

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

$a, b, c, d, a_2, b_2, c_2, d_2$ - *выпущен.* число.

$$\begin{array}{r|l} 16875 & 3 \\ 5625 & 3 \\ 1875 & 3 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r|l} 16875 & 3 \\ 15 & 5625 \\ \hline -18 & \\ \hline 7 & \\ -6 & \\ \hline 15 & \\ -15 & \\ \hline 0 & \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150000 \\ 15000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \begin{array}{r|l} 5625 & 3 \\ 3 & 1875 \\ \hline 26 & 3000 \\ 24 & 2400 \\ \hline 22 & 2100 \\ -21 & 150 \\ \hline 15 & 5825 \\ \hline 0 & \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \begin{array}{r|l} 1875 & 3 \\ 13 & 625 \\ \hline 07 & \\ -6 & \\ \hline 15 & \\ -15 & \\ \hline 0 & \end{array} \end{array}$$

т.е. $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 \cdot d_2 = 3^3 \cdot 5^4$

- рассмотрим случай, когда число состоит из 3 и 5 и 1 т.е. в нем одна "1", три "3" и четыре "5".

Таких чисел может быть $8 \cdot C_7 =$
 $= 8 \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 8 \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35 \cdot 8 = 280$

- рассмотрим число в котором одна "9", одна "3", четыре "5" и две "1"

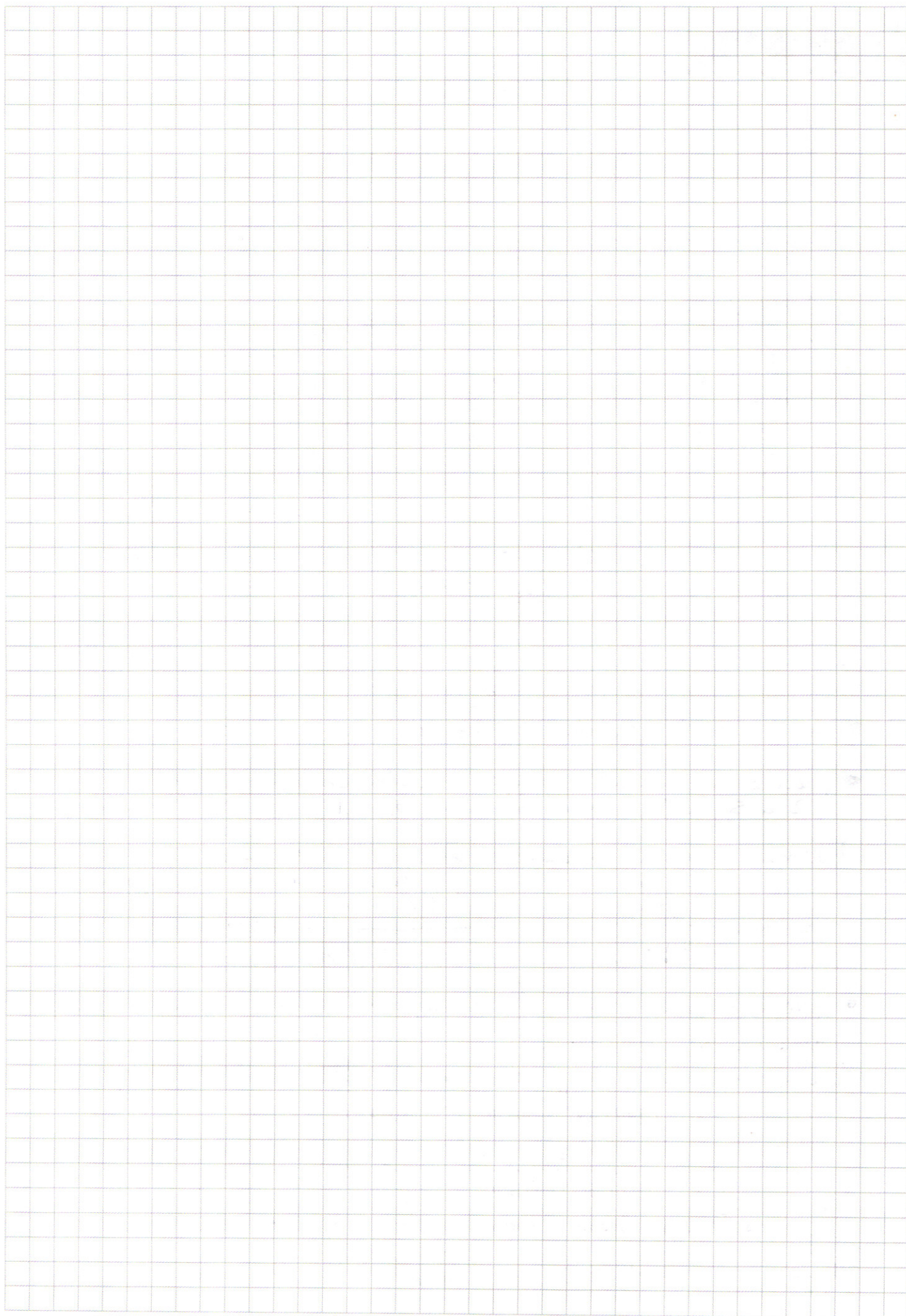
Таких чисел $C_8' \cdot C_7' \cdot C_6^2 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6!}{2! \cdot 4!} =$
 (для "9") (для "3") (для "1")

