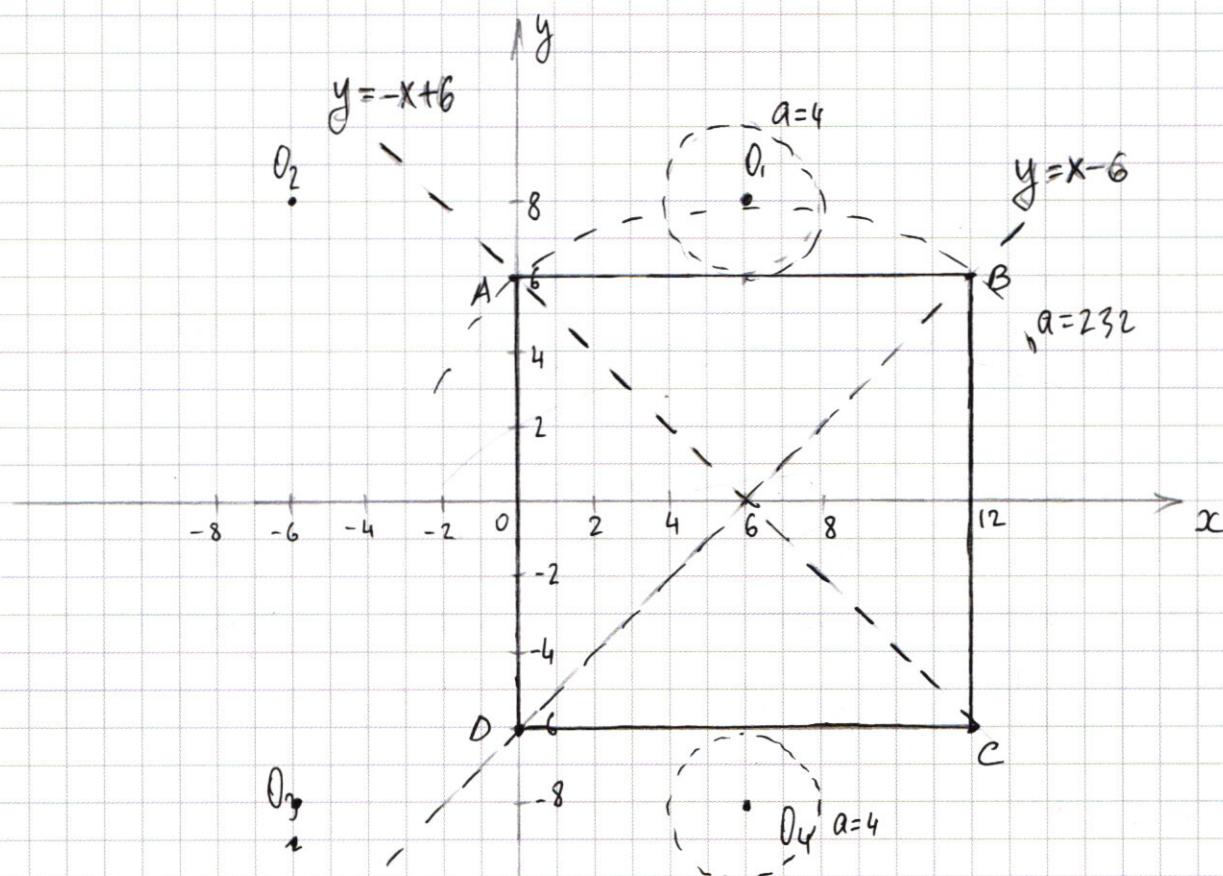
$$3) \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq -x+6 \end{cases} : x-6-y + y+x-6 = 12$$

$2x = 24$
 $x=12$.

$$4) \begin{cases} y \leq x-6 \\ y \leq -x+6 \end{cases} : x-6-y - y-x+6 = 12 \Rightarrow y = -6.$$

~~$x=6+y$ и $y=-(x-6) \Rightarrow 12 \Rightarrow$~~

Отобразим (1) и (2) на координатной плоскости.
Заметим, что (1) задаёт квадрат с центром $(6;0)$ и стороной 12.



