

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Решение.

Разложим число 16825 на простые множители:

$$\begin{array}{r} 16825 : 5 \\ 5625 : 3 \\ 1425 : 5 \\ 285 : 5 \\ 57 : 3 \\ 19 : 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16825 : 5 \\ 5625 : 3 \\ 1825 : 5 \\ 625 : 5 \\ 125 : 5 \\ 25 : 5 \\ 5 : 5 \\ 1 : 1 \end{array}$$

$$16825 = 3^3 \cdot 5^4$$

Таким образом, число 16825 в виде

$$3^3 \cdot 5^4 \cdot 1^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

Представим 16825 в виде произведения 8 цифр:

$$1) \quad 16825 = 3^3 \cdot 5^4 \cdot 1 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1$$

$$2) \quad 16825 = 9 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

Рассмотрим 1-й случай:

В 8-значном числе цифра 1 может занимать любое из 8-ми позиций, цифра 3 может занимать любое из 4, 6, 5 позиций, 5 цифр 5 займут оставшиеся позиции (или рассмотрим 1, 3):

k_1 - кол-во 2-значных чисел из 1-го случая

$$k_1 = \frac{8 \cdot 7!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 8 \cdot 2 \cdot 5 = 280$$

Рассмотрим 2-ой случай:

Цифра 9 может занимать любое из 8-ми позиций, цифра 3 - любое из 4-х позиций, цифра 1 может занимать любое из оставшихся 6, 5 позиций. 1 цифра

возможный вариант (избрал 5 зайцев оставшиеся по
зайцам):

k_2 — кол-во 8-значных чисел из 4-ого случая

$$k_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 840$$

Суммарное кол-во 8-значных чисел равно

$$k = k_1 + k_2 = 280 + 840 = 1120$$

Ответ: 1120.

Задача 5

Решение.

$$|x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12$$

Рассмотрим 4 возможных случая:

$$1) \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 6 \leq y \leq 6 - x \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x + 6 + y - x + 6 - y &= 12 \\ x &\geq 0; \quad -6 \leq y \leq 6 \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} x - 6 - y \geq 0 \\ x - 6 + y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 + y \leq x \leq 6 - y \\ y \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 6 - y - x + 6 - y &= 12 \\ y &= -6; \quad 0 \leq x \leq 12 \end{aligned}$$

$$3) \begin{cases} x - 6 - y \leq 0 \\ x - 6 + y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - y \leq x \leq 6 + y \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x + 6 + y + x - 6 + y &= 12 \\ y &= 6; \quad 0 \leq x \leq 12 \end{aligned}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4) \begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6-x \leq y \leq x-6 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$x-6-y + x-6+y \geq 12 \\ x \geq 12; \quad -6 \leq y \leq 6$$

Рассмотрим случаи 1), 4):

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$x \geq 0; \quad x \geq 12; \quad 36 + (|y|-8)^2 \geq a$$

Для увеличения количества корней

$$(|y|-8)^2 = 0, \quad |y|-8 = 0; \quad y_1 = 8, \quad y_2 = -8$$

Получим 4 решения. Значит, случаи 1), 4) не являются подходящими.

Рассмотрим случаи 2), 3):

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$y_1 = -6; \quad y_2 = 6; \quad 4 + (|x|-6)^2 = a$$

Для уменьшения количества корней

$$(|x|-6)^2 = 0; \quad |x|-6 = 0; \quad x_1 = 6; \quad x_2 = -6$$

Но $x_2 = -6$ не подходит, т.к. $x \in [0; 12]$

Получим 2 решения: $x = 6, y = -6; \quad x = 6, y = 6$

Значит, $a = 4$ — единственные подходящие значения параметра.

Ответ: 4.