$$= 8 \cdot 7 \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6^2}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 8 \cdot 7 \cdot 15 = 56 \cdot 15 = 840$$

$$\begin{array}{r} \times 56 \\ 15 \\ \hline 280 \\ \times 56 \\ \hline 840 \end{array}$$

• Тогда всего вариантов $840 + 280 =$
 $= 1120$

Ответ: 1120 чисел.



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2 $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$

~~$\sqrt{2} \cos 10x = \cos 10x$~~

$\cos 10x = \cos(3x + 7x) = \cos 3x \cdot \cos 7x - \sin 3x \cdot \sin 7x$

$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x$

$\sin 7x + \sin 3x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$

~~$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} (\cos 3x \cdot \cos 7x - \sin 3x \cdot \sin 7x) = \sin 7x + \sin 3x$~~

~~$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \cos 10x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x$~~

~~$\sin \frac{\pi}{4}$~~

~~$\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 3x = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin 3x - \cos 10x$~~

~~$\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 7x + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 3x - \cos 10x = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 7x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 3x$~~

~~$\cos \left(\frac{\pi}{4} + 7x \right) - \cos 10x + \cos \left(\frac{\pi}{4} + 3x \right) = 0$~~

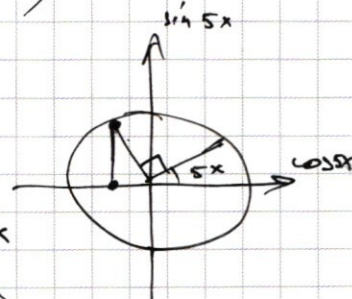
~~$\cos \left(\frac{\pi}{4} + 7x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{4} + 3x \right) = \cos 10x$~~

~~$2 \cdot \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} + 7x + \frac{\pi}{4} + 3x}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\frac{\pi}{4} + 7x - \frac{\pi}{4} - 3x}{2} \right) = \cos 10x$~~

~~$2 \cdot \cos \left(5x + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos 2x = \cos 10x$~~

~~$\cos \left(5x + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin 5x$~~

~~$-2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x = \cos^2 5x - \sin^2 5x$~~



$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x = \sqrt{2} \cdot \cos 10x = 2 \cdot \sin 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} \cdot \cos 10x$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$2 \cdot \cos 2x (\cos 5x - \sin 5x) = \sqrt{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)$$

$$(\cos 5x - \sin 5x) (2 \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 5x - \sqrt{2} \sin 5x) = 0$$

$$\frac{1}{2} (\cos 5x - \sin 5x) (\cos 2x - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 5x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 5x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 5x - \sin 5x = 0 \quad (1) \\ \cos 2x = \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 5x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 5x \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(2) \quad \cos 2x = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right)$$

$$\cos 2x - \cos \left(\frac{\pi}{4} - 5x \right) = 0$$

$$-2 \cdot \sin \left(\frac{2x + \frac{\pi}{4} - 5x}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{2x - \frac{\pi}{4} + 5x}{2} \right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin \left(-\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \sin \left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} -\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{8} = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3}{2}x = \frac{\pi}{8} - \pi n \\ \frac{7}{2}x = \pi k + \frac{\pi}{8} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3}\pi n \\ x = \frac{2}{7}\pi k + \frac{\pi}{28} \end{array} \right.$$