при $a < 0$ нет решений

при $0 \leq a < 4$ нет решений. При $a = 4$, $R = 2$ и две окружности (O_1 и O_4) касаются ^{двух} сторон квадрата $\Rightarrow a = 4$ подходит.

при дальнейшем ^{увеличении} ~~увеличении~~ a до какого-то момента решений будет больше двух.

При $a = 6^2 + 14^2 = 232$ окружности O_1 и O_4 касаются квадрата в каждой его вершине + окружности O_2 и O_3 дважды пересекают его. При $a > 232$ окружности O_1 и O_4 не пересекают квадрат. При $4 < a < 232$ решений больше 2.

Следующие два пересечения произойдут, ^{когда} окружности O_2 и O_3 каснутся одной из вершин, B, C или D. Очевидно, что расстояние O_2C больше расстояний O_2D и $O_2B \Rightarrow$ при ~~тогда~~ $a = (O_2C)^2$ будет касание

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6.

Дано:

$$R=13$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

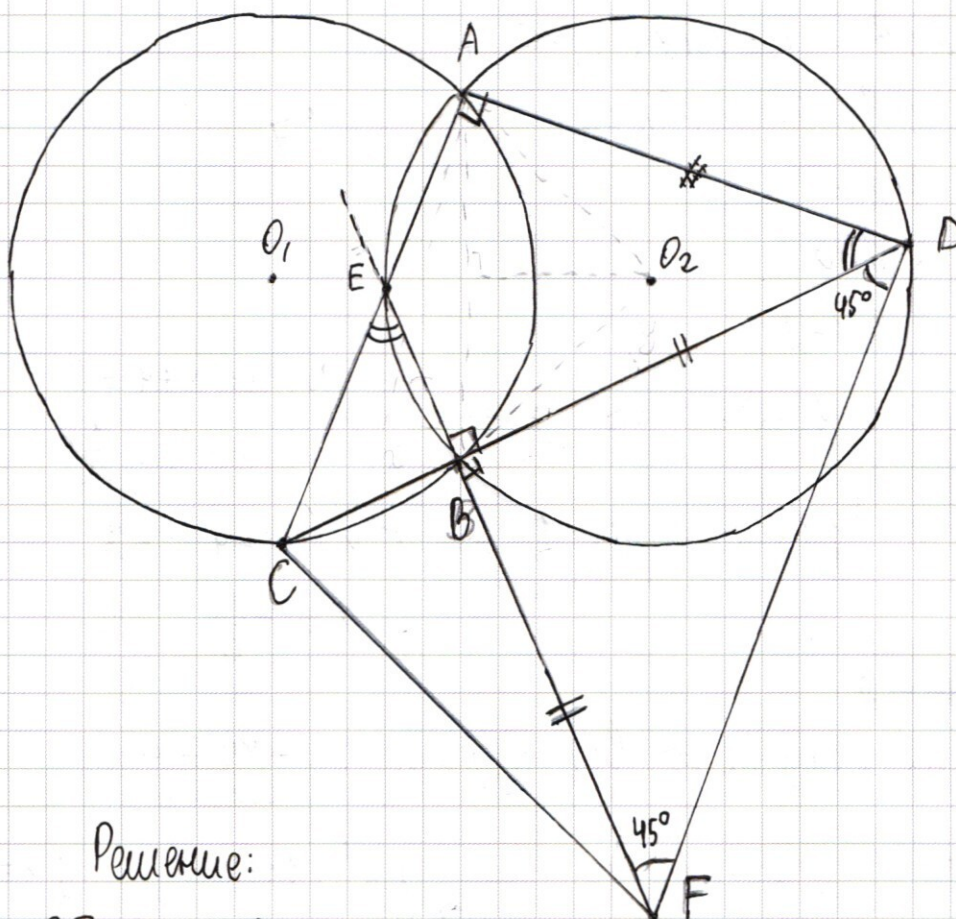
$$BF \perp CD$$

$$BF = CD$$

$$BC = 10$$

а) $CF = ?$

б) $S_{ACF} = ?$



Решение:

