

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) Представим число 16875 в виде произведения таких множителей, которые будут натуральными и в диапазоне $[0, 9]$. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Очевидно, что 0 не будет (такое произведение будет равно 0 ≠ 16875)
 $16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$

2) Необх-мо, чтобы число имело 8 цифр. Получим возможные случаи:

I. число состоит из цифр:

1 3 3 3 5 5 5 5 (1)

II. Взяв за основу (1) 3^2 можно заменить на 9. тогда

1 1 3 5 5 5 5 9. (2*)

3) Ответом на задачу будет сумма количеств чисел, составл из набора (1*) и (2*):

Пусть S_1 — ~~сумма~~ кол-во чисел, образующих цифры набора (1*)

$$S_1 = \frac{8!}{1! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 1!} = 280$$

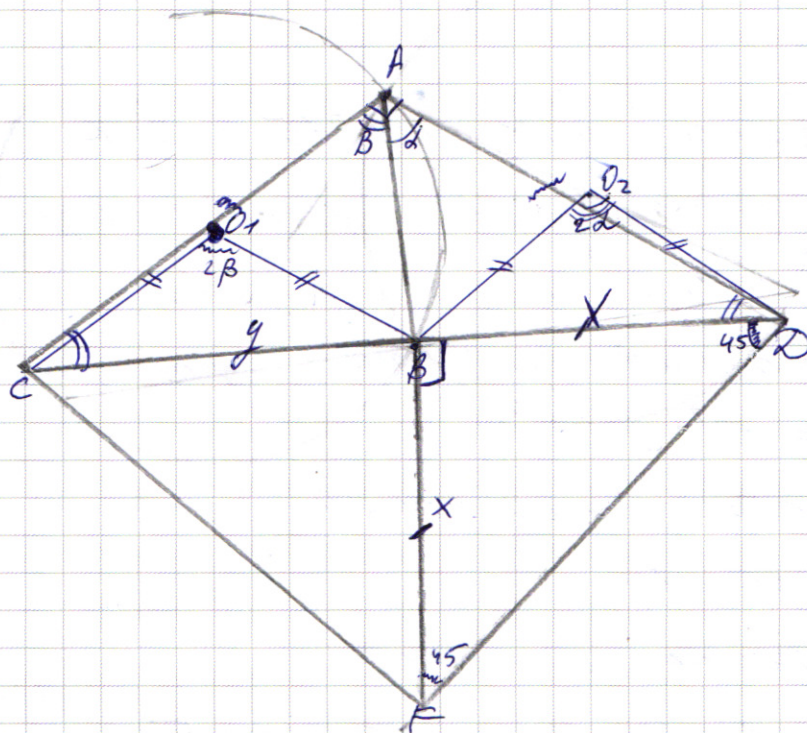
Пусть S_2 — кол-во чисел, содержащих цифры набора (2*)

$$S_2 = \frac{8!}{1! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 4! \cdot 1!} = 840$$

Отсюда, искомое кол-во чисел, произведение которых равно 16875: $S = S_1 + S_2 = 280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120.

N-06



Решение:

1) Пусть $\angle CO_1B = 2\beta$; $\angle BO_2D = 2\alpha$, тогда, т.к. вписанной угол равен половине соответствующего центрального угла $\angle CAB = \beta$; $\angle BAD = \alpha$,
примем $\alpha + \beta = 90^\circ$ (по условию)

2) Пусть $BD = BF = x$ ($BD = BF$ - по условию)

3) По теореме косинусов для $\triangle BO_2D$ и $\triangle CO_1B$:

$$169 + 169 - 2 \cdot 169 \cdot \cos 2\alpha = y^2 \quad (1)$$

$$169 + 169 - 2 \cdot 169 \cdot \cos 2\beta = x^2 \quad (2)$$

4) Заметим, что $CF = \sqrt{x^2 + y^2}$ (по теореме Пифагора для $\triangle CBF$). Отсюда, сложив равенства (1) и (2) и введем в степень $\frac{1}{2}$:

$$CF = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{169 - 2 \cdot 169 (\cos 2\alpha + \cos 2\beta)} =$$

$$= 13 \sqrt{4 - 2(\cos 2\alpha + \cos 2\beta)}$$

* Уходя от того, что $\cos 2\alpha + \cos 2\beta = 2 \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$, то $\cos \beta = \sin \alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\cos 2\beta = 2\cos^2\beta - 1 = 2 \cdot \sin^2\alpha - 1$$