Задача 2

Решение

Рассмотрим натуральные числа, когда

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$3^{81} (4 - x) = 85 - x - 3^x$$

1) $x \geq 4$ — минимальное значение, ~~при котором~~ ^{мы можем}

выполняется $3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$

2) предположим $x = y + 81$

$$3^{81+y} + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)(y + 81)$$

$$3^{81} (3^y + 4 - y - 81) = 85 - y - 81 = 4 - y$$

$y \geq 4$; $x \geq 85$ — ~~минимальное~~ ^{наименьшее} значение ~~при~~ ^{котором} выполняется $3^x + 4 \cdot 3^{81} \leq y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$

Получаем, что $x \in (4, 85)$

Предположим x и y вида $x = 4 + k$

$$85 + (4 + k)(3^{81} - 1) > y \geq 3^{4+k} + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + k \cdot 3^{81} - 4 - k + 4 \cdot 3^{81} > y \geq 3^4 \cdot 3^k + 4 \cdot 3^{81}$$

Количество значений y для каждого k (и для каждого x соответственно) равно

$$N_k = 85 + 3^{81} \cdot k - k - k + 4 \cdot 3^{81} - 3^4 \cdot 3^k - 4 \cdot 3^{81} =$$

$$= 85 + 81 \cdot 3^k + k(3^{81} - 1) = 81(3^k + 1) + k(3^{81} - 1)$$

$k \in (0, 81)$, в целых числах — $[1; 80]$,

N_k — количество чисел k ; $N_0 = 80$

$N = \sum N_k$ — количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих условию

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sum N_k = 81 \cdot N_0 + 81 \cdot \sum_{k=1}^{80} 3^k + \sum_{k=1}^{80} k(3^{81} - 1)$$

$$\sum k = 1 + 2 + \dots + 80 = \frac{1+80}{2} \cdot 80 = 40 \cdot 81$$

$$\begin{aligned} \sum N_k &= 81 \cdot 80 + 40 \cdot 81(3^{81} - 1) + 81 \cdot \sum_{k=1}^{80} 3^k = \\ &= 81 \cdot 40(1 + 3^{81}) + 81 \cdot \sum_{k=1}^{80} 3^k = \\ &= 81(40(1 + 3^{81}) + \sum_{k=1}^{80} 3^k) \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 81(40(1 + 3^{81}) + \sum_{k=1}^{80} 3^k).$$

Задача 2

Решение

$$\begin{aligned} \cos 2x + \cos 3x &= 2 \cos \frac{2x+3x}{2} \cos \frac{2x-3x}{2} = \\ &= 2 \cos 5x \cos 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2x + \sin 3x &= 2 \sin \frac{2x+3x}{2} \cos \frac{2x-3x}{2} = \\ &= 2 \sin 5x \cos 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2x + \sin 3x &= \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 2x + \sin 3x \\ 2 \cos 5x \cos 2x &= \sqrt{2}(\cos^2 5x - \sin^2 5x) = 2 \sin 5x \cos 2x \\ 2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) &= \sqrt{2}(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) \end{aligned}$$

$$1) \cos 5x - \sin 5x = 0$$

$$\operatorname{tg} 5x = 1$$

$$5x = \arctg 1 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi(1+4n)}{20}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) 2 \cos 2x = \sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} \cos 5x + \cos \frac{\pi}{4} \sin 5x$$

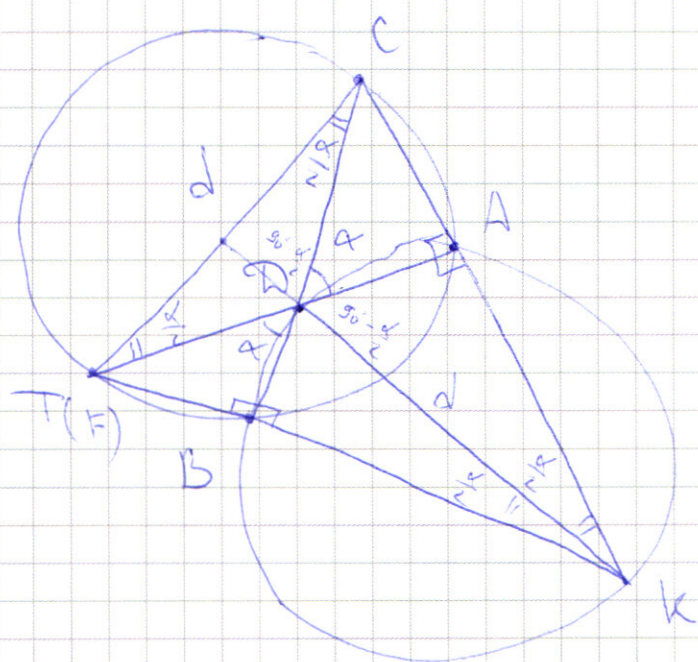
$$\cos 2x = \frac{1}{2} (\cos (\frac{\pi}{4} - 5x) + \cos (\frac{\pi}{4} + 5x))$$

или

$$D_{\text{об.м.}}: \frac{\pi(1 \pm 4n)}{20}, n \in \mathbb{Z}.$$

Задача 6

Решение.