- 1) Продлим BF до 2-го пересечения с окружностью с центром O_2 .
 $\angle CAD + \angle EBD = 180^\circ \Rightarrow$ точка $E \in AC$ и окружности O_2 , т.к. $ADBE$ -
 вписанный чтиик, ~~тогда $EA = EB$ (т.к. радиусы окружностей равны)~~ $\Rightarrow$
 ~~$AD = BD$~~ ~~тогда~~
- 2) $\angle ADB + \angle AEB = 180^\circ \Rightarrow \angle ADB = \angle CEB \Rightarrow \triangle CEB \sim \triangle CAD$.
 $BF = BD \Rightarrow \angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$.
 Т.о секущих: $CB \cdot CD = CE \cdot CA$.

$$\left(\frac{(2^a)^4}{(2^b)^2} \right)^b = (2^a)^{a+b}$$

$$\frac{2^{4ab}}{2^{2b}} = 2^{a(a+b)} \Rightarrow 2^{4ab} = 2^{2b(a+b)a}$$

Так как $f(t) = 2^t$ - возрастающая функция $\Rightarrow 4ab = 2ab(a+b)$

$$2ab - ab(a+b) = 0$$

$$ab(2 - (a+b)) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ a+b=2 \end{cases}$$

$$1) a=0 \Rightarrow \lg(-x)=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow \begin{cases} y=x+4=3 \\ y=-\frac{x}{2}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2) b=0 \Rightarrow \lg y=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow \begin{cases} x=y-4=-3 \\ x=-2y=-2 \end{cases}$$

$$3) a+b=2$$

$$\lg(-x) + \lg y = 2 \Rightarrow \lg(-xy) = 2 \Rightarrow \underline{-xy = 4}$$

$$a) \begin{cases} -xy=4 \\ y=x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x(x+4)=4 \\ y=x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4x+4=0 \\ y=x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -xy=4 \\ y=-\frac{x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \cdot (-\frac{x}{2})=4 \\ y=-\frac{x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{2}=4 \\ y=-\frac{x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 2\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \\ x=-2\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases} \begin{matrix} \text{не подходит} \\ \text{по ОАЭ} \end{matrix}$$

Ответ: $(-1; 3), (-1; \frac{1}{2}), (-3; 1), (-2; 1), (-2; 2), (-2\sqrt{2}; \sqrt{2})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N3.

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \quad (1) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0 \quad (2) \end{aligned} \right.$$

(2): $2y^2 - (x+8)y - x^2 - 4x = 0$. - квадратное ур-е отн. y .

$$D = (x+8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-x^2 - 4x) = x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x =$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 = (3x+8)^2$$

$$y = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = \begin{cases} x+4 \\ -\frac{x}{2} \end{cases}$$

(1): $\left(\frac{x^4}{y^2} \right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$

ОДЗ: $\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$

$$\frac{(x^4)^{\lg y}}{(y^2)^{\lg y}} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$

Слева и справа выражения, которые $> 0 \Rightarrow$ возведём все в степень

$$\frac{x^{4 \lg y}}{y^{2 \lg y}} = (-x)^{\lg(-x) + \lg y}$$

Сделаем замену:

$$\begin{cases} \lg(-x) = a \\ \lg(y) = b \end{cases}$$

Тогда

$$\begin{cases} -x = 2^a \\ y = 2^b \end{cases}$$

окружности O_2 и O_3 вершин B и $C \Rightarrow$ два решения.

В таком случае, $a = (8+6)^2 + (6+12)^2 = 14^2 + 18^2 = 520$.

При $a > 520$ ни одна из окружностей не пересечёт
квадрат $\Rightarrow a = 4; 520$.

Ответ: $4; 520$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4.

Дано:

сфера у.О.