Тогда

$$CF = 13\sqrt{4 - 2(2\cos^2\alpha - 1 + 2\sin^2\alpha - 1)} =$$

$$= 13\sqrt{4 - 2 \cdot \underbrace{(2(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) - 2)}_{=0}} = 13\sqrt{4} = 26.$$

Ответ: $CF = 26$.

8) 1) По условию $BC = 10$, тогда по теореме Пифагора
в $\triangle BCF$: $BF = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 = BD$

2) ~~$S_{ACF} = \frac{AC \cdot CF}{2} = \frac{13 \cdot 26}{2}$~~

2) Окружности равны, т.е. $\angle ACD = \angle ADC$ (как впис. углы, опирающиеся на равную дугу)

3) В $\triangle ACD$ по теореме о сумме углов два острых,
что $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$ $\triangle ACD$ - п/у, п/б

4) $AC = AD = z$. Тогда по теореме Пифагора:

$$CD^2 = CA^2 + DA^2$$

$$CD^2 = 2z^2$$

$$z^2 = \frac{CD^2}{2} = \frac{(BC + BD)^2}{2} = \frac{34^2}{2}$$

$$z^2 = \frac{34^2}{2}; z^2 = 578$$

$$AC = AD = \sqrt{578}$$

$$\sin \beta = \frac{5}{13}; \sin \alpha = \frac{12}{13} \quad \begin{array}{l} \text{по теореме} \\ \text{косинусов} \\ \triangle O_1CB \text{ и} \\ \triangle O_2BD \end{array}$$

$$5) S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot 578 = 289$$

$$\frac{S_{\triangle ACB}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{AC \cdot \sin \beta}{AD \cdot \sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$$

$$S_{\triangle ACB} = \frac{5}{12} S_{\triangle ACD} = \frac{5}{12} \cdot 289 = 5 \cdot 17 = 85$$

$$6) S_{\triangle CBF} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24 = 5 \cdot 24 = 120.$$

Отсюда $S_{\triangle ACF} = S_{\triangle ACB} + S_{\triangle CBF} = 85 + 120 = 205$ Ответ: а) $CF = 26$
б) $S_{\triangle ACF} = 205$.

Nº 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \sin(10x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$2 \cdot \cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - 2 \cdot \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) (\cos 2x - \sin(5x + \frac{\pi}{4})) = 0 \quad (*)$$

Уравнение (*) равносильно совокупности:

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0 \quad (*)$$

$$\cos 2x = \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \quad (**)$$

(*)

$$5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z}$$

(**)

$$\cos 2x = \sin(5x + \frac{\pi}{4})$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = \sin(5x + \frac{\pi}{4}), \quad \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) - \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cdot \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 2x - 5x - \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 2x + 5x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\begin{cases} \sin(-7x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(3x + \frac{3\pi}{4}) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -7x + \frac{\pi}{4} = \pi m, m \in \mathbb{Z} \\ 3x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \\ 3x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{28} - \frac{\pi}{7} m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ.