Вернёмся к (1):

$$\begin{array}{l} \cos 5x - \sin 5x = 0 \\ \cos 5x \neq \sin 5x \text{ не явл. реш.} \\ \text{tg } 5x = 1 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$5x = \pi m$~~

~~$m \in \mathbb{Z}$~~

~~$x = \frac{\pi m}{5}$~~

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{1}{5} \pi m$$

Ответ:

~~$x = \frac{\pi m}{5}$~~

~~$m \in \mathbb{Z}$~~

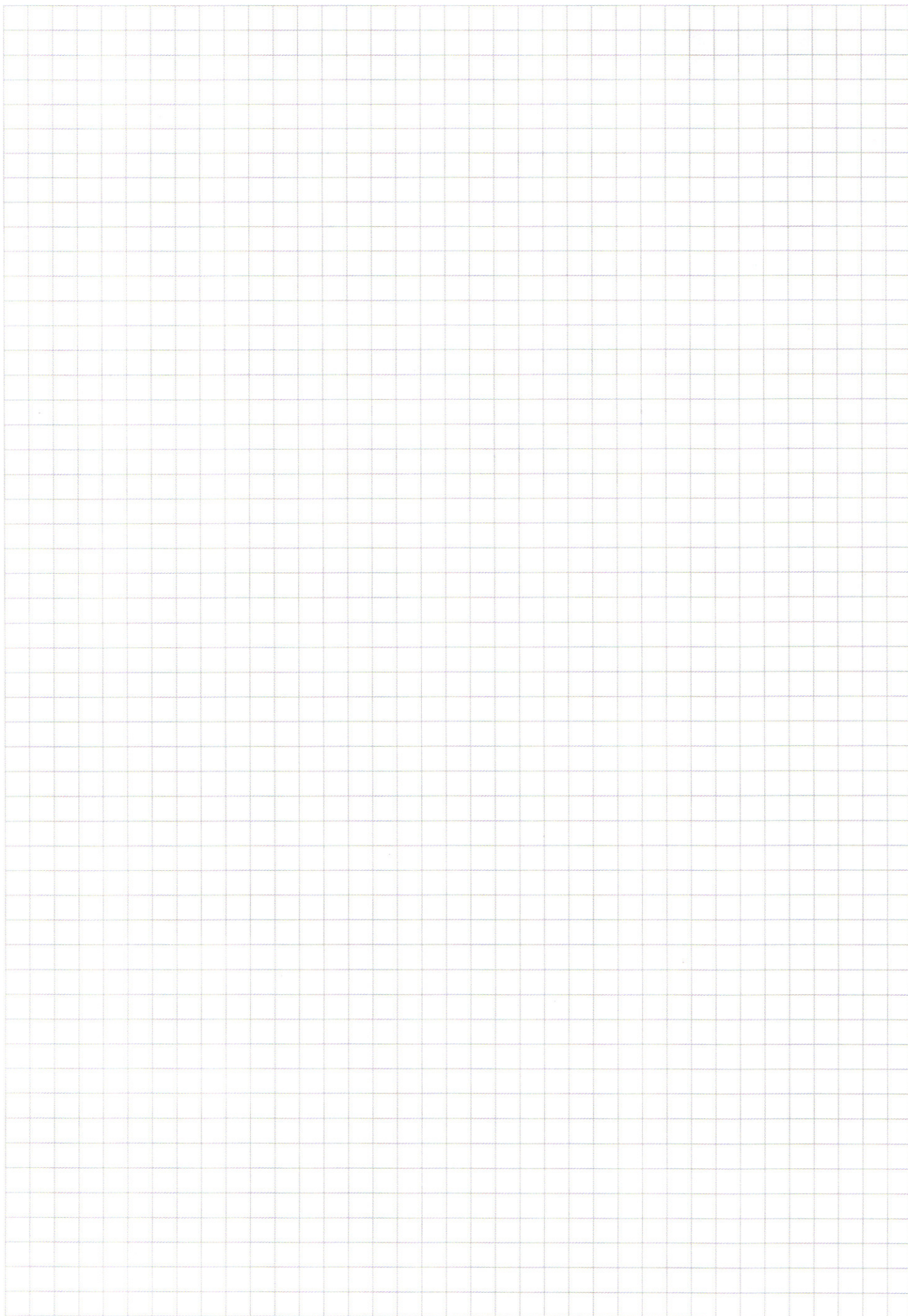
$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi m}{5}, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{12} - \frac{2}{3} \pi n$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{28} + \frac{2}{7} \pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{N5} \quad \begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

Заметим, что ~~при~~ если система имеет решение при $y = y_0$, то она имеет решение при $y = -y_0$.