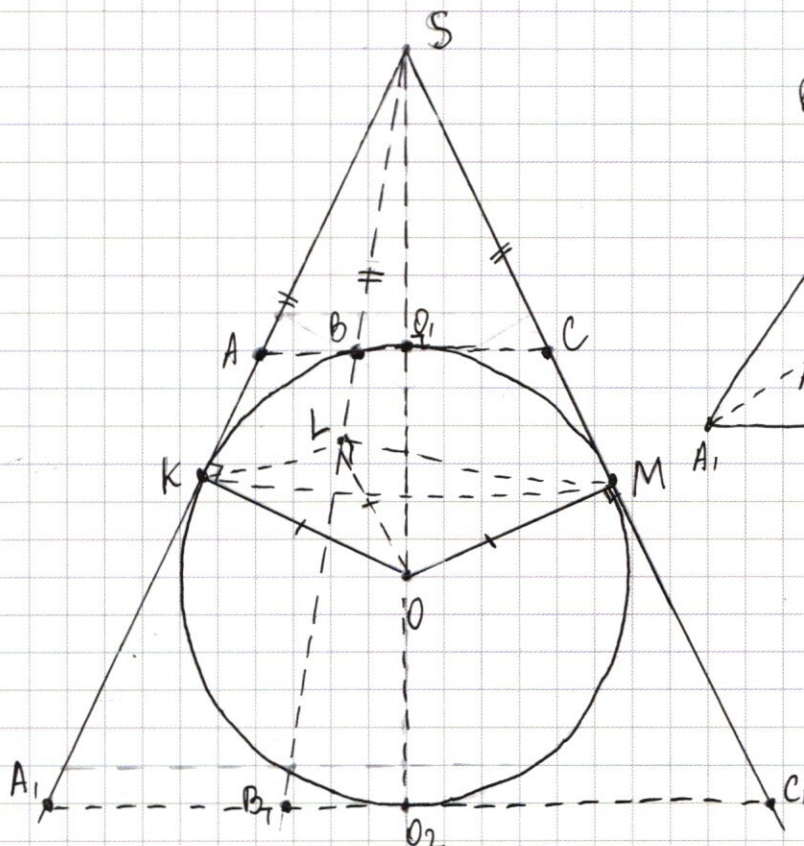
$$S_{ABC} = 4$$

$$S_{A_1B_1C_1} = 9$$

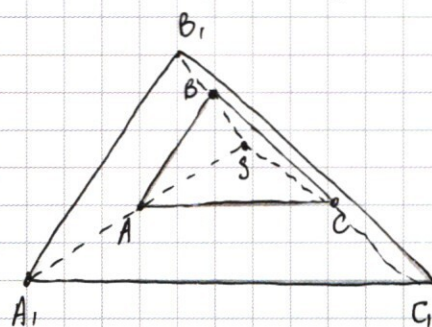
Найти:

$$S_{\text{сеч}}(KLM) - ?$$

$$\angle KSO$$



взгляд сверху:



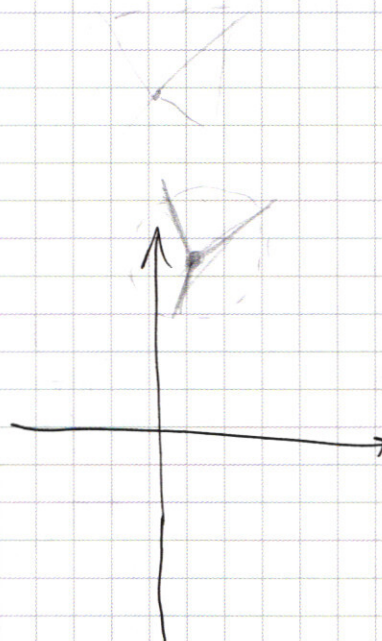
Решение:

1) Т.к. SK, SL, SM касаются сфер $\Rightarrow OK = OM = OL$; $OK \perp SK$; $OM \perp SM$; $OL \perp SL$; $SK = SL = LM$.