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{28} - \frac{\pi}{7} m, m \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Исходная система уравнений~~

~~$$\begin{cases} x = -y^5 \\ 2y^2 - xy^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y^5 \\ 2y^2 + y^6 - y^{10} + 4y^5 - 8y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y^4 \\ 2y^2 - xy^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y^4 \\ 2y^2 + y^5 - y^8 + 4y^4 - 8y = 0 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} 2y(-x) = 2y^6 \\ 4y(-x) = 8y \end{cases} \quad \begin{cases} -x = y^2 \\ -x = y \end{cases} \rightarrow \text{из монотонности функции } y = y^2$$~~

~~Исходная система примет вид: уравнения~~

~~$$\begin{cases} x = -y \\ 2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y \\ y(y-2) = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\begin{cases} x = -y^2 \\ 2y^2 + 2y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y^2 \\ -y^4 + 2y^3 + 6y^2 - 8y = 0 \end{cases} \quad (**)$$~~

~~$$(*) \cdot \begin{cases} x = -y \\ y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 \\ y = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$~~

~~$$** \cdot \begin{cases} y(y^3 - 2y^2 - 6y + 8) = 0 \\ x = -y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$~~

~~Ответ: (0; 0) (-2; 2)~~
 Учитывая, что $y > 0$ и $x < 0$:
 Ответ: $(-2; 2)$

$$\frac{N3}{\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (1-x)^{\lg(1-xy)} \quad (1)$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \quad (2)$$

Второе уравнение (1) (0.0 логарифмической функции) отделить
 -xy > 0 по пере x < 0

$$\begin{cases} y > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\lg\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \cdot \lg y = \lg(1-x) \cdot \lg(1-xy)$$

$$(4\lg x - 2\lg y)\lg y = \lg(1-x) \cdot (\lg(1-x) + \lg y)$$

$$4\lg x \lg y - 2\lg^2 y = \lg^2(1-x) + \lg(1-x) \lg y$$

$$4\lg x \lg y - 2\lg^2 y = \lg^2(1-x) + \lg(1-x) \lg y$$

$$\lg^2(1-x) + \lg(1-x) \lg y - 4\lg x \lg y + 2\lg^2 y = 0$$

$$\lg^2(1-x) - 3\lg(1-x) \lg y + 2\lg^2 y = 0 \quad (*)$$

Разделим обе части ур (*) на $\lg^2 y \neq 0$.

$$\frac{\lg^2(1-x)}{\lg^2 y} - 3 \cdot \frac{\lg(1-x)}{\lg y} + 2 = 0$$

Положим $\frac{\lg(1-x)}{\lg y} = t$, тогда:

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 = 1$$

$$t = \frac{3 \pm 1}{2} \quad (t = 2, t = 1)$$

$$\begin{cases} \lg(1-x) = 3\lg y \\ \lg(1-x) = 4\lg y \end{cases} ; \quad \begin{cases} \lg(1-x) = \lg(y^3) \\ \lg(1-x) = \lg(y^4) \end{cases}$$

В-11 у = 4t не подходит, второе уравнение принимает при отрицательных значениях

$$\begin{cases} (-x) = y^5 \\ (1-x) = y^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -y^5 \\ x = -y^4 \end{cases}$$

братства

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Решим сразу графически

(1): график — ромб с вершинами в $(0; -6)$ и $(6; 0)$

(2): Задаем на координатной плоскости окружность радиуса $\sqrt{a}$ с центром в $(0; -6)$