Примем каждому значению y соответ. значение x . ($y_0 = -y_0$)

т.е. для того, чтобы система имела равно зм. $y=0$

$$\text{Тогда} \quad \begin{cases} |x-6| + |x-6| = 12 & (1) \\ (|x|-6)^2 + 64 = a & (2) \end{cases}$$

$$2|x-6| = 12 \quad (1')$$

$$\begin{cases} 2(x-6) = 12 \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(-x+6) = 12 \\ x < 6 \end{cases}$$

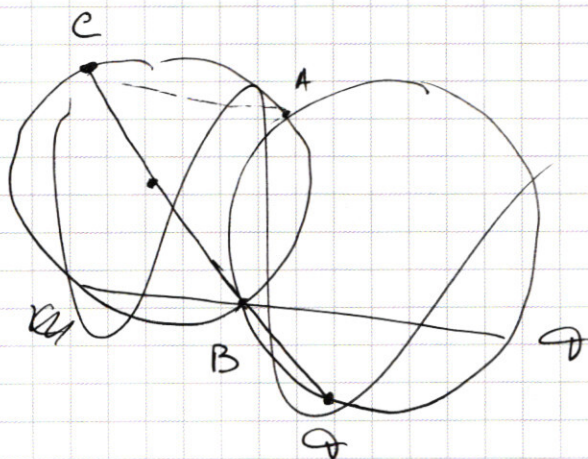
$$\text{Тогда при } (2) \quad 36 + 64 = a$$

$$a = 100$$

Ответ: система имеет рм. только при

$$a = 100$$

№ 6



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 \end{cases}$

$y > 0$
 $-xy > 0$
 $x < 0$

$$x^2 + x(y+4) - (2y^2 - 8y) = 0$$

$$x = \frac{-(y+4) \pm \sqrt{(y+4)^2 + 4(2y^2 - 8y)}}{2}$$

$$x = \frac{-(y+4) \pm \sqrt{y^2 + 8y + 16 + 8y^2 - 32y}}{2}$$

$$x = \frac{-(y+4) \pm \sqrt{9y^2 + 8y - 16}}{2}$$

$(-x)^{\lg(-x)} + \lg y = (-x)^{\lg(-x)} \cdot (-x)^{\lg y}$

или $-x = y$
 $y^2 \lg y = y \lg y^2 = y^2 \lg y = (y^2)^{\lg y}$

№3 $\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)} & (1) \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\begin{cases} y > 0 \\ -x \cdot y > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ -x > 0 \end{cases}$

Предположим $(-x) = y$

тогда $\left(\frac{(-x)^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-x)} + \lg y$

$$\left(\frac{y^4}{y^2}\right)^{\lg y} = y^2 \lg y$$

тогда

$$(y^2)^{\lg y} = y^{2 \lg y}$$

т.к. $y > 0$

$$y^{2 \lg y} = y^{2 \lg y}$$

Подставим, что при $-x = y$ равенство (1) становится верным.

Тогда в (2)

$$2y^2 + y^2 - y^2 + 4y - 8y = 0$$

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ т.к.}$$

Тогда $x = -2$.

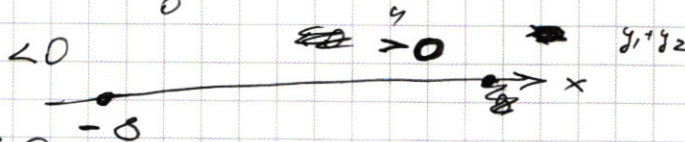
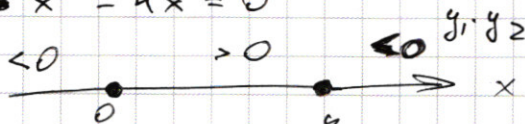
$$2 \cdot 2^2 - (-2) \cdot 2 - (-2)^2 + 8 - 8 \cdot 2 =$$

$$= 8 + 4 - 4 + 8 - 16 = 0$$

$$\left(\frac{(-2)^4}{2^4}\right)^{\lg 2} = 2^{\lg 4} \Rightarrow 4^{\lg 2} = 2^{\lg 4} \Rightarrow 2^{2 \lg 2} = 2^{2 \lg 2}$$