Дано:

$$w_1 (O_1; R)$$

$$w_2 (O_2; R)$$

$$R = 13$$

$$A \in w_1 \cap w_2$$

$$B \in w_1 \cap w_2$$

$$B \in CD$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF \perp CD$$

$$BF = BD$$

$$H_{AB} BC = 10$$

Найти:

$$a) CF = ?$$

$$b) S_{ACF} = ?$$

Решение.

а) Чтб $\angle CAD$ был прямым ($\angle CAD = 90^\circ$) мы можем вписать точки C и D таким образом,

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

точка $C \in \omega_1$, $A \in \omega_2$, D находится внутри
о угла ω_1 .

Так как $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle CAD$ — ^{угол} ~~отражающий~~
по диаметру CT .

$\angle CBT$ — ^{угол} ~~отражающий~~ по диаметру. Значит,
 $\angle CBT = 90^\circ$.

$BF \perp BD$, значит, $\angle DBF = 90^\circ$.

Получим, что $\angle DBF$ совпадает с $\angle CBT$.
Значит, $F \in BT$.

Рисунок (в нем даны рассмотренные углы) сделан,
исходя из условия что $\omega_1 \perp \omega_2$, $R_1 = R_2$.

Из тригонометрических соотношений ~~можно~~ получим

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{BT}{CT} = \frac{BT}{d} = \frac{BT}{2R}$$

$$BT = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{2R}$$

$$BD = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$$

Получим, что $BD = BT = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$.

По условию $BD = BF$. Получим, что $BF = BT$, т.е.
точка F совпадает с точкой T .

Тогда $CT = CF = 2R = 2b$.

б) Исходя из $\angle FCB = \angle CFA = \frac{\alpha}{2}$, CF — общая сторона,

$\angle CAF = \angle FBC = 90^\circ$ по условию $\triangle CFA \cong \triangle CFB$
(по гипотенузе и углу)

В $\triangle CFB$

$$CF^2 = BF^2 + BC^2 \quad (\text{по теореме Пифагора})$$

$$BF = \sqrt{(26)^2 - (10)^2} = 24$$

$$BF = CA, \quad BC = AF \quad (\text{из соответствующих сторон})$$

$$\text{Тогда, } S_{ACF} = \frac{1}{2} AF \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot BF = 120$$

Ответ: а) 26, б) 120.

Задача 3

Решение

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} = \left(-\frac{x^5}{y^2}\right)^{\lg y}$$

$$(-x)^{\lg(-x)} = k$$

$$\lg(-x) = \lg(-x), \quad k = \frac{\lg k}{\lg(-x)}$$

$$\lg^2(-x) = \lg k; \quad k = x^2$$

$$\left(-x^3 \cdot \frac{1}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x^3)^{\lg y} \cdot (y^{\lg y})^{-2}$$

$$\lg y^{\lg y} = n$$

$$\lg y^2 \lg y = n, \quad \lg y^2 = \lg n, \quad n^2 y^2$$

$$x^2 = (-x^3)^{\lg y} \cdot y^{-1}$$

$$x^2 y = (-x^3)^{\lg y}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy) = (-x) \lg y + (-x) \lg(-x)$
 $2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$

$$\lg_2 8 = \lg_2 4 \cdot 2 =$$

$$= \lg_2 4 + \lg_2 2$$

$$(-x) \lg y + \lg(-x) = (-x) \lg y + (-x) \lg(-x)$$

$$\lg 3 = \lg 3$$

$$\lg 2$$

$$y^2 \lg y = (-x)^4 \lg y + \lg xy$$

$$y^2 \lg y^2 = (-x)^5 \lg y$$

$$25x$$

$$a - y = 5x$$

$$a + y = 5x$$

$$5x + y^2 = 5x - y$$

$$y^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 20 \\ \hline 6480 \end{array}$$