а) $x > 0$
 $y > 0$

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

б) $x > 0$
 $y < 0$

$$(x-6)^2 + (-y-8)^2 = a$$

$$(x-6)^2 + (y+8)^2 = a$$

в) $x < 0$
 $y > 0$

$$(-x-6)^2 + (y-8)^2 = a$$

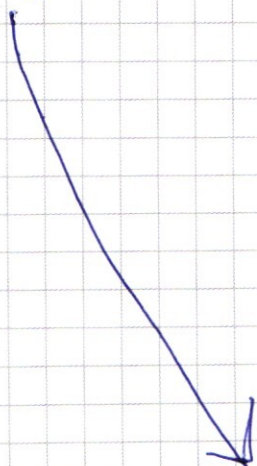
$$(x+6)^2 + (y-8)^2 = a$$

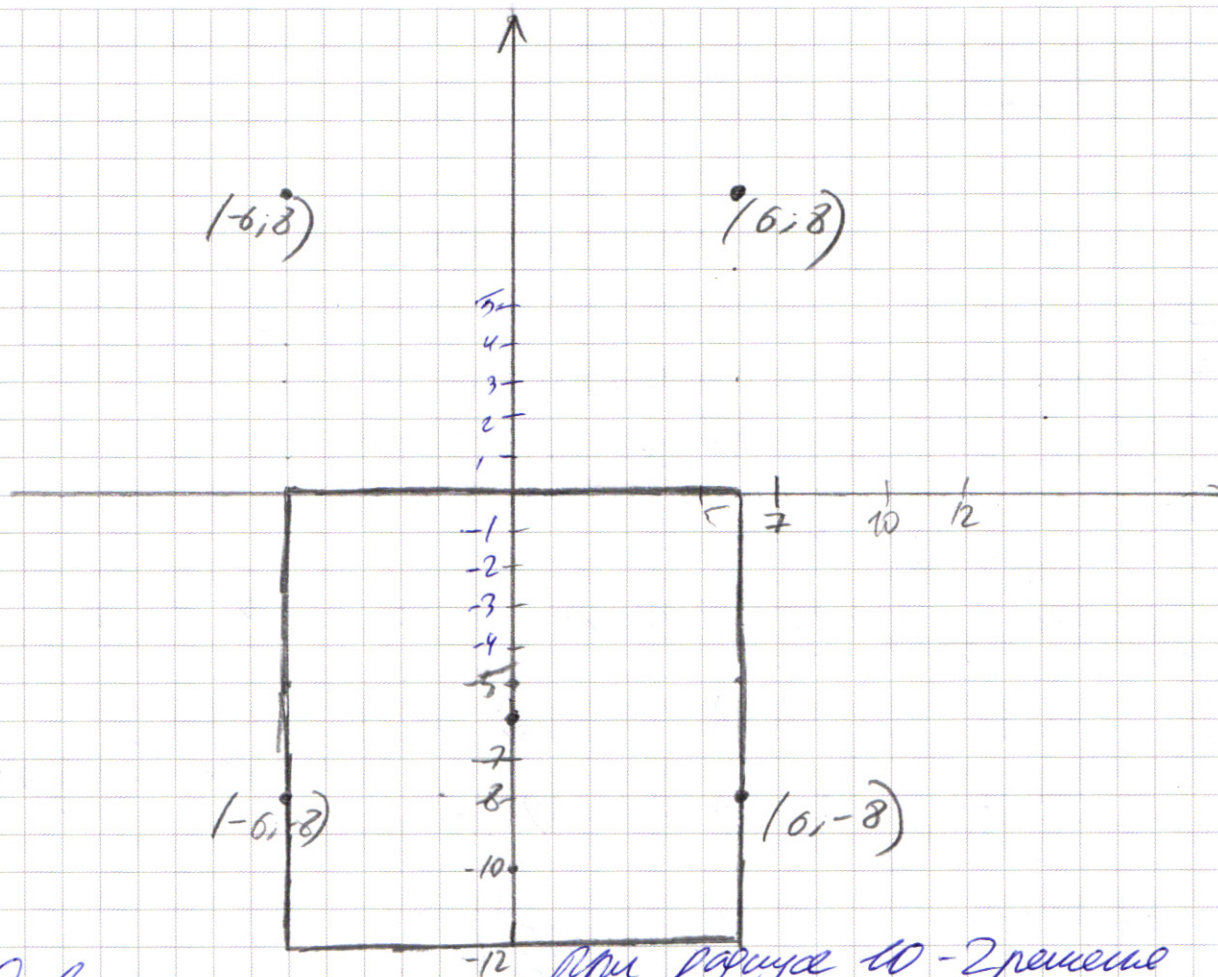
г) $x < 0$
 $y < 0$

$$(x+6)^2 + (y+8)^2 = a$$

Варианты учета окружностей имеют координаты $(\pm 6; \pm 8)$

Построим график:





Ответ: $a \neq 100$; $a = 0$

При радиусе 10 - решение
При радиусе 0 - решение.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