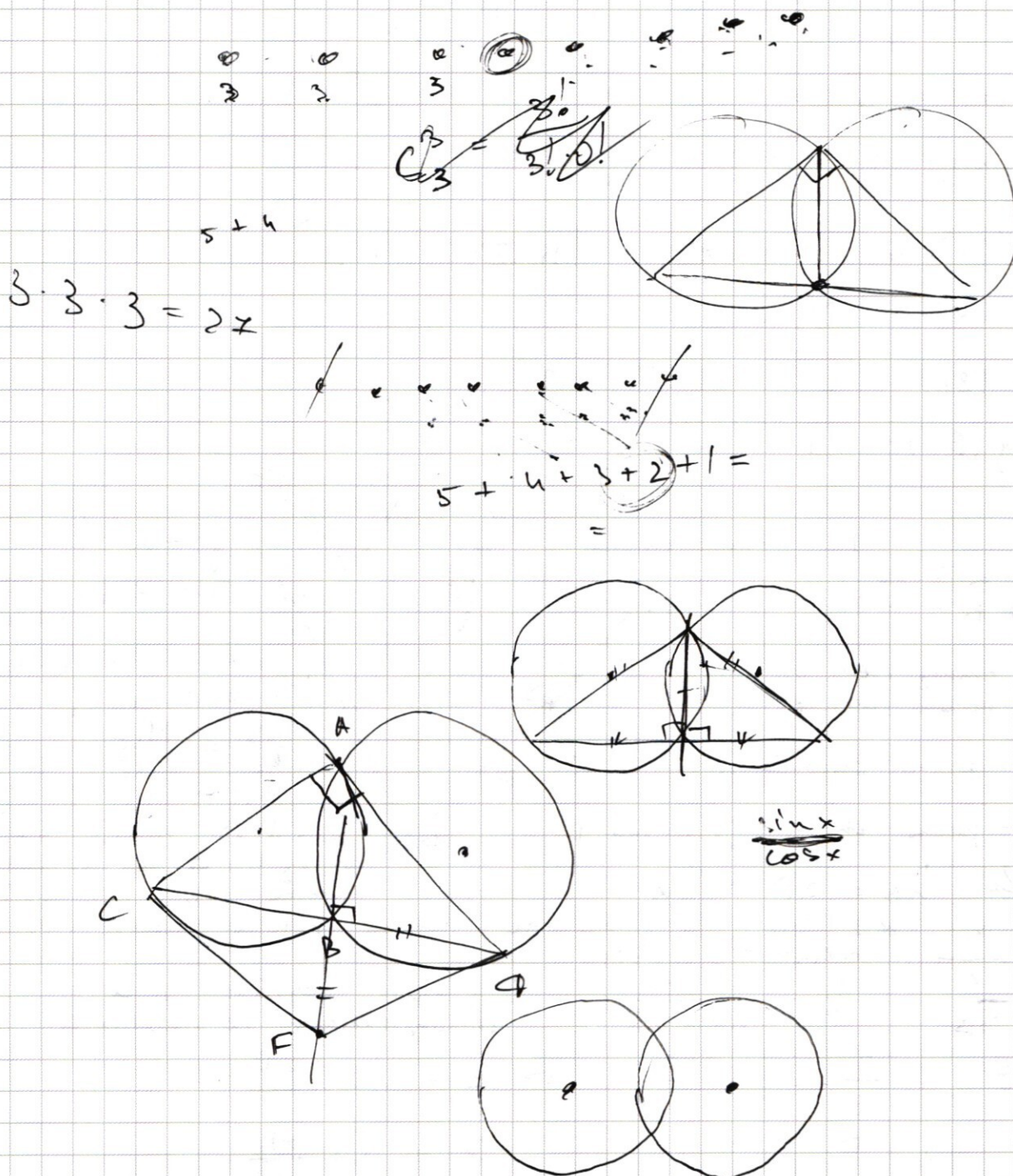
Ответ: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$

~~$$2y^2 - y(x+2) = x^2 - 4x = 0$$~~



~~$$2y(y-4) - xy - x(x+2) = 0$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$n \neq \begin{cases} y \geq 3^x + 4.81 \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Если x -целое, то и y -целое.