$$\cos(x-y) + \sin(x+y) =$$

$$= \cos x \cos y + \sin x \sin y + \sin x \cos y + \cos x \sin y =$$

$$= \cos y (\cos x + \sin x) + \sin y (\sin x + \cos x) =$$

$$= (\cos y + \sin y) (\cos x + \sin x)$$

$$\frac{5}{2} = \cos \frac{\pi}{4}$$

$$5. |x-6-y| + |x-6+y| = 12$$

$$x-6-y \geq 0$$

$$x-6-y \geq 0$$

$$1) \begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases}$$

$$y \leq x-6 \quad y \leq x-6$$

$$6-x \geq y \geq x-6$$

$$y+6-x-y+6-x=12$$

$$6-x \geq y \geq x-6$$

$$x \geq 0 \quad 6 \geq y \geq -6$$

$$x \leq y \leq 6$$

$$2) \begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \leq 0 \end{cases}$$

$$6-y \geq x \geq 6+y$$

$$y \leq 0$$

$$x-6-y-x+6-y=12$$

$$y = -6$$

$$12 \geq x \geq 0$$

$$3) \begin{cases} x-6-y \leq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$$

$$6-y \leq x \leq 6+y$$

$$y \geq 0$$

$$-x+6+y+x-6+y=12$$

$$y = 6$$

$$0 \leq x \leq 12$$

$$4) \begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$$

$$x-6 \geq y \geq 6-x$$

$$x \geq 6$$

$$x-6-y+x-6+y=12$$

$$x = 12$$

$$6 \geq y \geq -6$$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$1), 4) 36 + (|y|-8)^2 = a$$

$$x = 0; \quad x = 12$$

$$2), 3) (|x|-6)^2 + 4 = a$$

$$y = -6; \quad y = 6$$

и)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$85 + (3^{81} - 1)x > y > 3^{81}x + 4 \cdot 3^{81}$$

3

$$85 + (3^{81} - 1)x > y > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$8 \quad 85 + (3^{81} - 1) \cdot 4 > y > 81 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81} \cdot 4 + 81 > y > 81 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$4 < 81 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 4$$

$$85 + (3^{81} - 1) \cdot 5 > y > 81 \cdot 3 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$80 + 3^{81} \cdot 4 + 3^{81} > y > 4 \cdot 3^{81} + 243$$

345

$$85 + (3^{81} - 1) \cdot 3 > y > 27 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + (3^{81} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

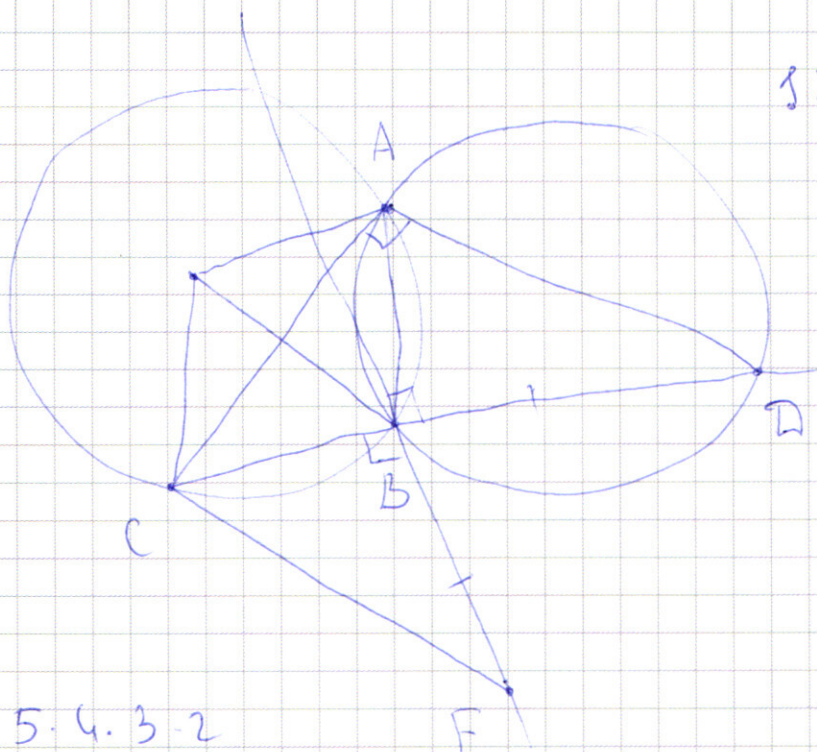
$$85 + 3^{81}(x-1) - x > 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$x(3^{81} - 1) + 85 - 4 \cdot 3^{81} > 0$$