1	2	3	4	5	6	7	8

$$\begin{array}{r} 16875 \\ 675 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16875 \\ -150 \\ \hline 187 \\ -175 \\ \hline 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 675 \\ 50 \\ \hline 175 \end{array}$$

Представим 16875 в виде ~~произведения~~ 8 простых множителей
 $16875 = 5^4 \cdot 3^3 \cdot 1$. Заметим, что 3-й множитель

~~Произведение~~ ~~должно~~ ~~содержать~~ ~~одну~~ - 1
 четыре четвёрки

Предпримем попытки уловить логику, сколько 8-значных чисел можно составить из цифр 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5
 2 варианта кол-во чисел.

(I) 1 5 5 5 5 3 3 3 ~~Есть на 4 месте~~
 1 3 3 3 5 5 5 5

(II) 1 5 5 5 5 9 3 1 1 1 3 9 5 5 5 5

(I) ~~Есть на 1-м месте~~ ~~стоит~~ 4.

~~3~~ ~~5~~ Сколько 8-значных можно составить из чисел

(I) 1 3 3 3 5 5 5 5

(II) 1 1 3 9 5 5 5 5

(I) 1 3 3 3 5 5 5 5 ~~Есть первая 1~~ 3 1 2 2

$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24$

(II) ~~3~~ ~~5~~ $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 48$
 72 варианта

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AC^2 + z^2 - 2AC \cdot z.$$

N2

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\cos 10x = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = 2 \cos^2 5x - 1$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos 5x - 2 \cos 2x \sin 5x$$

*

$$2 \cos 2x \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x$$

$$\cos \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos 10x$$

$$\sqrt{2} \cos$$

$$2 \cos 5x$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}; \quad \cos \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\sin \beta = \frac{5}{13}; \quad \cos \beta = \frac{12}{13}$$