или $y > 0$

$$3^x + 4.81 \leq y < 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 3.81 \leq y < 4 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 3^5 \leq y < 4 + (3^{81} - 1)x$$

$$f(x) = 3^x + 3^5 \quad f(0) = 3^5 + 1$$

$$g(x) = 4 + (3^{81} - 1)x \quad g(0) = 4$$

$$f'(x) = \ln 3 \cdot 3^x$$

$$g'(x) = 3^{81} - 1$$

$$f(81) = 3^{81} + 3^5$$

$$g(81) = 4 + (3^{81} - 1) \cdot 3^{81}$$

$N \neq 4$

n -мб $\alpha \perp SO$
 n -мб $\beta \perp SO$

SO - мнуг. сев. α .

SO - мнуг. сев. β

$h\alpha$ - расм. ом м. S го n -мб α

$h\beta$ - расм. ом м. S го n -мб β

$$h\beta = 2R + h\alpha$$

м.к. $\alpha \perp SO$, $\beta \perp SO$
 ΔK_1SM_1 , ΔK_2SM_2

$$K = \sqrt{\frac{S_\alpha}{S_\beta}}$$

$$K = \frac{h\alpha}{h\alpha + 2R}$$

SO

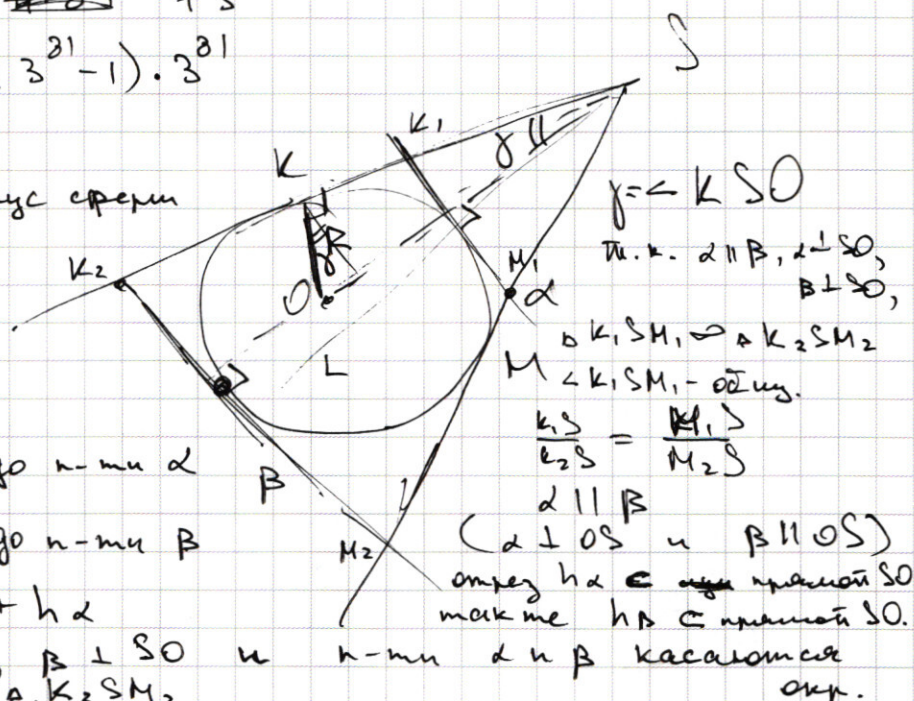
$$\frac{2}{3} = \frac{h\alpha}{h\alpha + 2R} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{h\alpha + 2R}{h\alpha}$$

$$SO = h\alpha + R$$

$$\sin \gamma = \frac{R}{SO} = \frac{R}{h\alpha + R}$$

$$= \frac{R}{4R + R} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Итак: } \sin \angle KSO = \frac{1}{5}$$



$$y = KSO$$

м.к. $\alpha \perp \beta$, $\alpha \perp SO$, $\beta \perp SO$

ΔK_1SM_1 , ΔK_2SM_2

$M \in K_1SM_1$ - отрез.

$$\frac{K_1S}{K_2S} = \frac{M_1S}{M_2S}$$

$\alpha \parallel \beta$

($\alpha \perp OS$ и $\beta \parallel OS$)

отрез $h\alpha$ $\in$ отрез прямой SO
также $h\beta$ $\in$ отрез прямой SO .