$$x > \frac{4 \cdot 3^{81} - 85}{3^{81} - 1}$$

∞

6.



$$13:3 \dots$$

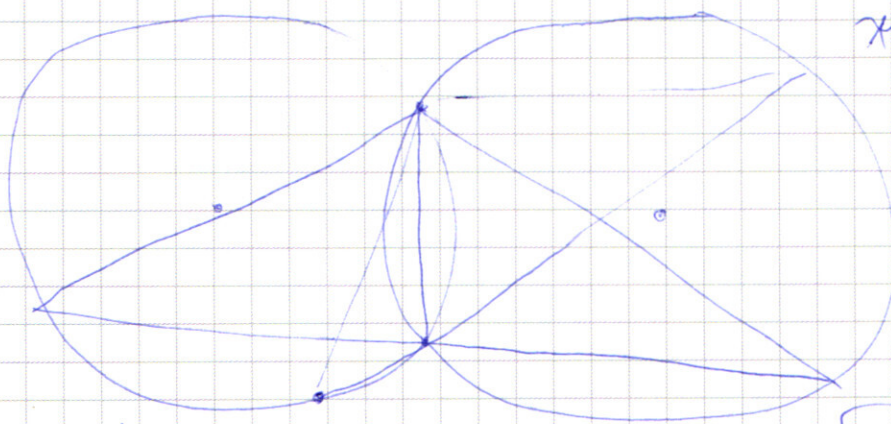
$$8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} \times 280 \\ 3 \\ \hline 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 3} \\ - 24 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$1333$$



$$x \cdot 3$$

$$4 \cdot 3$$

$$5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 15$$

$$1333$$

$$1333$$

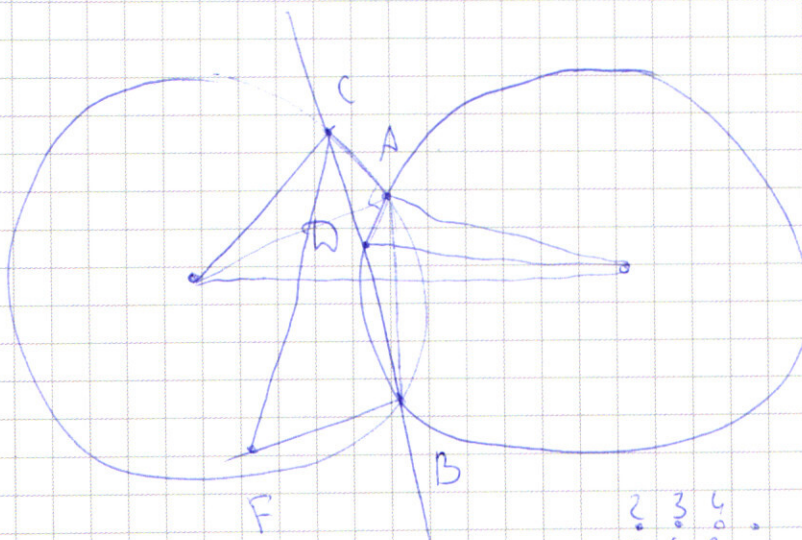
$$1333$$

$$3133$$

$$1333$$

$$3133$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{35} \\ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 236 \\ 263 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. 1), 4)

$$36 \pm (|y| - 8)^2 \geq a$$

при

$$a^2 - 36 \pm 6 \geq 100$$

$$x \geq 0 \quad x \geq 12$$

$$2), 3) \quad (|x| - 6)^2$$

$$6y \geq (|y| - 8)^2$$

$$(|y| - 8)^2 \geq 0$$

$$-8 \leq |y| - 8$$

$$8 \leq |y| - 8$$

$$|y| - 8 \geq 0$$

$$6 \geq y \geq -6$$

$$y \geq$$

6

2), 3)