2) Заметим, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ т.к. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$. Тогда пирамиды $SABC$ и $SA_1B_1C_1$ подобны. Пусть SO_1 - высота пирамиды $SABC$, SO_2 - высота пирамиды $SA_1B_1C_1$. Тогда $SO_1 : SO_2 = 2 : 3 \Rightarrow \Rightarrow$ т.к. $SO_2 = SO_1 + 2R$, где R - радиус сферы $\Rightarrow$ (пусть $SO_1 = x$)

$$\Rightarrow \frac{x}{x+2R} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 4R \Rightarrow x = 4R. \text{ Рассмотрим } \triangle KSO.$$

$$OK = R; SO = x + R = 5R \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5} \Rightarrow \angle KSO = \arcsin \frac{1}{5}, \text{ либо } \angle KSO = \pi - \arcsin \frac{1}{5}.$$



$$2(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{1/2} = (-x)^{1/2}(-ky)$$

$$x^2 \cdot \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \quad \lg(-x) = a$$

$$\begin{aligned} -x &= 2^a \\ +y &= 3 \cdot 2^b \end{aligned}$$

$$\frac{2^{4a}}{2^{2b}} = (2^a)^{a+b}$$

$$\frac{2^{4a}}{2^{2b}} = 2^{4a-2b} = 2^{2b} \cdot 2^{2a-4b} = 2^{2b} \cdot 2^{2a(a+b)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Тл.к. O_1 - точка касания (ABC) и сфера $\Rightarrow O_1C = CM$;
 $O_1B = BL$; $O_1A = AK$.

Рассмотрим плоскость SOM. Т.о. м. о квадрате касательной:

$$SM^2 = SO_1 \cdot SO_2 = 4R \cdot 6R = 24R^2 \Rightarrow SM = SL = LM = 2\sqrt{6}R.$$

Рассмотрим $\triangle SOM$: $\triangle SO_1C \sim \triangle SMO \Rightarrow \frac{SO_1}{SM} = \frac{O_1C}{OM}$

$$O_1C = \frac{4R}{2\sqrt{6}R} \cdot R = \frac{2}{\sqrt{6}}R = CM = O_1B = O_1A.$$