K - крм. погонных Δ -ов,
образованных сечениями.

$$\frac{3}{2} = \frac{h\alpha + 2R}{h\alpha}$$

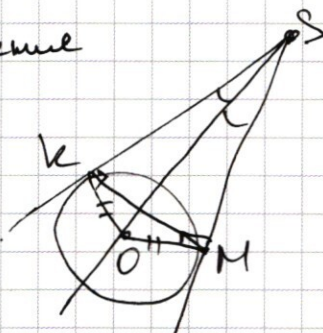
$$\frac{3}{2} = 1 + \frac{2R}{h\alpha}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2R}{h\alpha} \Rightarrow \frac{R}{h\alpha} = \frac{1}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ условия

$KM \in KLM$
 $KL \in KLM$
 $ML \in KLM$



Рассмотрим сечение SKM

$SK = SM$ (кас. из одн. т.)

$\triangle SKO = \triangle SMO$ (равные кат. и гипотен.)

$\angle KO = OM, \angle KOS = \angle SOM$

$SO \perp KM$

Так же можно рассмотреть в п-мехе SKL и SLM

тогда получим, что $KLM \perp SO$, т.к.

две не паралл. прямые $\subset KLM \perp SO$

($KM \perp SO$ и по аналогии $KL \perp SO$)

$$h_{KML} = SO - R \cdot \sin \gamma = h\alpha + R - R \sin \gamma =$$

$$= 4R + R - R \cdot \frac{1}{5} = 4\frac{4}{5}R$$

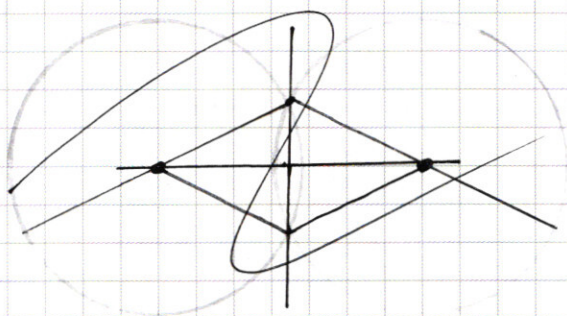
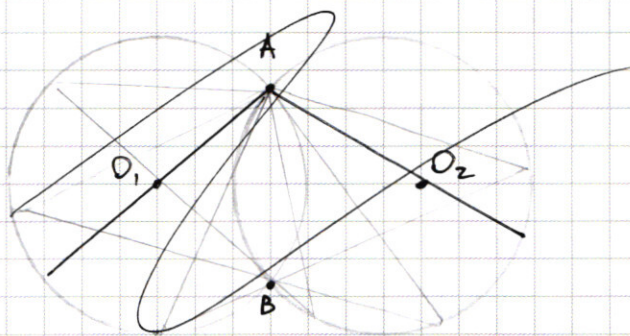
тогда из подобия $k_{\text{нов.}} = \frac{4\frac{4}{5}R}{h\alpha} = \frac{\frac{24}{5}R}{4R} = \frac{6}{5}$

$$\frac{S_{KML}}{S_{KML_1}} = k_{\text{нов.}}^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow S_{KML} = 4 \cdot \frac{36}{25}$$