$$AD^2 + AC^2 = 34^2$$

$$AC^2 + z^2 - 2AC \cdot z \cdot \cos \beta = 100$$

$$AD^2 + z^2 - 2AD \cdot z \cdot \cos \alpha = 24^2 = 576$$

$$+12z \cdot (AC^2 + AD^2) - 2z(AC \cos \beta + AD \cos \alpha) = 676$$

$$2z^2 = 2z \left(AC \cdot \frac{12}{13} + AD \cdot \frac{5}{13} \right) =$$

$$z = AC \cdot \frac{12}{13} + AD \cdot \frac{5}{13}$$

$$z = \frac{12AC + 5AD}{13}$$

$$z =$$

$$\frac{12AC + 5\sqrt{676 - AC^2}}{13}$$

$$z = \sqrt{AC^2 - 100}$$

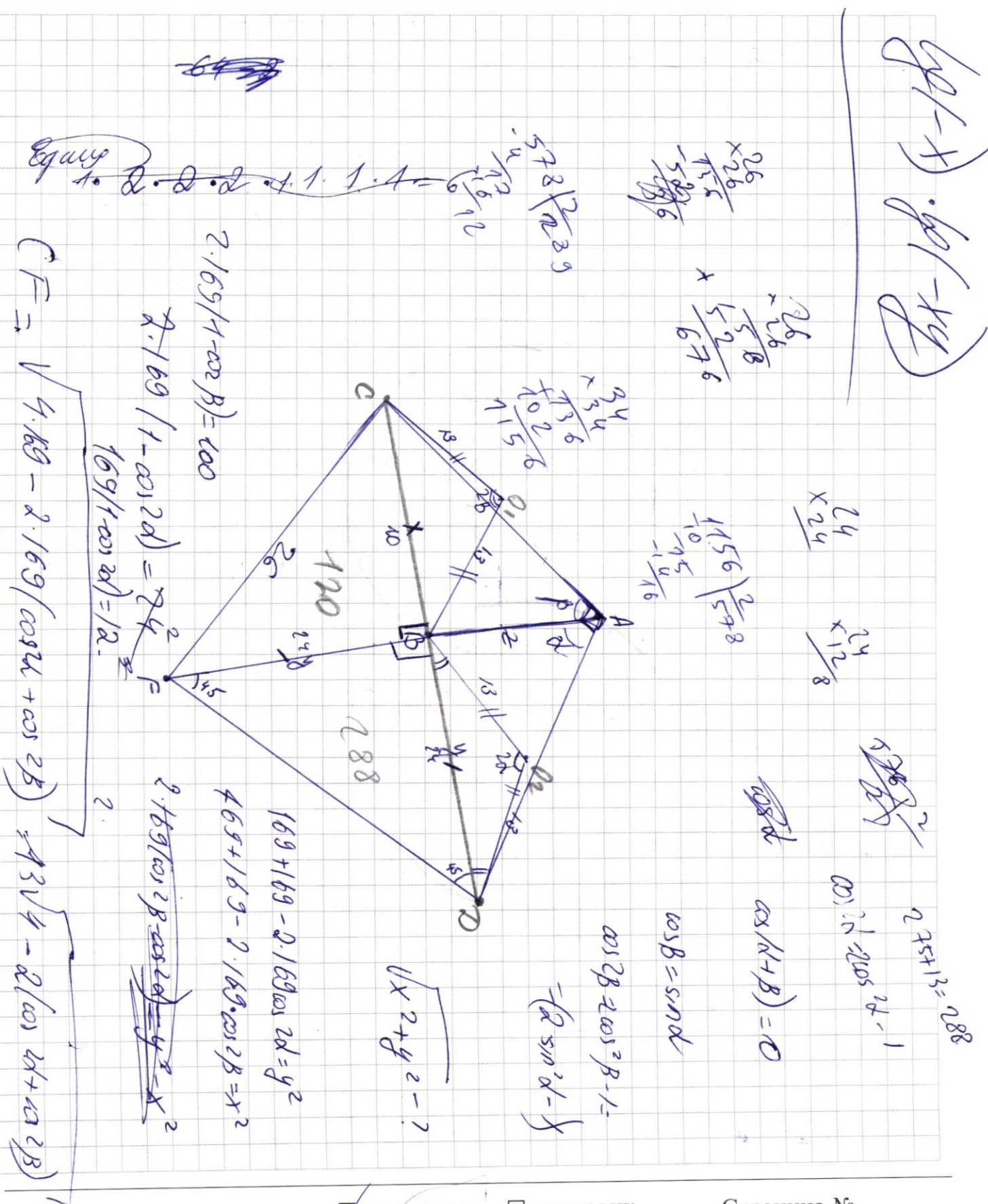
$$AC^2 - AD^2 + 2z(AD \cos \alpha - AC \cos \beta) = -476$$

$$AC^2 - 676 + AC^2 + 2z \cdot \frac{5AD - 12AC}{13} = -476$$

$$2AC^2 + z \cdot \frac{5AD - 12AD}{13} = 200$$

$$\frac{13(200 - AC^2)}{5AD - 12AC} = \frac{2000 - 13AC^2}{5AD - 12AC} = \frac{12AC + 5\sqrt{676 - AC^2}}{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~$(x^4 - 184x^2 + 88) = 0$~~
 ~~$y^2 = 3x + 1$~~
 ~~$3y^2 - 4y - 6 = 0$~~
 ~~$D = 16 + 4 \cdot 6 \cdot 3 = 88$~~
 ~~$y = \frac{4 \pm \sqrt{88}}{6}$~~

$$y = 3x + 1$$

$$3y^2 - 4y - 6 = 0 \Rightarrow$$

$$D = 16 + 4 \cdot 6 \cdot 3 = 88$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{88}}{6}$$

$$CF = 13 \sqrt{4 - 2 \cdot (2 \cos^2 \alpha - 1 + 2 \sin^2 \alpha - 1)}$$

$$CF = -13 \sqrt{4 - 2 \cdot 2} = 26$$

б)

$$1 - \cos 2\alpha = \frac{12}{169}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{157}{169}$$