$$4 \pm (|x| - 6)^2 \geq a$$

$$y^2 - 6, \quad y^2 \geq 6$$

$$12 \geq x \geq 0$$

$$a \in [4, 40]$$

4)

$$36 \geq (|x| - 6)^2$$

$$|x| - 6 \geq 0$$

$$|x| \geq 6$$

$$x^2 \geq 6$$

$$x^2 \geq 6$$

x

$$|x| - 6 \geq 7$$

$$|x| - 6 \geq -6$$

2.

$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x$$

$$y \geq 85 + (3^{81} - 1) \cdot x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$\begin{array}{r} 85 \div 5 \\ 17 \overline{) 17} \\ 1 \end{array}$$

$$3^x$$

$$3^x < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x - 4 \cdot 3^{81}$$

$$x \geq \frac{4 \cdot 3^{81} - 85}{3^{81} - 1} \approx 42.9$$

$$y < 85 + 4 \cdot 3^{81} - 85$$

$$y < 4 \cdot 3^{81}$$

$$x \geq \frac{4 \cdot 3^{81} - 85}{3^{81} - 1} \approx 4 - \frac{85}{3^{81} - 1}$$

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y < 85 + (3^{81} - 1) \cdot x \\ y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \end{cases}$$

$$3^{81} \cdot x + 85 - x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81} (x - 4) \geq 3^x + x - 85$$

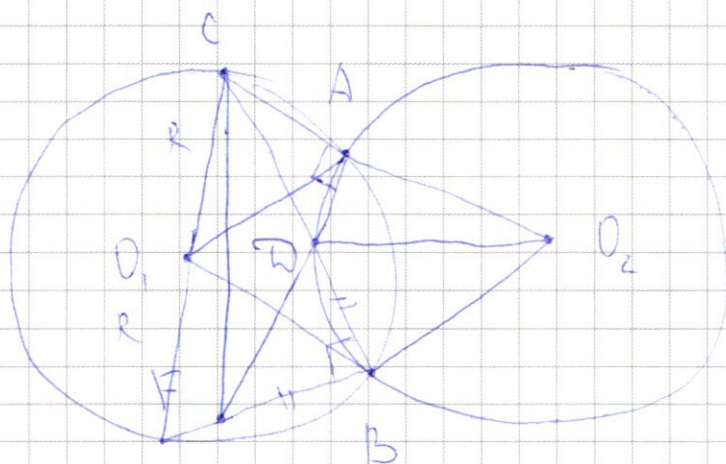
$$x \geq 4; y \geq 0$$

$$0 \geq y \geq 81 + 4 - 85$$

$$x \geq 5$$

$$3^{81} \geq y \geq 81 \cdot 5 + 5 - 85$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$5 > x > 1$$

1 2 3 4

$$6 > x > 2$$

2 3 4 5

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} \geq 85 + (3^{81} - 1)x$$

$x \geq 31 + y$

$$3^{81} \cdot 3^y + 4 \cdot 3^{81} \geq 85 + 3^{81} \cdot x - x$$

$$3^{81} (3^y + 4 - x) \geq 85 - x$$

$$3^{81} (3^y - 25 - y) \geq 4 - y$$

$$y \geq 4$$

$$x \geq 85$$

$$y \geq 81 - 3 - 4 - 3^{81}$$

$$85 + (3^{81} - 1) \cdot 5 > y \geq 3^5 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$85 + 3^{81} (4 + 4) - 5 > y \geq 3^5 + 3^4 \cdot 3 + 4 \cdot 3^{81}$$

$$3^{81} \cdot (4 + 4) - 3^{81} \cdot 4 - 4 > y \geq 3^4 \cdot 3^4 + 4 \cdot 3^{81}$$