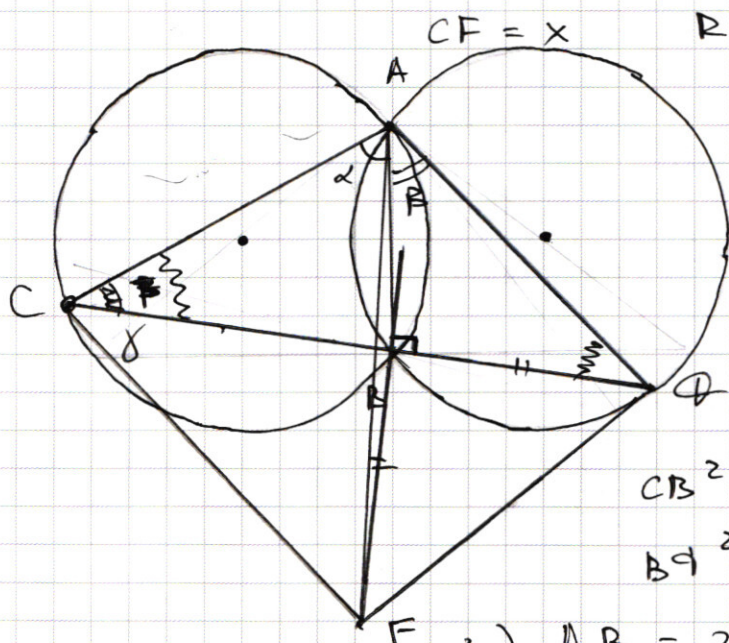
ответ: $\angle KSO = \frac{1}{5}$

$$S_{KML} = \frac{144}{25}$$

№6



№6



$$R = 13$$

$$1) \angle CAB = \alpha$$

$$\angle CBA = \beta$$

по теор. синусов в ΔABC

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = 2R \quad \Delta ABC$$

$$\frac{BF}{\sin \beta} = 2R \quad \Delta AFB$$

2) по теор. Пифагора

$$CB^2 + BF^2 = CF^2 \quad \text{в } \Delta CBF$$

$$BF^2 + BF^2 = FA^2 \quad \text{в } \Delta BFA$$

$$3) AB = 2R \cdot \sin \angle ACB$$

$$AB = 2R \cdot \sin \angle BFA \quad \text{по теор. синусов}$$

$$\angle ACB = \angle BFA$$

(другие триг. значения не удовл. условию)

~~удовл. условию~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) т.к. $\angle ACB = \angle BFA \Rightarrow \triangle CAF$ - равнобедр.

т.к. $\angle CAF = 90^\circ$ по ум. $\Rightarrow \angle ACF = \angle AFB = 45^\circ$

В $\triangle FBA$ $\angle FBA = 90^\circ$ и $FB = BA \Rightarrow \angle FAB = 45^\circ$

Тогда $\angle FCA = \angle FAB + \angle FBA = 90^\circ \Rightarrow$

5) $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow FA$ - касательная

$$BC = 2R \sin \alpha$$

$$BF = BA = 2R \cdot \cos \alpha$$

$$FA^2 = 4R^2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = (2R \sin \alpha)^2 + (2R \cos \alpha)^2 =$$

$$= 4R^2 \Rightarrow CF = 2R = 26$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \cos^2 \alpha = 4R^2$$

$$CF = 2 \cdot R = 2 \cdot 13 = 26$$

6) Если известно, что $BC = 10$

$$BC = 2R \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{10}{2 \cdot 13} = \frac{5}{13}$$

$$BF = BA = 2R \cdot \cos \alpha = 26 \cdot \sqrt{1 - \frac{25}{169}} =$$

$$= 26 \cdot \frac{1}{13} \sqrt{(26-5)(26+5)} = \sqrt{21 \cdot 31}$$

$$BF = 2 \cdot 13 \cdot \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = 24$$

т.к. $\angle C$ тупой

По теор. син в $\triangle CAB$:

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AB = \frac{10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{13}} = 13\sqrt{2}$$

7) $\angle FCB = \gamma$

$$\sin \gamma = \frac{BF}{CF} = \frac{24}{26\sqrt{2}} = \frac{12}{13\sqrt{2}}$$

$$\sin \angle ACF = \sin \left(\frac{\pi}{4} + \gamma \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \gamma =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12}{13\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{169-144}}{13\sqrt{2}} = \frac{6}{13} + \frac{\sqrt{338-144}}{26} =$$

$$= \frac{6}{13} + \frac{\sqrt{194}}{26}$$

$$\begin{array}{r} 358 \\ -144 \\ \hline 194 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -194 \\ \hline 46 \\ -54 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \\ -120 \\ \hline 89 \\ -13 \\ \hline 358 \end{array}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot AC \cdot \sin \angle ACF$$

$$AC = \frac{2R}{\sin \angle ABC} = \frac{26}{\sin(135^\circ - \alpha)} = \frac{26}{\sin(135^\circ - \alpha)}$$

$$\sin \angle ABC = \sin(135^\circ - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12}{13} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{13} = \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

$$\text{Hence } AC = 2R \cdot \sin \angle ABC = 2 \cdot 13 \cdot \sin(135^\circ - \alpha) =$$

$$= 2 \cdot 13 \cdot \frac{17}{13\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 26\sqrt{2} \cdot \left(\frac{6}{13} + \frac{\sqrt{194}}{26} \right) =$$

$$= 7 \cdot 26 \cdot \left(\frac{6}{13} + \frac{\sqrt{194}}{26} \right) = 7 \cdot (12 + \sqrt{194})$$

Answer:

$$\sin \angle ACF = \sin \left(\frac{\pi}{4} + \gamma \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{12}{13} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{13} = \frac{17}{13\sqrt{2}}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 17\sqrt{2} \cdot \frac{17}{13\sqrt{2}} = 17 \cdot 17 = 289$$

Answer: $CF = 26$

$$S_{ACF} = 289$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$