$$1 - \cos 2\beta = \dots$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 169 (1 - \cos 2\alpha) = 24 \cdot 24 \\ 2 \cdot 169 (1 - \cos 2\beta) = 100 \end{cases}$$

$$169 (1 - \cos 2\alpha) = 288$$

$$169 (1 - \cos 2\beta) = 50$$

cos α

$$\begin{array}{r} 119 \\ + 169 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$1 - \cos 2\beta = \frac{50}{169}$$

$$1 - \cos 2\alpha = \frac{288}{169}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ - 117 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{cases} \cos 2\beta = \frac{119}{169} \\ \cos 2\alpha = -\frac{117}{169} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cos^2 \beta = \frac{288}{169} \\ 2 \cos^2 \alpha = \frac{52}{169} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ - 169 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\cos \beta = \frac{12}{13}$$

$$\cos \alpha =$$

$$\sin \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

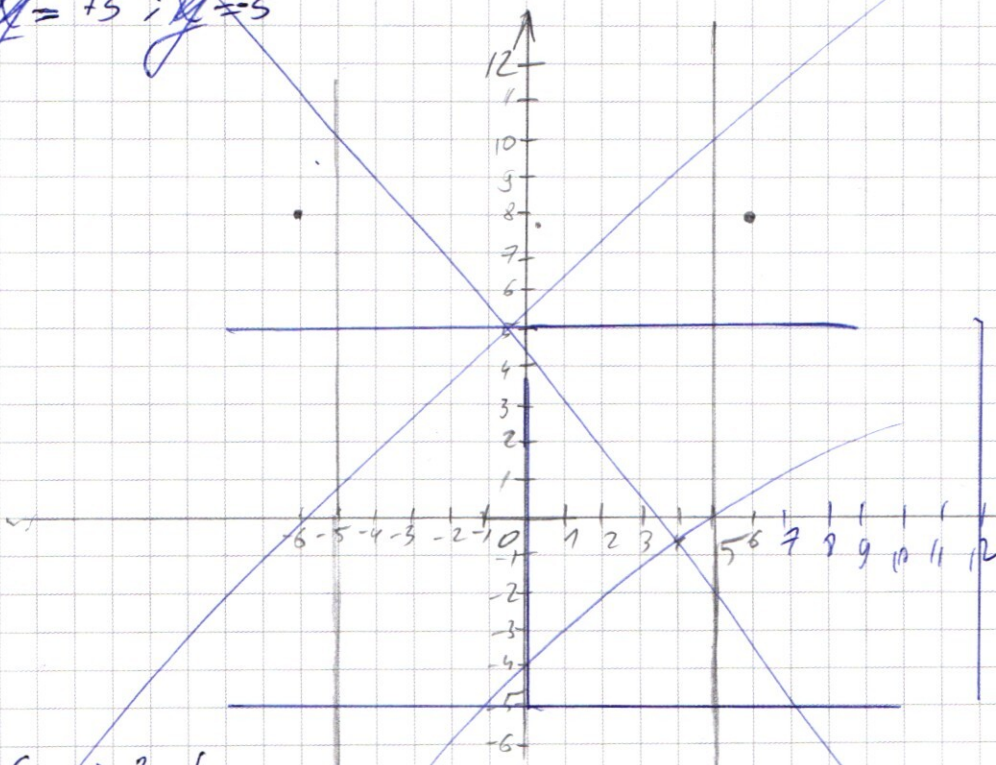
№ 5

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 & (1) \\ (|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Решить задачу графически:

1) (1): $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$ - графиком явл-ся
прямая, состоящая из отрезков
квадрата, стороны которого задаются уравнениями

$$\begin{aligned} x &= -12; x = 0 \\ y &= +5; y = -5 \end{aligned}$$



(2) $(|x-6|)^2 + (|y-8|)^2 = a$ - окр-ость радиуса $\sqrt{a}$ ($a > 0$)
и центром $(\pm 6; \pm 8)$

2) Система должна иметь 2 решения, т.е. графики (1) и (2) должны пересекаться ровно в двух точках.