~~$3^{81} \cdot 1$~~

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin(\beta - \alpha) + \sin(\beta + \alpha) = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\sin(\beta - \alpha) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 5y = 0$$

$$2y^2 - 4y - 4$$

$$\left(\frac{y^4}{y}\right)^2 = (-x)^2 = (-xy)^2 =$$

$$= (-x)^2 = (-x)^2 \cdot (-x)^2 =$$

$$(-x)^4 = (-x)^4 + (-x)^4 =$$

$$(-x)^5 = (-x)^5 + (-x)^5 =$$

$$(-x)^6 = (-x)^6 + (-x)^6 =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 1. \quad 16825 \mid 3 \\ 5925 \mid 3 \\ 1925 \mid 5 \\ 395 \mid 5 \\ 29 \mid 29 \cdot 29 \\ 1 \end{array}$$

49 - нулево: много

(0)

$$2. \quad \cos 7x + \cos 3x \quad \cos \alpha + \cos \beta$$

$$\alpha = x - y; \quad \beta = x + y$$

$$\cos(\alpha - y) + \cos(\alpha + y) = 2 \cos \alpha \cos y$$

$$\alpha - y = 2x - 3x; \quad \alpha = y + 3x = 5x$$

$$\alpha + y = 2x; \quad 2y + 3x = 2x; \quad y = -x$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x = 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cos \frac{7x-3x}{2}$$

$$\sin(\alpha - y) + \sin(\alpha + y) = 2 \sin \alpha \cos y = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$\alpha - y = 3x; \quad \alpha = 3x + y = 5x$$

$$\alpha + y = 2x; \quad 2y + 3x = 2x; \quad y = -x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x - \sqrt{2} \cos 10x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) =$$

$$= \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$1) \quad \tan 5x = 1$$

$$2) \quad \sqrt{2} \cos 2x = \cos 5x + \sin 5x$$

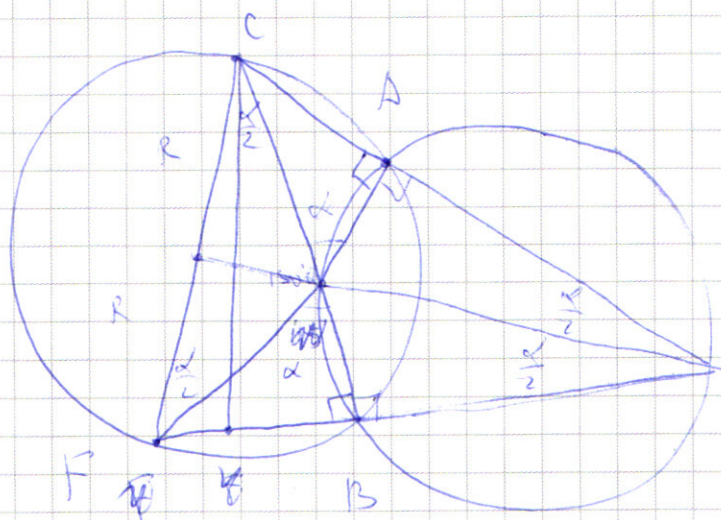
$$\cos 5x \quad \sin 3x$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta + \\ &+ \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \\ &= \cos \alpha (\cos \beta - \sin \beta) + \sin \alpha (\cos \beta + \sin \beta) = \\ &= (\cos \alpha + \sin \alpha) (\cos \beta - \sin \beta) \end{aligned}$$

$$\alpha + \beta = 5x; \quad \beta = 5x - \alpha \geq 0$$

$$\alpha - \beta = 5x; \quad \alpha - 5x + \alpha = 5x; \quad \alpha = 5x$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 32 \\ \hline 70 \\ 105 \\ \hline 1120 \end{array}$$



$$360 -$$

$$(180 + \alpha) = 180 - \alpha$$

$$90 = \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{BD}{2R}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{2R}$$

$$\frac{24 \cdot 10}{2} = 12 \cdot 10$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{BD}{2R}$$

$$\frac{13}{19}$$

$$\begin{aligned} \lg h^2 (-x)^2 \\ h^2 (-x)^2 \end{aligned}$$

$$(-x) \lg (-x) = h$$

$$\begin{aligned} \lg (-x) &= \frac{\lg (-x) h}{\lg (-x)} \\ &= \frac{\lg h}{\lg (-x)} \end{aligned}$$