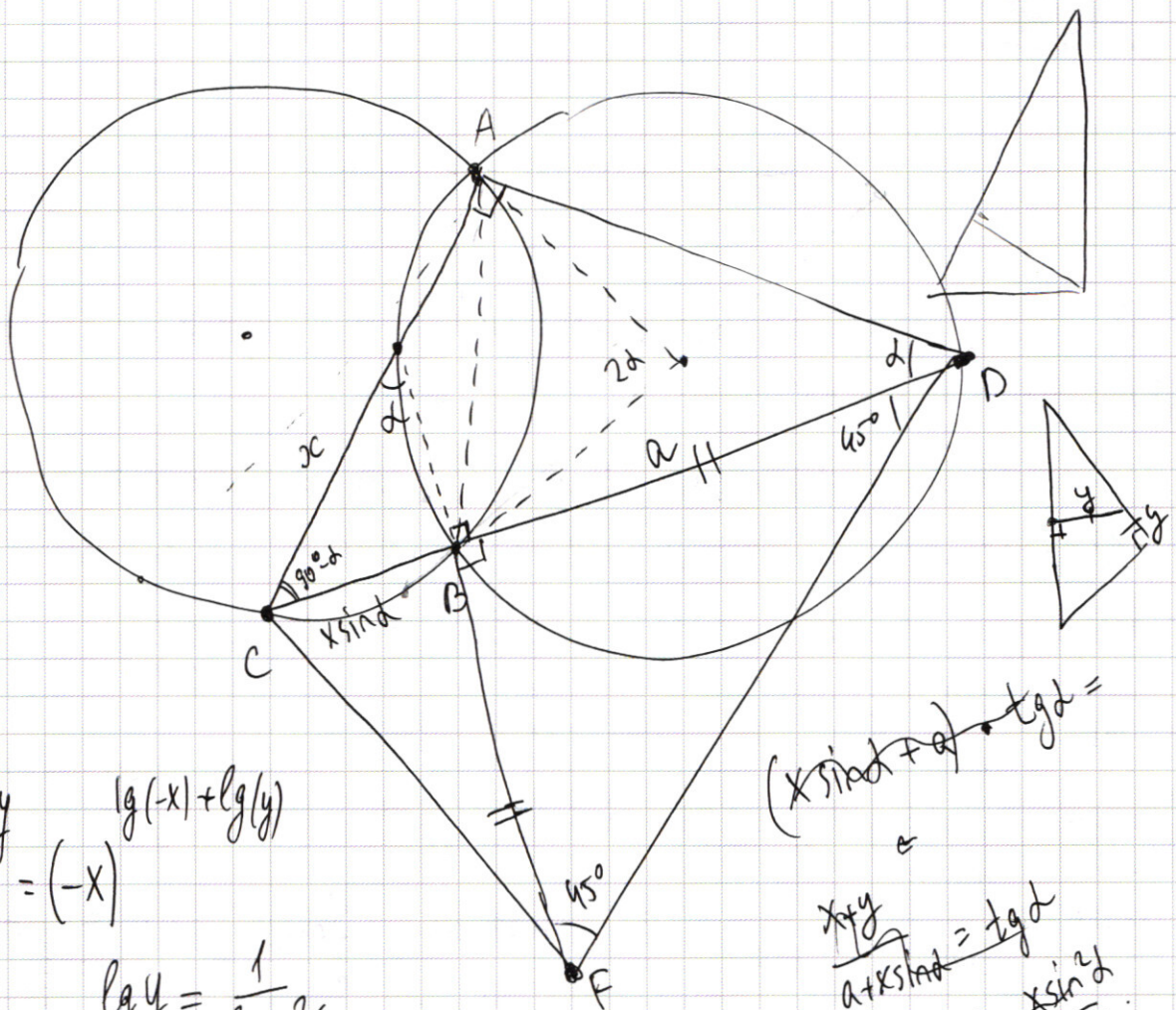
Тогда $SC = SM - CM = 2\sqrt{6}R - \frac{2}{\sqrt{6}}R = 2\sqrt{6}R - \frac{2\sqrt{6}}{6}R = \frac{5\sqrt{6}}{3}R.$

Утак, $\frac{SC}{SM} = \frac{\frac{5\sqrt{6}}{3}R}{2\sqrt{6}R} = \frac{5}{6}$. Значит, $\frac{S_{ABC}}{S_{KLM}} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}.$

$$S_{KLM} = \frac{36}{25} \cdot S_{ABC} = \frac{36}{25} \cdot 4 = 36 \cdot 0,16 = 5,76.$$

Ответ: а) $\arcsin \frac{1}{5}$; $\pi - \arcsin \frac{1}{5}$.

б) 5,76.



$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x) + \lg(y)}$$

$$\lg y = \frac{1}{\log_2 2}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$(x^4)^{\lg y} \cdot (y^2)^{-\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$(x^4)^{\lg y} \cdot (y^2)^{-\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$\frac{x^4}{y^2} = (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg y}} \cdot (-x)$$

$$\frac{-x^3}{y^2} = (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg(y)}}$$

$$(x \sin \alpha + a) \cdot \operatorname{tg} \alpha =$$

$$\frac{xy}{a + x \sin \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$xy = a \operatorname{tg} \alpha + \frac{x \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$a^{\ln a} = b$$

$$\ln a \cdot \ln a = \ln b$$

$$\ln^2 a = \ln b$$

$$\lg^2(-x) = \lg(-x)^{\lg(-x)}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \mid \wedge (\log_2 2)$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$