№5 $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$
 $(|x|-6)^2 + (|y|-6)^2 = a$
 1) Рассмотрим ~~случай~~ ~~случаи~~:

$$x \geq 12 \text{ при } \begin{cases} x-6 \geq -y \\ x-6 \geq y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \geq -6 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

$$y \geq -6 \text{ при } \begin{cases} x-6 \geq y \\ x-6 \leq -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 12 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$y > -6 \text{ при } \begin{cases} x+6 \leq y \\ x-6 \geq -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 12 \\ x = 0 \end{cases}$$

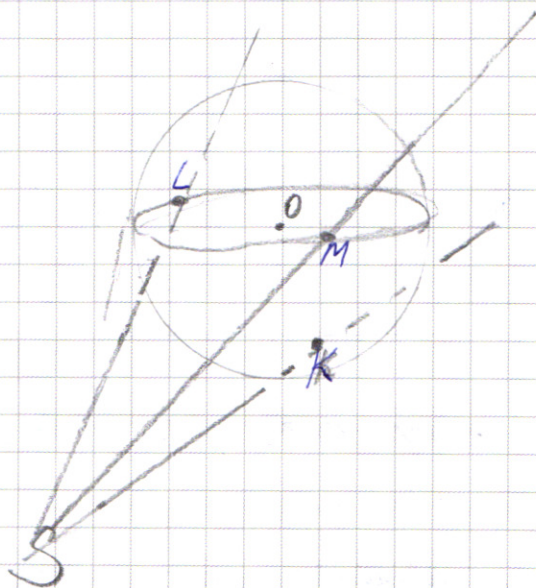
$$x = 0 \text{ при } \begin{cases} x-6 \leq -y \\ x-6 < y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \leq 6 \\ y \geq -6 \end{cases}$$

Заметим, что если $x=12$ является решением, то $x=0$ тоже будет являться решением

Для $y=0$ уравнение будет иметь единственное решение

Итак, при $a=100$ уравнение будет иметь 2 решения
 Ответ: $a=100$.

№4



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2600 - 13AC^2}{5AD - 12AC} = \frac{12AC + 5AD}{13}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 2600 \\ + 78 \\ \hline 33800 \end{array}$$

$$33800 - 169AC^2 = 25AD^2 - 144AC^2$$

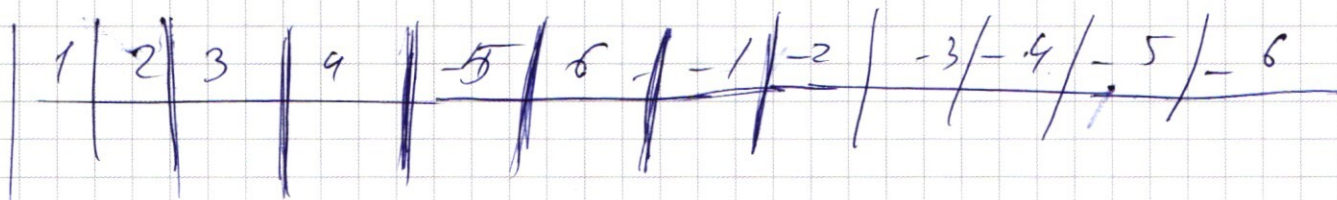
$$33800 = 25AD^2 + 25AC^2$$

$$AD^2 + AC^2 = \frac{33800}{25}$$

$$AD^2 + AC^2 = 1352$$

$$\begin{array}{r} 338 \\ \times 4 \\ \hline 1352 \end{array}$$

$$y = |x - 6 - y|$$



$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) - \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - \sin(10x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos(5x + \frac{\pi}{4}) - 2 \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \cos(5x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) \cdot (\cos 2x - \sin(5x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$$

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8^4}{1 \cdot 2} =$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 20 \cdot 6 \cdot 7 = \begin{array}{r} 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$