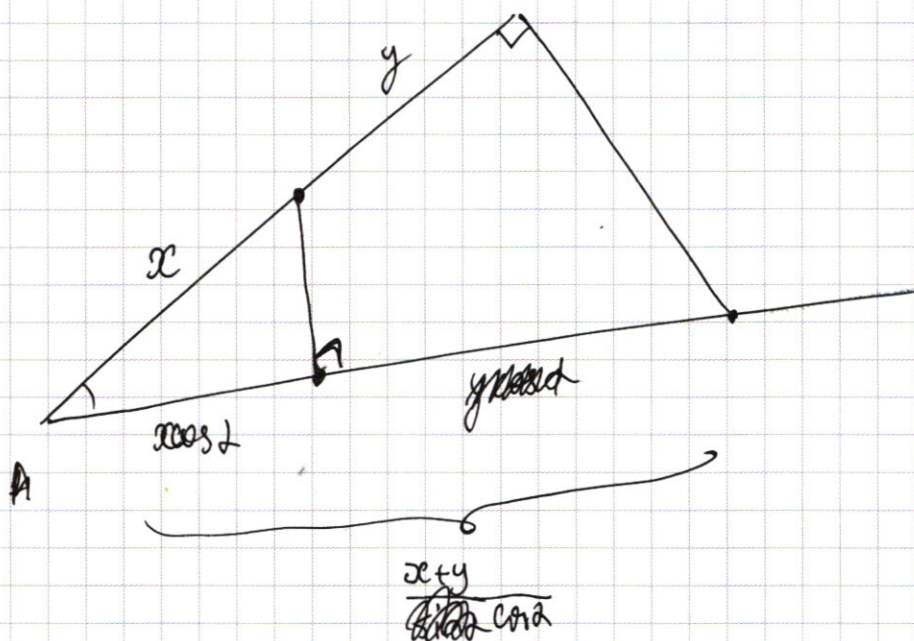
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

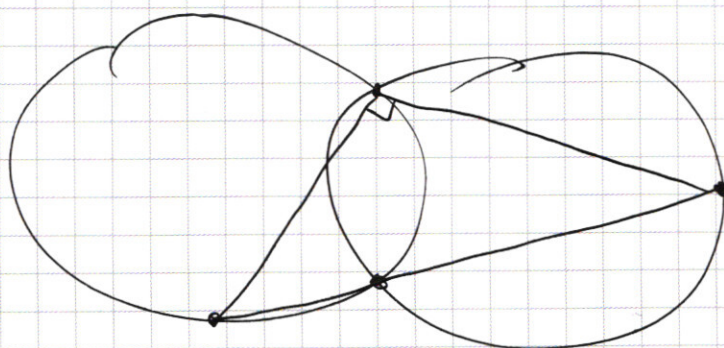
☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)



$$x \cdot (x+y) = x \cdot \cos \alpha \cdot \frac{(x+y)}{\sin \alpha}$$

$$x^2 + \left(\frac{(x+y)}{\cos \alpha} - x \cos \alpha \right)^2 =$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} &= (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y &= 0. \end{aligned} \right.$$

$$\frac{x+8+3x+8}{4} = x+4.$$

$$2y^2 - (x+8)y - x^2 - 4x = 0.$$

$$\frac{x+8-3x-8}{4} = -\frac{x}{2}.$$

$$D = (x+8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-x^2 - 4x) =$$

$$= x^2 + 16x + 64 + 8x^2 + 32x = 2 \cdot 3 \cdot 8$$

$$= 9x^2 + 48x + 64 =$$

$$= (3x+8)^2.$$

$$y = \frac{x+8 \pm (3x+8)}{4} = \int$$

$$\begin{aligned} x > 0 \Rightarrow y > 0 \\ (x-y) \cdot \lg(x-y) &= (-x)^{\lg(-x)} \\ \lg(x-y) &= \lg(-x) \end{aligned}$$

$$\lg(x-y) + \lg 1 = \lg(-x) \\ \lg(x-y) = \lg(-x)$$

$$\lg(x-y) = \lg(-x)$$

$$\begin{aligned} \lg(x-y) &= \lg(-x) \\ \lg(x-y) &= \lg(-x) \\ \lg(x-y) &= \lg(-x) \end{aligned}$$

$$f(t) =$$

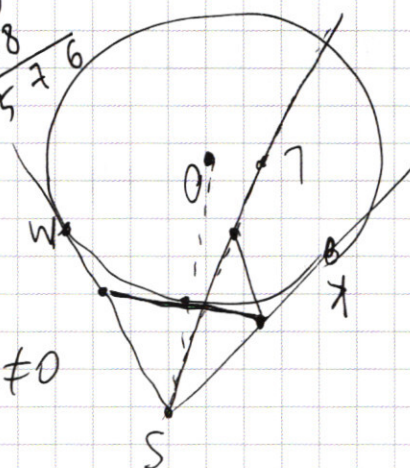
~~292~~

$$\frac{\log_a t}{\log_a t} = \frac{\log_a a}{\log_a a} = \frac{y=1}{1}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 36 \\ \hline 96 \\ 480 \\ \hline 576 \end{array}$$

lgg

$$\frac{x^4}{y^2} = (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg y}} \cdot (-x), \quad x \neq 0$$



~~$$\frac{-x^3}{y^2} = (-x)^{\frac{\lg(-x)}{\lg(y)}}$$~~

$$(x^4)^{\lg y} \cdot (y^2)^{-\lg x} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$(-x)^{\log(-x)} = (-x)^{\log(-x)^2} = \log_{(-x)} = \left(\frac{\frac{2}{x}-1}{(x-1)}\right) \cdot (-x) = \frac{2x}{hx}$$

$$(-x)^{\log_{(-x)} 2} = 2.$$

$$\left((-x)^{\log(-x)} \right)^{\log(-x)} = -x^{\log(-x) \cdot \log(-x)} = -x^{\log^2(-x)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = h$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

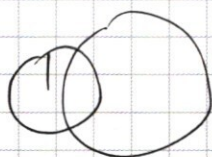
$$\begin{array}{r} 16845 \overline{) 5} \\ -15 \\ \hline 18 \\ -15 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3375 \overline{) 5} \\ -30 \\ \hline 37 \\ -35 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 5} \\ -5 \\ \hline 17 \\ -15 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 5} \\ -10 \\ \hline 35 \\ -35 \\ \hline 0 \end{array}$$

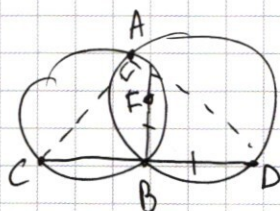
$$\begin{array}{r} 1800 \\ +196 \\ \hline 1996 \end{array}$$



$$16845 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 27 = 5^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r} 7982 \\ 98 \\ \hline 961 \\ 11 \end{array}$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 \ . \ - \ - \ - \ -$$



$$3 \ 3 \ 3 \ 1$$

$$3 \ 9 \ 3 \ 1$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\frac{4!}{2!}$$

$$\frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 10 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ + 324 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ + 324 \\ \hline 520 \end{array}$$

$$\frac{1}{\sin 2} + \frac{8}{\sin} = x$$

$$4 \sin 2 + \frac{7}{11} = x \sin$$

$$\sin 2 + \frac{8}{11} = \frac{2}{x \sin}$$

$$\sin 2 + \frac{7}{11} = x \sin$$

$$\sin 2 + \frac{8}{11} = \frac{2}{x \sin}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$\frac{2}{\sin 2} - \frac{2}{\sin} = x \quad \sin 2 - \frac{7}{11} = x \sin$$

$$2 \cos 5x \sin 2x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - 2 \sin 5x \cos 2x = \sqrt{2} \cos 10x$$

x

cos

$$\cos 5x \cdot \cos 2x - \sin 5x \cdot \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10x$$

$$\cos 2x \cdot (\cos 5x - \sin 5x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos 2x \cdot \left(\cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x \cdot \left\{ \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \right\} = \cos 10x$$

cos 10x

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x \quad (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 10x = (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (\sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x) - 2 \cos 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$\alpha > \beta$

